

РОСТ ПАРОВЫХ ПУЗЫРЬКОВ В УЛЬТРАЗВУКОВОМ ПОЛЕ

В. А. Акуличев, В. Н. Алексеев, В. П. Юшин

Проведено теоретическое рассмотрение динамики паровых пузырьков в ультразвуковом поле. Исследована зависимость порога роста пузырьков, а также их асимптотических размеров от термодинамических свойств жидкости, статического пережатия и частоты ультразвукового поля. Показано сильное влияние резонансных свойств пузырьков на их пороги роста. Приведены конкретные данные для ряда криогенных жидкостей и для кипящей воды.

Кавитация в криогенных и кипящих жидкостях обладает той особенностью, что ее возникновение и развитие определяется динамикой чисто паровых полостей. Газовые включения посторонних веществ, присутствующие в обычных жидкостях, принципиально не могут существовать, например, в такой жидкости, как жидкий гелий. Что касается других криогенных жидкостей, то вследствие технологии их получения и хранения в условиях длительного кипения газовые включения не могут содержаться в них в заметных количествах. В настоящее время имеется целый ряд работ по экспериментальному и теоретическому исследованию динамики паровых полостей в ультразвуковом поле. Обширная библиография вопроса содержится в обзоре [1].

Ниже проводится анализ приближенных решений системы уравнений, описывающих поведение паровых полостей в звуковом поле. Используемая здесь система основных уравнений расширена и дополнена по сравнению с аналогичной системой, предложенной в работах [2, 3]. Мы будем учитывать неоднородность температуры и давления внутри пузырька, а также конечность скорости испарения вещества в вакуум, т. е. неравновесность процесса испарения жидкости. При выводе системы уравнений использовались обычные предположения о сферически-симметричном характере пульсаций пузырька, несжимаемости жидкости и малости радиуса пузырька R по сравнению с длиной волны звука λ в жидкости. В таком случае динамические уравнения записываются следующим образом:

$$(1) \quad p(R, t) = p(\infty, t) + \rho \left(\dot{u}R + 2u\dot{R} - \frac{1}{2}u^2 \right),$$

$$(2) \quad \rho c_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + u(R) \frac{R^2}{r^2} \frac{\partial T}{\partial r} \right] = \\ = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \kappa \frac{\partial T}{\partial r} \right) + 12\eta u^2(R) \frac{R^4}{r^6}, \quad r > R(t),$$

где $p(R, t)$ и $u(R)$ — давление и скорость жидкости на поверхности пузырька, ρ — плотность жидкости, а c_p , κ и η — соответствующие коэффициенты теплоемкости, теплопроводности и вязкости. Уравнения (1) и (2) необходимо дополнить системой уравнений, описывающей паровую фазу, которую в общем случае считаем сжимаемой:

$$(3) \quad \frac{\partial \rho'}{\partial t} + u' \frac{\partial \rho'}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho' u') = 0,$$

$$(4) \quad \frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u'^2}{2} \right) + \frac{1}{\rho'} \frac{\partial p'}{\partial r} = 0,$$

$$(5) \quad \rho' c_p' \left(\frac{\partial T'}{\partial t} + u' \frac{\partial T'}{\partial r} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \kappa' \frac{\partial T'}{\partial r} \right) + \alpha' T' \frac{dp'}{dt},$$

$$(6) \quad \frac{d\rho'}{\rho'} = \beta' dp' - \alpha' dT', \quad \text{где}$$

$$\beta' = \frac{1}{\rho'} \left(\frac{\partial \rho'}{\partial p} \right)_T, \quad \alpha' = - \frac{1}{\rho'} \left(\frac{\partial \rho'}{\partial T} \right)_p.$$

Обозначения всех величин здесь те же самые, что и выше, но с добавлением штриха. Помимо написанных уравнений на границе раздела фаз должны удовлетворяться следующие граничные условия, вытекающие из законов сохранения массы, импульса и энергии:

$$(7) \quad \rho [\dot{R} - u(R)] = \rho' [\dot{R} - u'(R)] = j,$$

$$(8) \quad p'(R, t) - \sigma_{rr}' + j^2/\rho' = p(R, t) + 2\sigma/R - \sigma_{rr} + j^2/\rho,$$

$$(9) \quad jL + j \frac{2\sigma}{\rho R} - j \frac{\sigma_{rr}'}{\rho'} + \frac{j^2}{\rho \rho' \beta' U_{ev}} + \frac{j^3}{2\rho'^2} - \\ - \frac{T}{R^2} \frac{d}{dt} \left(R^2 \frac{d\sigma}{dT} \right) = \kappa \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_R - \kappa' \left(\frac{\partial T'}{\partial r} \right)_R,$$

