

УДК 621.778.1.04.-426:621.9.048.6

РАСЧЕТ РАДИАЛЬНО КОЛЕБЛЮЩЕГОСЯ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ИНСТРУМЕНТА С НАГРУЗКОЙ НА ВНУТРЕННЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

Ю. И. Блинов, М. И. Погудин, В. А. Шуринов

Для дискового ультразвукового инструмента конечной толщины с центральным отверстием расчетным путем определено резонансное значение наружного радиуса и входного комплексного механического сопротивления на внешнем ободе при заданном сопротивлении нагрузки на внутренней цилиндрической поверхности, заданном значении внутреннего радиуса и толщины и известных свойствах материала. Определено также значение узлового радиуса и трансформированного сопротивления нагрузки в узле.

Ультразвуковые радиально колеблющиеся вибраторы находят применение в технологических установках для обработки металлов давлением, в частности при волочении труб [1]. В таких установках технологический инструмент выполняется в виде диска с центральным отверстием, к внутренней цилиндрической поверхности которого приложена нагрузка (очаг деформации), а внешняя поверхность возбуждается ультразвуковыми преобразователями. Для согласования источника колебаний с нагрузкой необходимо знать акустические параметры дискового инструмента при различном сопротивлении нагрузки на внутренней поверхности. В то же время в литературе известны лишь методы расчета резонансных размеров дисков для частного случая свободной внутренней поверхности [2].

В настоящей работе рассмотрены условия возбуждения дискового инструмента и передача энергии колебаний в объект обработки. Задача решена на основе уравнения движения осесимметричного плоского диска с центральным отверстием и закона Гука для осесимметричного нагружения диска, представленных в полярных координатах r, φ :

$$(1) \quad \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2},$$

$$(2) \quad \sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \nu \frac{u}{r} \right), \quad \sigma_\varphi = \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{u}{r} + \nu \frac{\partial u}{\partial r} \right),$$

где σ_r, σ_φ — радиальные и тангенциальные механические напряжения, E, ν, ρ — модуль Юнга, коэффициент Пуассона и плотность материала диска, u — радиальные смещения, t — время.

Уравнение движения (1) с учетом уравнений (2) приводится к виду

$$(3) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = C_n^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} \right),$$

где $C_n = [E/\rho(1-\nu^2)]^{1/2}$ — скорость продольных волн в пластинах.

Решение уравнения (3) имеет вид

$$(4) \quad u = [AJ_1(kr) + BN_1(kr)] \cos \omega t,$$

где ω — круговая частота возбуждения, J_1, N_1 — бесселевы функции первого и второго рода первого порядка, $k = \omega/C_{\pi}$ — волновое число, A, B — размерные постоянные интегрирования, определяемые краевыми условиями.

Диск возбуждается на ободе с координатой $r=r_1$, распределенной по поверхности площадью S_1 , радиально направленной гармонической силой $F = F_m \sin \omega t$, а внутренняя поверхность его при $r=r_0$ нагружена на механическое сопротивление $Z_{\pi} = R + iX$, где R, X — соответственно активная и реактивная составляющие. Приложенная сила уравнивается реакцией диска, а реакция нагрузки уравнивается радиальными напряжениями на внутренней поверхности. Амплитуда гармонической силы F_m определяется через входное механическое сопротивление диска $Z_{вх} = R' + iX'$ согласно известному выражению $Z_{вх} = F_m / i\omega u_m$ [3], где u_m — амплитуда радиальных смещений при $r=r_1$, R', X' — трансформированные активная и реактивная составляющие сопротивления нагрузки на ободе.

Краевые условия имеют вид

$$(5) \quad \begin{aligned} \sigma_{rm} S_1 &= i\omega u_m Z_{вх} \text{ при } r=r_1, \\ \sigma_{rm} S_0 &= i\omega u_m Z_{\pi} \text{ при } r=r_0, \end{aligned}$$

где S_0 — площадь поверхности нагружения, σ_{rm} — амплитуда радиальных напряжений.

Условия (5) в соответствии с (2) и (4) приводятся к развернутому виду

$$(6) \quad \begin{aligned} A [kr_0 J_0(kr_0) - (1-\nu+c_0) J_1(kr_0)] + B [kr_0 N_0(kr_0) - \\ - (1-\nu+c_0) N_1(kr_0)] = 0, \\ A [kr_1 J_0(kr_1) - (1-\nu+c) J_1(kr_1)] + \\ + B [kr_1 N_0(kr_1) - (1-\nu+c) N_1(kr_1)] = 0, \end{aligned}$$

где J_0, N_0 — бесселевы функции нулевого порядка, $c_0 = ipZ_{\pi}$, $c = ipZ_{вх}$, $p = (1-\nu^2)\omega/2\pi hE$, h — толщина диска.

Уравнения (3)–(6) остаются достаточно точными в пределах выполнения условия $h \leq 0,35/k$ [4].

