АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXIII 1977 Вып. 1

УДК 534.232

К ТЕОРИИ ГЕНЕРАЦИИ ЗВУКА ПРИ ПОГЛОЩЕНИИ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С МОДУЛИРОВАННОЙ ИНТЕНСИВНОСТЬЮ В ЖИДКОМ ВОЛНОВОДЕ

Л. М. Лямшев, Л. В. Седов

Проведен теоретический анализ генерации звука в жидком волноводе при поглощении в нем лазерного излучения с модулированной интенсивностью. Считается, что механизм генерации звука носит чисто тепловой характер и рассматривается установившийся режим генерации. Поле в волноводе представляется в виде суммы нормальных волн, для амплитуд которых при гауссовой форме распределения интенсивности оптического излучения получены конечные выражения. Оценена максимальная эффективность оптической генерации звука в волноводе. Показано, что, изменяя параметры лазерного пучка, можно повышать эффективность генерации нормальных волн определенных номеров. Оценено влияние на звуковое поле в волноводе случайных флуктуаций поперечного распределения интенсивности в лазерном пучке.

Ниже рассматривается простой способ оценки мощности звуковых колебаний, генерируемых в жидком волноводе при поглощении лазерного излучения с модулированной интенсивностью. Предполагается, что интенсивность лазерного излучения относительно невелика и по крайней мере такова, что изменения агрегатного состояния вещества в области поглощения оптического излучения не происходит. Таким образом, считается, что механизм генерации звука носит чисто тепловой характер. Кратко такой механизм рассматривался в обзоре [1].

В работе [2] и в особенности в обстоятельной статье [3] дана теория оптической генерации звука в жидком полупространстве. Между тем экспериментальное изучение эффектов генерации звука в жидкости при поглощении в ней лазерного излучения проводится обычно в условиях, когда жидкость помещена в кювету или ванну (см., например, работу [4]). В частности, в этой связи практически важным может оказаться волноводный характер распространения генерируемого звука.

Рассмотрим для простоты плоскую задачу. Пусть луч лазера, распространяющийся в положительном направлении оси z, падает перпендикулярно на поверхность жидкости при $z=0$. На некотором расстоянии от поверхности жидкости при $z=d$ имеется жесткая плоская граница, параллельная поверхности жидкости.

Звуковое поле в волноводе описывается решением уравнения

$$\Delta p-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}=-\frac{\beta}{c_p}\frac{\partial H}{\partial t}, \qquad (1)$$

где c — скорость звука в жидкости, β — коэффициент теплового объемного расширения жидкости, c_p — удельная теплоемкость, H — плотность мощности тепловых источников, обусловленных поглощением в жидкости энергии оптического излучения. Заметим, что мы не будем здесь интересоваться затуханием звука. Решение уравнения (1) должно удовлетворять граничным условиям

$$(2) \qquad p|_{z=0}=0 \quad \partial p/\partial z|_{z=d}=0$$

и условию погашаемости на бесконечности.

В рассматриваемом случае для плотности мощности тепловых источников можно написать выражение

$$H(x, z, t)=A\alpha I(x) \exp(-\alpha z)(1+m\cos\omega t),$$

где $I(x)$ — интенсивность света в точке x на поверхности жидкости, A — коэффициент прохождения света через поверхность жидкости, α — коэффициент поглощения света в жидкости, m — индекс модуляции $0\leqslant m\leqslant 1$. Для удобства дальнейших выкладок напишем $\partial H/\partial t$ в комплексной форме:

$$\partial H/\partial t=-i\omega m A\alpha I(x)\exp(-\alpha z)\exp(-i\omega t),$$

полагая, как обычно при этом, что физический смысл имеет лишь действительная часть решения, и опуская в дальнейших выкладках фактор $\exp(-i\omega t)$.

Решение уравнения (1), удовлетворяющее граничным условиям (2), вне области действия тепловых источников напишем в виде

$$p(x, z)=\sum_{n=0}^{\infty} a_n p_n^{+}(x, z), \quad \text{при } x>0,$$

$$p(x, z)=\sum_{n=0}^{\infty} b_n p_n^{-}(x, z) \quad \text{при } x<0.$$

Здесь

$$(3) \qquad p_n^{\pm}(x, z)=\sqrt{2/d}\sin[\pi(n+1/2)z/d]\exp(\pm ik_n x),$$
$$k_n=\{k^2-[\pi(n+1/2)/d]^2\}^{1/2},$$

где $k=\omega/c$ — волновое число звука.