где $j = (4\pi R^2)^{-1} dM'/dt$ — поток массы пара M' , $\sigma_{rr} = \left(\frac{4}{3} \eta + \zeta \right) \frac{\partial u}{\partial r} + 2 \frac{u}{r} \left(\zeta - \frac{2}{3} \eta \right)$ — тензор вязких напряжений, L — теплота парообразования, а σ — коэффициент поверхностного натяжения. Скорость испарения вещества в вакуум U_{ev} считается конечной и для идеального газа выражается через коэффициент аккомодации $\bar{\alpha}$, давление и плотность пара [4]:

$$(10) \quad U_{ev} = \bar{\alpha} \sqrt{p'(R, t)/2\pi\rho'}.$$

В приближении слабой неравновесности характера испарения жидкости внутри пузырька считается, что

$$(11) \quad T'(r=R(t), t) \simeq T(r=R(t), t),$$

$$(12) \quad j = \beta' \rho' U_{ev} [p_{\sigma}'(T) - p'(\rho', T')],$$

где $p_{\sigma}'(T)$ — давление насыщенных паров, которое связано с температурой уравнением Клаузиуса — Клапейрона. При малых радиусах зародышевых пузырьков давление p_{σ}' должно учитывать поправку на криволинейность поверхности раздела фаз.

Воздействие звука на пузырек можно описать условием:

$$(13) \quad p(\infty, t) = p_{\sigma}'(T_0) + \Delta p + p_m \cos \omega t,$$

где T_0 — температура жидкости на «бесконечности», а Δp — статическое пережатие, вводимое для исключения паразитного кипения жидкости при отсутствии звука. В центре пузырька ставятся дополнительные условия конечности значений искомых величин.

Далее определяется вынужденное решение приведенной системы уравнений с помощью теории возмущений. Линейные решения уравнений представляются в следующем виде:

$$(14) \quad R(t) = \bar{R}(t) + R_1(t) e^{-i\omega t},$$

где амплитуда колебаний радиуса R_1 считается малой по сравнению со средним радиусом пузырька \bar{R} , а период изменений средних размеров велик по сравнению с периодом звуковой волны $2\pi/\omega$. Аналогичные выражения можно написать и для других неизвестных величин:

$$M'(t) = \bar{M}'(t) + M_1(t) e^{-i\omega t}, \\ T(r, t) = \bar{T}(r, t) + T_1(r, t) e^{-i\omega t}, \dots$$

Линейное выражение для амплитуды колебаний радиуса R_1 не зависит от времени и выражается через вспомогательные величины K и q :

$$(15) \quad R_1 = -p_m \frac{\bar{R}K}{3q},$$

где коэффициент K имеет простой физический смысл собственной сжимаемости парового пузырька $K = -\frac{1}{V'} \frac{\partial V'}{\partial p'} = -\frac{3}{R} \frac{\delta R}{\delta p'}$. В отличие от адиабатической сжимаемости $K = 1/\rho' c'^2$ газового пузырька или его изотермической сжимаемости $K = \gamma'/\rho' c'^2$ сжимаемость парового пузырька учитывает массообмен и имеет довольно сложный вид:

$$(16) \quad K = \frac{3\rho c_p}{2\rho' L} \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_\sigma \frac{1-i\omega\tau_1}{1-i\omega\tau_2} \frac{\sqrt{2D/\omega}}{\bar{R}} \left(1+i+i \frac{\sqrt{2D/\omega}}{\bar{R}} \right) - \\ - \left(1-\nu_1' - i\omega \frac{\alpha' \bar{T}' D'}{L} \frac{1-i\omega\tau_1}{1-i\omega\tau_2} \right) \left(\frac{1}{2} + B_\sigma \right) \frac{3c_p' f(k_1' \bar{R})}{\alpha' \bar{T}' \omega^2 \bar{R}^2} \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_\sigma - \\ - \left(1-\nu_2' - i\omega \frac{\alpha' \bar{T}' D'}{L} \frac{1-i\omega\tau_1}{1-i\omega\tau_2} \right) \left(\frac{1}{2} - B_\sigma \right) \frac{3c_p' f(k_2' \bar{R})}{\alpha' \bar{T}' \omega^2 \bar{R}^2} \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_\sigma.$$

Здесь D и D' — коэффициенты температуропроводности жидкости и пара, а $c'_\sigma = T'(\partial s'/\partial T)_\sigma$ — теплоемкость пара, у которой знак σ обозначает, что производная $\partial s'/\partial T$ взята вдоль кривой фазового равновесия. Безразмерные числа $\nu_1' = D' \frac{k_1'^2}{i\omega}$ и $\nu_2' = D' \frac{k_2'^2}{i\omega}$ связаны с волновыми числами звуковых и тепловых волн:

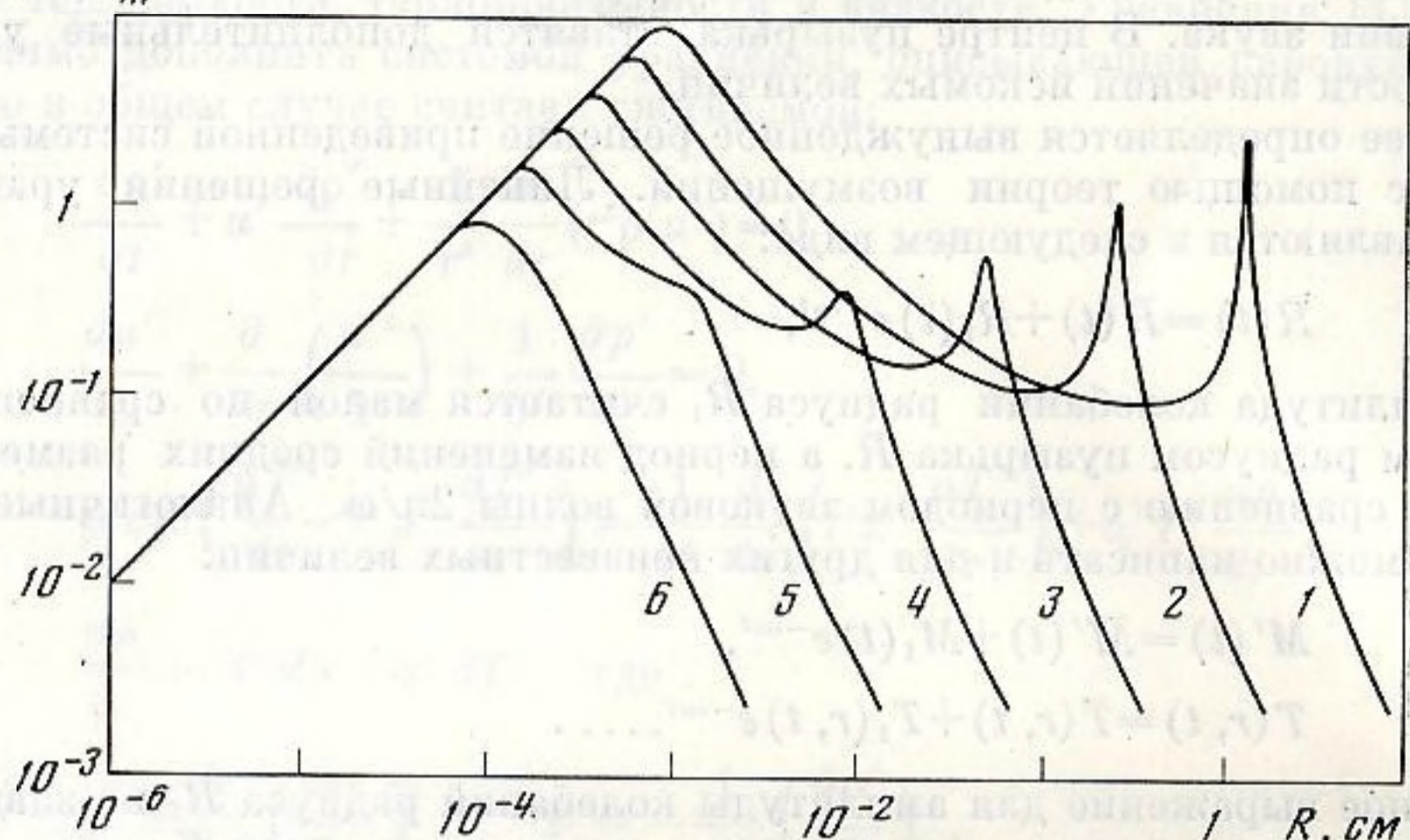
$$(17) \quad k_1' \approx \frac{\omega}{c'} \left[1+i \frac{\omega}{2\rho' c'^2} \left(\frac{4}{3} \eta' + \xi' + \frac{\kappa'}{c'_v} - \frac{\kappa'}{c'_p} \right) \right], \\ k_2' \approx \frac{1+i}{\sqrt{2D'/\omega}} \left[1+i \frac{\omega}{2\rho' c'^2} (\gamma'-1) \left(\frac{4}{3} \eta' + \xi' - \frac{\kappa'}{c'_p} \right) \right],$$

и с помощью этих чисел определяется коэффициент B_σ :

$$B_\sigma = \left(\frac{\nu_1' + \nu_2'}{2} - \frac{c'_\sigma}{c'_p} \right) / (\nu_2' - \nu_1').$$