Система (6) позволяет определить нетривиальные значения коэффициентов A и B , для чего необходимо равенство нулю определителя системы, т.е. выполнение равенства

$$(7) \quad \frac{kr_1 N_0(kr_1) - (1-\nu+c) N_1(kr_1)}{kr_1 J_0(kr_1) - (1-\nu+c) J_1(kr_1)} = \frac{kr_0 N_0(kr_0) - (1-\nu+c_0) N_1(kr_0)}{kr_0 J_0(kr_0) - (1-\nu+c_0) J_1(kr_0)}$$

являющегося уравнением резонансных частот.

Уравнение (7) подстановкой значений c и c_0 приводится к виду

$$(8) \quad \frac{\chi_1 - ipR' N_1(kr_1)}{\psi_1 - ipR' J_1(kr_1)} = \gamma + i\delta,$$

$$\text{где } \gamma = \frac{\psi_0 \chi_0 + p^2 R^2 J_1(kr_0) N_1(kr_0)}{\psi_0^2 + p^2 R^2 J_1^2(kr_0)}, \quad \delta = \frac{pR [\chi_0 J_1(kr_0) - \psi_0 N_1(kr_0)]}{\psi_0^2 + p^2 R^2 J_1^2(kr_0)}$$

$$\begin{aligned} \psi &= kr_0 J_0(kr_0) - (1-\nu-pX) J_1(kr_0), \\ \chi_0 &= kr_0 N_0(kr_0) - (1-\nu-pX) N_1(kr_0), \\ \psi_1 &= kr_1 J_0(kr_1) - (1-\nu-pX') J_1(kr_1), \\ \chi_1 &= kr_1 N_0(kr_1) - (1-\nu-pX') N_1(kr_1). \end{aligned}$$

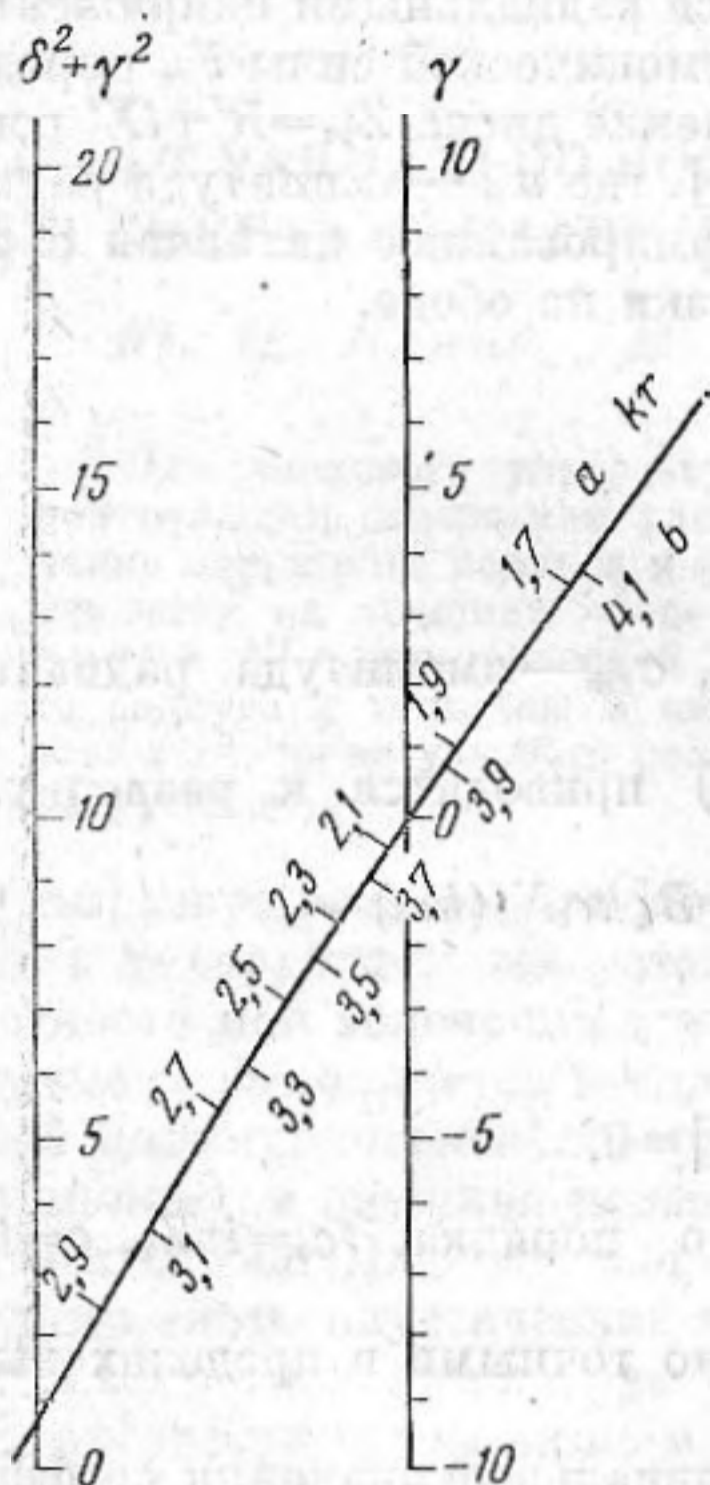
Уравнение (8) эквивалентно системе уравнений

$$(9) \quad \begin{aligned} \chi_1 &= \gamma \psi_1 + \delta pR' J_1(kr_1), \\ pR' N_1(kr_1) &= pR' \gamma J_1(kr_1) - \delta \psi_1. \end{aligned}$$