Для определения неизвестных амплитуд a_n воспользуемся формулой Грина, причем в качестве вспомогательной функции возьмем $p_n^{-}(x, z)$. Граница L области интегрирования S, включающей тепловые источники, состоит из свободной границы жидкости, абсолютно жесткой границы волновода и сечений волновода, удаленных на некоторое расстояние l от области действия тепловых источников. Таким образом,

$$(4) \qquad \int_S [p_n^{-}\Delta p-p\Delta p_n^{-}]\,dS=\oint_L\left(p_n^{-}\frac{\partial p}{\partial n}-p\frac{\partial p_n^{-}}{\partial n}\right)dL=$$
$$=i\omega m\frac{A\alpha\beta}{c_p}\int_S I(x)\exp(-\alpha z)p_n^{-}\,dS.$$

Принимая во внимание граничные условия (2) и используя ортогональность нормальных волн $p_n^{\pm}(x, z)$, интеграл по L легко вычисляется. В результате получаем

$$(5) \qquad -2ik_n a_n=i\omega m\frac{A\alpha\beta}{c_p}\int_{-l}^{l}\int_{0}^{d} I(x)\exp(-\alpha z)p_n^{-}(x, z)\,dx\,dz.$$

Для лазерного пучка с гауссовым профилем $I(x)=I_0\exp(-x^2/a^2)$, вычисляя интегралы в формуле (5), мы получаем

$$(6) \qquad a_n=\frac{A\alpha\beta I_0 m\omega a}{c_p k_n}\sqrt{\frac{\pi d}{2}}\exp\left(-\frac{k_n^2a^2}{4}\right)\frac{\pi(n+1/2)}{[\pi(n+1/2)]^2+(\alpha d)^2}$$

Это выражение получено в предположении $\exp(-l^2/a^2) \ll 1$, $\exp(-\alpha d) \ll 1$, что практически всегда выполняется. Из соображений симметрии ясно, что $b_n = a_n$.

Мощность звуковых колебаний, переносимая нормальной волной, определяется соотношением $W_n = |a_n|^2 \operatorname{Re}(Z_n^{-1})$, где $Z_n = \rho c[1 - \pi^2 (n + 1/2)^2/(kd)^2]^{-1/2}$ — импеданц излучения. Полная мощность звуковых колебаний, генерируемых лазерным источником, определяется как сумма мощностей нормальных волн.

Изложенную выше процедуру нетрудно распространить на случай трехмерной задачи. Если допустить, что оптическое излучение фокусируется на поверхности жидкости в виде пятна радиуса a и $I(r)$ — распределение интенсивности в лазерном пучке не зависит от угловой координаты φ, то задача преобретает цилиндрическую симметрию. Решение уравнения (1) в этом случае напишем в виде

$$p(r, z) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \sqrt{2/d}\, H_0^{(1)}(k_n r) \sin[\pi(n+1/2) z/d],$$

где $H_0^{(1)}$ — функция Ганкеля 1-го рода, а k_n определяется формулой (3). Неизвестные амплитуды A_n нетрудно найти, пользуясь той же схемой рассуждений и расчетов, что и выше, и принимая в качестве вспомогательной функции

$$\tilde{p}_n(r, z) = \sqrt{2/d}\, J_0(k_n r) \sin[\pi(n+1/2) z/d],$$

где J_0 — функция Бесселя нулевого порядка. После несложных выкладок, аналогичных приведенным выше, получим для A_n выражение

$$A_n = -\frac{A\alpha\beta\omega m}{2c_p} \sqrt{2d} \frac{n+1/2}{(n+1/2)^2 + (\alpha d/\pi)^2} \int_0^{\infty} r I(r) J_0(k_n r)\, dr.$$

Если принять гауссову форму лазерного пучка $I(r) = I_0 \exp(-r^2/a^2)$, то получим

$$A_n = -\frac{A\alpha\beta\omega m}{4c_p} I_0 \sqrt{2d}\, a^2 \exp\left(-\frac{k_n^2 a^2}{4}\right) \frac{n+1/2}{(n+1/2)^2 + (\alpha d/\pi)^2}. \tag{7}$$

Мощность звуковых колебаний W_n, переносимая распространяющейся нормальной волной с номером n, определяется в данном случае выражением $W_n = 2|A_n|^2 Re(Z_n^{-1})/k_n$, где Z_n — импеданц излучения. Практический интерес может представлять так называемый коэффициент преобразования, под которым обычно подразумевают отношение мощности звуковых колебаний к мощности оптического излучения. Используя формулу (7) и учитывая, что мощность излучения лазера P при гауссовой форме пучка равна $I_0 \pi a^2$, коэффициент преобразования для отдельной нормальной волны запишем в виде

$$\eta_n = \frac{W_n}{P} = I_0 \frac{\omega}{\pi\rho} \left(\frac{A\beta m}{2c_p}\right)^2 d(\alpha a)^2 \times \exp\left(-\frac{k_n^2 a^2}{2}\right) \left[\frac{n+1/2}{(n+1/2)^2 + (\alpha d/\pi)^2}\right]^2. \tag{8}$$