Функция $f(z) = z \operatorname{ctg} z - 1$. Учет неравновесного характера фазового пере-

$$\frac{R_m}{\bar{R}} \frac{1}{P_m}, \text{ атм}^{-1}$$



Фиг. 1. Зависимость функции отклика от радиуса паровых пузырьков для различных частот: 1 — 400 Гц, 2 — 2 кГц, 3 — 10 кГц, 4 — 50 кГц, 5 — 250 кГц, 6 — 1,25 МГц

хода производится здесь с помощью релаксационных множителей типа $(1-i\omega\tau)$, в которых времена релаксации τ_1 и τ_2 равны

$$(18) \quad \tau_1 \approx - \frac{\bar{R}}{U_{ev}} \frac{c_p' - c_v'}{c_p' - c_\sigma'} \frac{f(k_2' \bar{R})}{(k_2' \bar{R})},$$

$$\tau_2 \approx \frac{\bar{R}}{U_{ev}} \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_\sigma \left[\frac{\rho c_p}{2\rho' \beta' L} \frac{\sqrt{2D/\omega}}{\bar{R}} \left(1+i+i \frac{\sqrt{2D/\omega}}{\bar{R}} \right) - \frac{c_p'}{\beta' L} \frac{f(k_2' \bar{R})}{(k_2' \bar{R})^2} \right].$$

Заметим, что при условии $\omega \ll \min \left\{ \frac{1}{\tau_1}, \frac{1}{\tau_2} \right\}$ релаксационными множителя-

ми можно пренебречь и процесс массообмена считать квазиравновесным. Это соответствует бесконечно большой скорости испарения вещества в вакуум U_{ev} , и из уравнения (12) следует, что в этом случае давление пара на границе раздела фаз равно соответствующему давлению насыщенных паров. Случай $|\omega\tau| \gg 1$ соответствует отсутствию массопереноса ($U_{ev} \rightarrow 0$), и выражение (16) формально переходит в выражение для сжимаемости газового пузырька с учетом теплообмена.

Что касается множителя q в формуле (15), то он учитывает резонансные свойства парового пузырька и имеет вид:

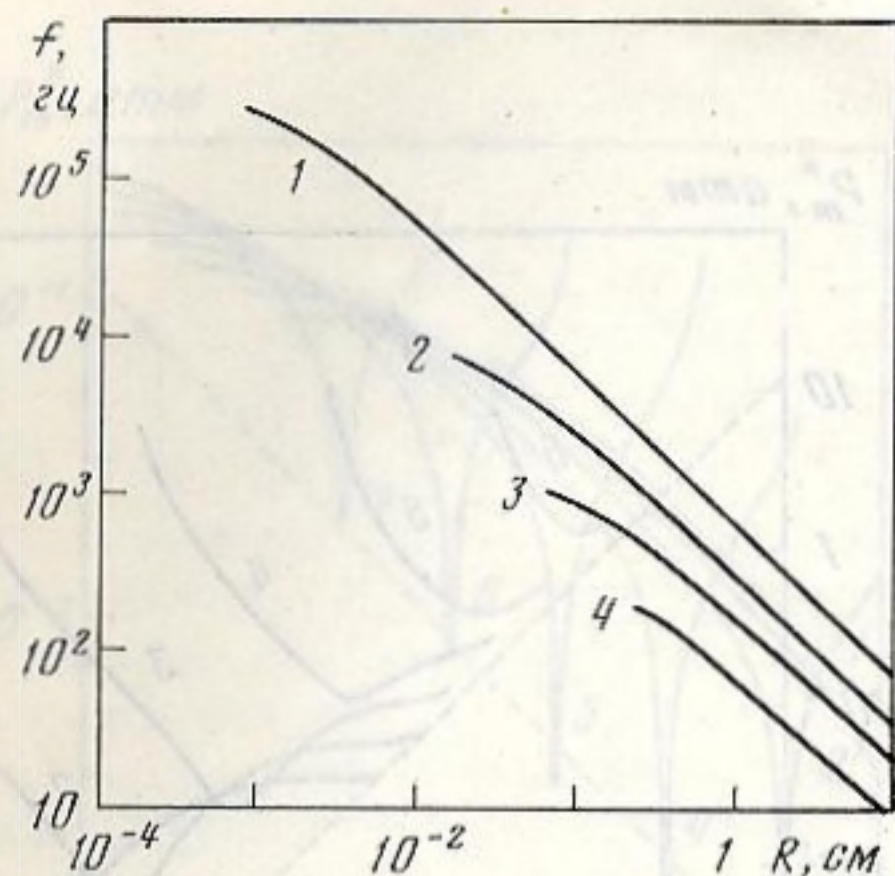
$$(19) \quad q = 1 + \frac{\rho' c_p'}{\alpha' T'} \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_\sigma \tilde{u} - \left(\frac{2\sigma}{\bar{R}} + 4i\omega\eta + \frac{\rho\omega^2 \bar{R}^2}{1-ik_1 \bar{R}} \right) \frac{K}{3},$$