Исключение pR' из системы (9) приводит к уравнению

$$(10) \quad \delta^2 + \gamma^2 - \gamma \left[\frac{N_1(kr_1)}{J_1(kr_1)} + \frac{\chi_1}{\psi_1} \right] + \frac{\chi_1 N_1(kr_1)}{\psi_1 J_1(kr_1)},$$

из которого определяется резонансный радиус диска для заданной чистоты. В самом деле, при резонансе $X'=0$ и ψ_1, χ_1 являются функциями только величины kr_1 .



В предположении $R=0$ и в пренебрежении затратами энергии колебаний на внутреннее трение бегущей волны в диске не будет, и выражение (11) примет вид

$$(12) \quad u_m = J_1(kr) - \frac{\chi_0}{\psi_0} N_1(kr).$$

Из (11) и (12) очевидно, что третье слагаемое выражения (11) представляет составляющую смещения, определяемую бегущей волной, а первые два слагаемых — составляющую смещения, определяемую стоячей волной. Поэтому для узла смещений можно написать уравнение $J_1(kr_y) - \gamma N_1(kr_y) = 0$, откуда

$$(13) \quad \gamma = \frac{J_1(kr_y)}{N_1(kr_y)}.$$

На основании (13) построен график, представленный на фиг. 2, который может быть использован для определения радиуса, соответствующего узлу смещения — r_y , — по величине γ .

Для определения компонент приведенного сопротивления нагрузки R_y , X_y при узловом радиусе используется уравнение частот (7), где в левой части полагается $r=r_y$, $R'=R_y$, $X'=X_y$, после чего получается система уравнений относительно неизвестных R_y , X_y :

$$(14) \quad \begin{aligned} \alpha R_y + \beta X_y &= \lambda + pX\xi, \\ \beta R_y - \alpha X_y &= pR\xi, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \alpha &= p^2 R [J_1(kr_y) N_1(kr_0) - N_1(kr_y) J_1(kr_0)], \\ \beta &= p \{ N_1(kr_y) [kr_0 J_0(kr_0) - (1-\nu) J_1(kr_0)] - J_1(kr_y) [kr_0 N_0(kr_0) - (1-\nu) N_1(kr_0)] + pX [J_1(kr_0) N_1(kr_y) - J_1(kr_y) N_1(kr_0)] \}, \\ \xi &= N_1(kr_0) [kr_y J_0(kr_0) - (1-\nu) J_1(kr_y)] - J_1(kr_0) [kr_y N_0(kr_y) - (1-\nu) N_1(kr_y)], \\ \lambda &= [kr_y J_0(kr_y) - (1-\nu) J_1(kr_y)] [kr_0 N_0(kr_0) - (1-\nu) N_1(kr_0)] - [kr_0 J_0(kr_0) - (1-\nu) J_1(kr_0)] [kr_y N_0(kr_y) - (1-\nu) N_1(kr_y)]. \end{aligned}$$

Из уравнений (14) можно найти значения составляющих трансформированного сопротивления нагрузки в узле колебаний:

$$R_y = \alpha\lambda / (\alpha^2 + \beta^2) + p\xi(\alpha X + \beta R) / (\alpha^2 + \beta^2), \quad X_y = \beta\lambda / (\alpha^2 + \beta^2) + p\xi(\beta X - \alpha R) / (\alpha^2 + \beta^2).$$

Таким образом, при заданной величине сопротивления нагрузки на внутренней поверхности дискового инструмента с известным внутренним радиусом, толщиной и свойствами материала на основании выражений (9) можно рассчитать его резонансные размеры и величину трансформированного сопротивления нагрузки на его ободе, что позволяет определить энергетические параметры ультразвуковой системы, включающей данный дисковый инструмент. С помощью выражения (13) можно определить узловое значение радиуса диска, что важно при проектировании конструкции ультразвуковой установки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Peter J. Mullins. Ultrasonic unit gives tube drawing a major assist. J. Iron Age, 1973, № 1, 48
2. M. J. R. Joung, C. E. Winsper, D. H. Sansome. The design of high intensity radial vibrators for metal working applications. J. Appl. Phys. 1971, 4, 2, 212—216.
3. И. И. Теумин. Ультразвуковые колебательные системы, М., Машгиз, 1959.
4. Г. Кольский. Волны напряжения в твердых телах. М., Изд-во иностр. лит. 1955.

Уральский научно-исследовательский институт трубной промышленности, Челябинск

Поступила
6 февраля 1976 г.