Отсюда нетрудно получить соотношения между параметрами задачи, при выполнении которых эффективность оптического возбуждения в волноводе нормальной волны с номером n максимальна. Так, дифференцируя выражение (8) по α и a, получим, что η_n максимально при

$$\alpha = \pi(n+1/2)/d, \quad a = \sqrt{2}/k_n. \tag{9}$$

Ясно, что размеры области эффективного тепловыделения и, следовательно, эффективной генерации звука по порядку величины равны $1/\alpha$ и a. Таким образом, формула (9) означает, что η_n максимально, если величины, обратные горизонтальному и вертикальному размерам области эффективного тепловыделения, равны соответственно горизонтальной и вертикальной компонентам волнового вектора в данной нормальной волне.

Значения a и α, при которых η_n достигает максимума, различны для различных номеров n. Это позволяет предположить, что, изменяя эти параметры, можно возбуждать в волноводе в основном ту или иную нормальную волну. Действительно, исследуя зависимость η_n от n, можно показать, что η_n при $\alpha a > 0{,}59$ растет с ростом n и, следовательно, возбуждаются в основном нормальные волны с большими номерами. При $\alpha a < 0{,}59$ η_n может возрастать или убывать с ростом n или достигать максимума при $n < N-1$, где N — число распространяющихся нормальных волн в волноводе.

Ясно, что отношение полной мощности звуковых колебаний W, генерируемых в волноводе оптическим излучением, к мощности излучения лазера определяется выражением

$$\eta = \frac{W}{P} = \sum_{n=0}^{N-1} \eta_n. \tag{10}$$

Здесь не удается получить простых аналитических соотношений типа (9), при выполнении которых η достигает максимума, и удобно в каждом конкретном случае максимум η искать численно. Приведем пример такого расчета. Пусть $\omega/2\pi = 10^5$ *гц* ($k \approx 4$ *см*$^{-1}$), $d = 5$ *см* (шесть распространяющихся нормальных волн). Примем $A \approx 1$, $m \simeq 1$. Для воды $\beta = 3 \cdot 10^{-4}$ *град*$^{-1}$, $c_p = 4{,}2$ *дж/г·град*. При этом $\eta_{\max} \simeq 4{,}4 \cdot 10^{-12}\, I_0$ *вт/см*$^{-2}$ и достигается при $\alpha \approx 2{,}66$ *см*$^{-1}$, $a \approx 0{,}5$ *см*. Укажем для сравнения, что в работе [3] для полупространства получено $\eta_{\max} \simeq 5 \cdot 10^{-12}\, I_0$.

Приведем еще один численный пример. Пусть при той же частоте звука $\alpha = 0{,}18$ *см*$^{-1}$, $a = 0{,}25$ *см*. В волноводе с $d = 5$ *см* ($N = 6$) $\eta \simeq 4{,}8 \cdot 10^{-13}\, I_0$, $d = 10$ *см* ($N = 13$) $\eta \approx 4{,}4 \cdot 10^{-13}\, I_0$. Отметим, что в полупространстве при таких значениях α и a характеристика направленности излучения сильно вытянута вдоль поверхности [3], а эффективность генерации звука $\eta \approx 3{,}9 \cdot 10^{-13}\, I_0$.

До сих пор предполагалось, что распределение интенсивности лазерного излучения $I(r)$ задано и не изменяется во времени. Однако в реальных случаях луч неоднороден в пространстве и флуктуирует с течением времени случайным образом. Как указывалось в работе [3], если рассматривать генерацию звука с частотами порядка 10 *кгц* и выше, то временные изменения распределения интенсивности можно считать медленными по сравнению с ω. При этом описанным выше способом можно легко получить выражения для среднего звукового поля и для дисперсии флуктуаций амплитуды звукового поля в волноводе, считая распределение интенсивности света в лазерном луче $I(r, \varphi)$ случайной функцией лишь пространственных координат и проводя усреднение по ансамблю реализаций $I(r, \varphi)$. Такая процедура будет, в частности, соответствовать усреднению по времени, если время усреднения много больше характерного времени изменения $I(r, \varphi)$.