где

$$\tilde{u} = (1-\nu_1') \left(\frac{1}{2} + B_\sigma \right) f(k_1' \bar{R}) + (1-\nu_2') \left(\frac{1}{2} - B_\sigma \right) f(k_2' \bar{R}).$$

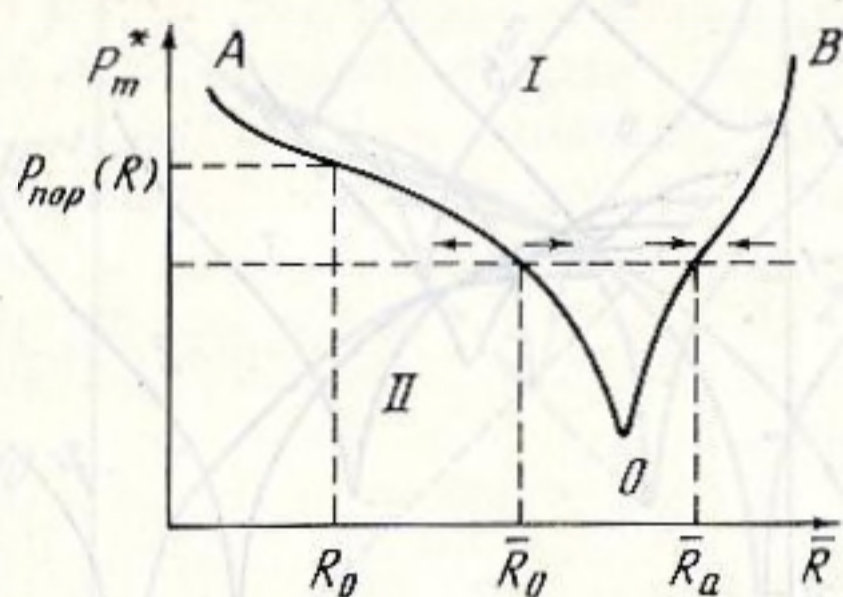
Этот множитель показывает, насколько амплитуда переменного давления внутри пузырька отличается от амплитуды вынуждающей силы, которой является переменное давление вдали от пузырька, т. е. $q = p_m/p_1'(R)$.

На фиг. 1 приведены зависимости функции отклика $|R_1|/\bar{R}p_m$ от радиуса паровых пузырьков на различных частотах в воде при $T_0 = 150^\circ \text{C}$. Графики показывают, что добротность парового пузырька сильно зависит



Фиг. 2

Фиг. 2. Зависимость резонансной частоты от размера парового пузырька. Вода при различных температурах: 1 — 150° С, 2 — 100° С, 3 — 80° С, 4 — 60° С



Фиг. 3

Фиг. 3. Общий вид зависимости порога роста паровых пузырьков от радиуса зародыша при определенной частоте акустического поля

от его размера. Добротность больших пузырьков велика, и их резонансная частота близка к собственной частоте адиабатического газового пузырька [5]. При уменьшении радиуса пузырька резонансная частота увеличивается, а добротность уменьшается. При размере пузырька, меньшем определенного, добротность пузырька становится меньше единицы и экстремум функции отклика, связанный с резонансом, пропадает. На фиг. 1 обращает на себя внимание пологий экстремум функции отклика при маленьких размерах пузырьков. Этот экстремум связан с влиянием поверхностного натяжения, а возможность его существования при определенных условиях для газовых пузырьков была показана в работе [6], а для паровых пузырьков — в работе [7]. Для маленьких пузырьков функция отклика имеет один экстремум, связанный с влиянием поверхностного натяжения (кривые 5 и 6).

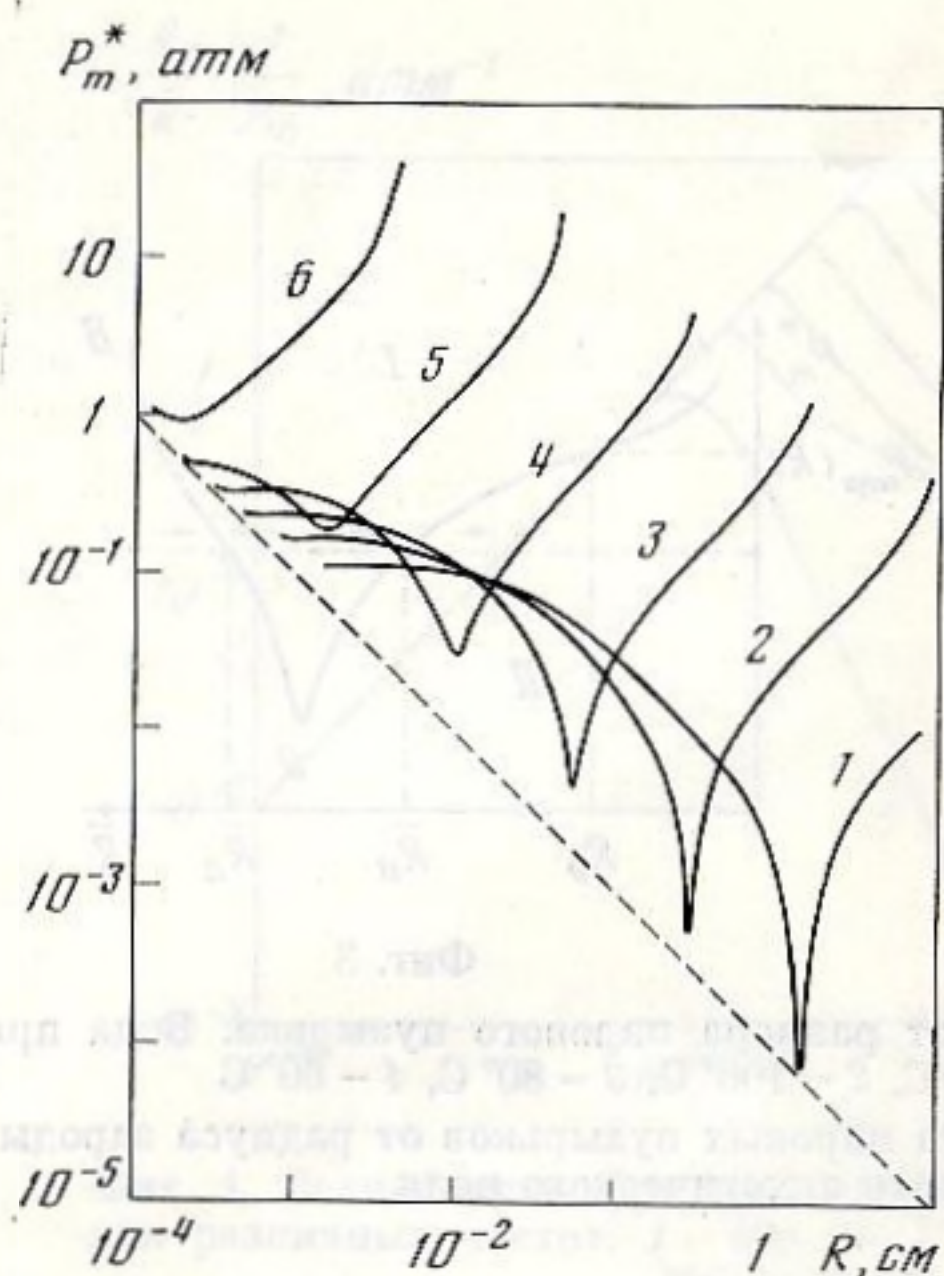
На основе анализа функции отклика можно построить кривую зависимости резонансной частоты парового пузырька от его радиуса. На фиг. 2 приведены графики резонансных частот паровых пузырьков в воде в зависимости от ее температуры и размера пузырьков. Левые границы графиков соответствуют исчезновению резонансного экстремума функции отклика из-за снижения добротности паровых пузырьков.

Известно, что воздействие ультразвука на паровой пузырек приводит к колебаниям его радиуса и изменению его средних размеров. Для нахождения скорости роста среднего радиуса пузырька в системе уравнений надо учесть члены, квадратичные по полю. Учет этих членов проведем так же, как и в работах [2, 3].