Пусть $I(r, \varphi) = I(r)(1 + q(r, \varphi))$, где $I(r)$ — среднее распределение, не зависящее от угла φ, а $q(r, \varphi)$ — случайная функция и среднее $\overline{q(r, \varphi)} = 0$. В данном случае функция $I(r, \varphi)$, вообще говоря, зависит от угловой координаты φ и задача теряет цилиндрическую симметрию. Поле в волноводе теперь напишем в виде

$$p(r, \varphi, z) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{nl} e^{il\varphi} H_l^{(1)}(k_n r) \sqrt{2/d} \sin[\pi(n + 1/2) z/d],$$

а в качестве вспомогательной функции возьмем

$$\tilde{p}_{nl}(r, \varphi, z) = e^{-il\varphi} J_l(k_n r) \sqrt{2/d} \sin[\pi(n+1/2)z/d].$$

Описанным выше методом нетрудно получить для A_{nl} выражение

$$A_{nl} = -\frac{A\alpha\beta\omega m}{4\pi c_p} \sqrt{2d} \frac{n+1/2}{(n+1/2)^2 + (\alpha d/\pi)^2} \times \tag{11}$$

$$\times \int_0^\infty \int_0^{2\pi} I(r)\,(1+q(r,\varphi))\,J_l(k_n r)\, e^{-il\varphi}\, r\, dr\, d\varphi$$

Отсюда сразу следует, что среднее значение амплитуд нормальных волн $\bar{A}_{nl}=0$ для $l\neq 0$, а для $\bar{A}_{n0}$ — выражение (7) при гауссовой форме лазерного пучка. Для дисперсии случайной составляющей амплитуд $A_{nl}'=A_{nl}-\bar{A}_{nl}$ из формулы (11) получаем

$$\overline{|A_{nl}'|^2} = \left\{ \frac{A\alpha\beta\omega m}{4\pi c_p} \sqrt{2d} \frac{n+1/2}{(n+1/2)^2 + (\alpha d/\pi)^2} \right\}^2 \times \tag{12}$$

$$\times \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} I(r) I(r_1) B(r, r_1, \varphi, \varphi_1) J_l(k_n r) J_l(k_n r_1) \times$$

$$\times e^{il(\varphi_1-\varphi)}\, r r_1\, dr\, dr_1\, d\varphi\, d\varphi_1,$$

где $B(r, r_1, \varphi, \varphi_1)$ — функция корреляции неоднородностей распределения интенсивности оптического излучения. Для конкретного вида функции $I(r)$, определяющей среднее распределение интенсивности в лазерном пучке, и функции корреляции неоднородностей этого распределения по формуле (12) может быть рассчитана дисперсия флуктуаций амплитуды каждой нормальной волны в волноводе. Отметим здесь лишь один частный случай. Если распределение интенсивности в лазерном пучке остается неизменным, а флуктуирует мощность излучения, из формулы (12) получаем $\overline{|A_{nl}'|^2}=0$ при $l\neq 0$ и

$$\{\overline{|A_{n0}'|^2}\}^{1/2} = \bar{A}_{n0} \overline{(\Delta P^2)}^{1/2}/P,$$

где ΔP и P — соответственно флуктуация мощности и средняя мощность излучения лазера. Аналогичный результат был получен в работе [3] для полупространства.

Таким образом, в результате теоретического рассмотрения процесса генерации звука в жидком волноводе при поглощении в нем оптического излучения с модулированной интенсивностью нами получены выражения для вычисления амплитуд нормальных волн и мощности звуковых колебаний и даны оценки эффективности оптической генерации звука в волноводе; установлено, что изменяя параметры луча, можно повышать эффективность генерации отдельных нормальных волн. Оценено влияние на звуковое поле в волноводе случайных флуктуаций поперечного распределения интенсивности в лазерном пучке.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ф. В. Бункин, В. М. Комиссаров.* Оптическое возбуждение звуковых волн. Акуст. ж., 1973, *19*, 3, 305–320.
2. *P. J. Westervelt, R. S. Larson*, Laser-excited broadside array. J. Acoust. Soc. America, 1973, *54*, 1, 121–122.
3. *А. И. Божков, Ф. В. Бункин.* Генерация звука в жидкости при поглощении в ней лазерного излучения с модулированной интенсивностью. Квантовая электроника, 1975, *2*, 8, 1763–1776.
4. *Н. Н. Ботыгина, В. И. Букатый, С. С. Хмелевцов.* Исследования акустических волн, возникающих в воде под действием лазерного импульса. Симпозиум по физике акусто-гидродинамических явлений. Сб. докладов, М., «Наука», 1975, 164–166.

Акустический институт
Академии наук СССР

Поступила
22 марта 1976 г.