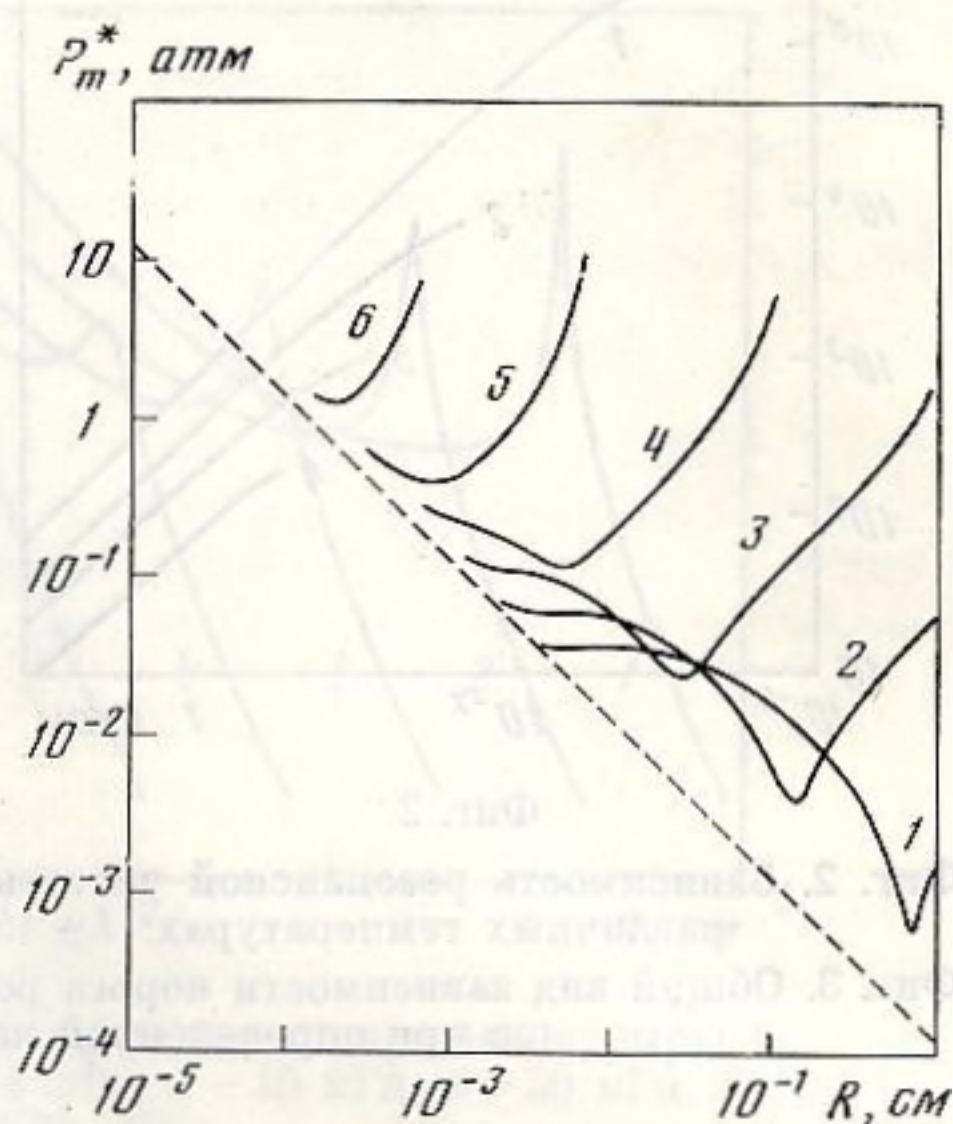
Учет неравновесности процессов испарения и конденсации, а также вязкости жидкости и пара существенно изменяет вид собственной сжимаемости парового пузырька K и резонансного множителя q по сравнению с работой [2], а также добавляет слагаемые в выражение для скорости изменения среднего радиуса, полученное в работе [3].

Не приводя промежуточных выкладок, аналогичных проведенным в работе [3], напишем выражение для скорости изменения среднего радиуса в конечном виде:

$$(20) \quad \frac{d\bar{R}}{dt} = \frac{\bar{\kappa}}{\bar{\rho}' L \bar{R}} \left[\frac{p_m^2}{|q|^2} \sum_{i=1}^8 A_i(\bar{R}, \omega) - \left(\Delta p + \frac{2\sigma}{\bar{R}} \right) \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_\sigma \right],$$



Фиг. 4



Фиг. 5

Фиг. 4. Зависимость порогов роста паровых пузырьков в воде при температуре 150°C от размера парового зародыша и частоты ультразвука: 1 — 400 Гц, 2 — 2 кГц, 3 — 10 кГц, 4 — 50 кГц, 5 — 250 кГц, 6 — 1,25 МГц

Фиг. 5. Зависимость порогов роста пузырьков в воде, кипящей при атмосферном давлении $T_0 = 100^\circ\text{C}$, от размера парового зародыша и частоты ультразвука

где

$$A_1 = -\frac{2}{3} \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_\sigma \left[(1 - 3 \operatorname{Re} F_5) \operatorname{Re} K - 3 \operatorname{Im} F_5 \operatorname{Im} K \right],$$

$$A_2 = -\frac{1}{4\kappa} \frac{d\kappa}{dT} \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_\sigma^2, \quad A_3 = -\frac{1}{4} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial p^2} \right)_\sigma,$$

$$A_4 = -\frac{\rho' c_p'}{3\rho c_p} \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_\sigma \left(\frac{\bar{R}}{\sqrt{2D/\omega}} \right)^2 \operatorname{Im} K,$$

$$A_5 = \frac{\rho'}{3\rho c_p} \frac{dL}{dT} \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_\sigma \left(\frac{\bar{R}}{\sqrt{2D/\omega}} \right)^2 \operatorname{Im} K,$$

$$A_6 = \frac{\rho'}{3\rho} \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_\sigma \left(\frac{\bar{R}}{\sqrt{2D/\omega}} \right)^2 \left[(1 - \operatorname{Re} F_3) \operatorname{Im} K + \right.$$

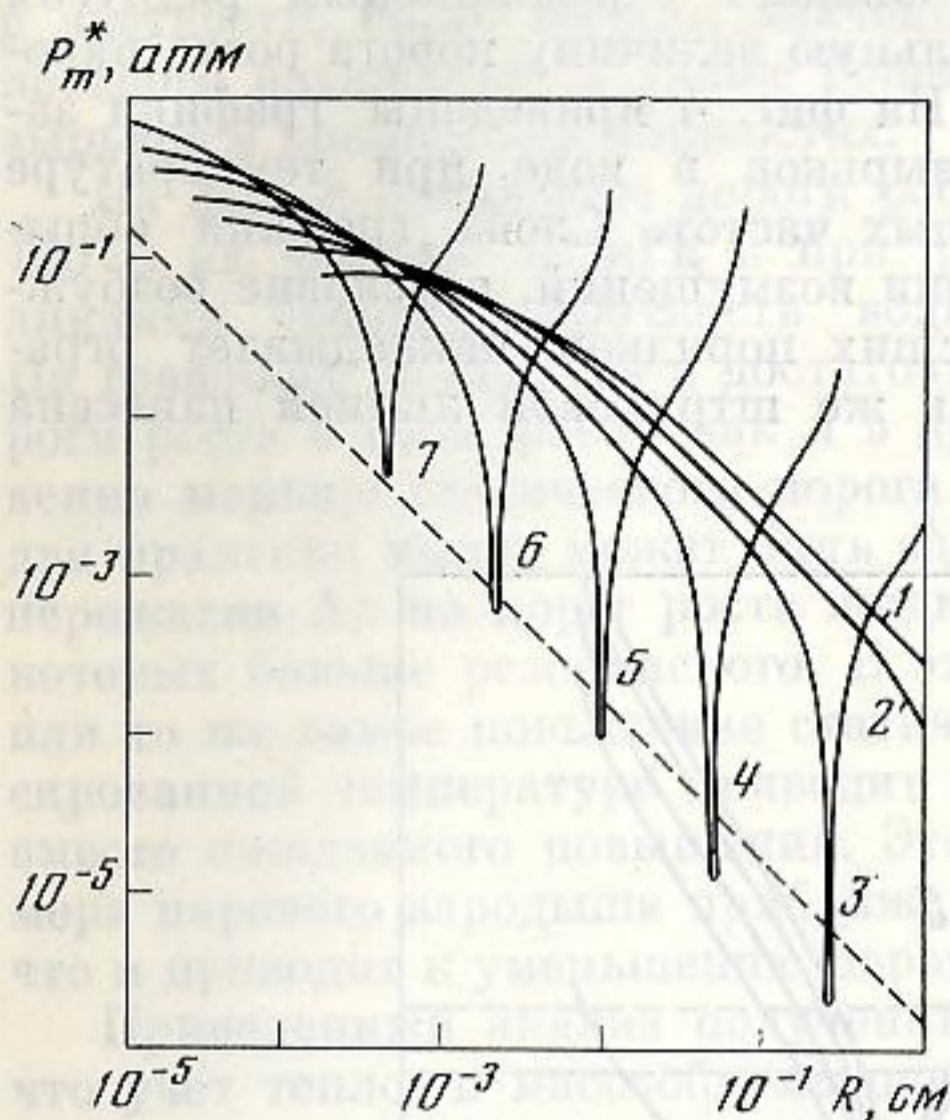
$$\left. + \operatorname{Im} F_3' \operatorname{Re} K - \frac{1}{\rho'} \left(\frac{\partial p'}{\partial p} \right)_\sigma \right],$$

$$A_7 = -\frac{\rho\omega\bar{R}^2}{36} \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_\sigma |K|^2, \quad A_8 = \frac{\eta\omega}{3\rho c_p} \left(\frac{\bar{R}}{\sqrt{2D/\omega}} \right)^2 |K|^2.$$

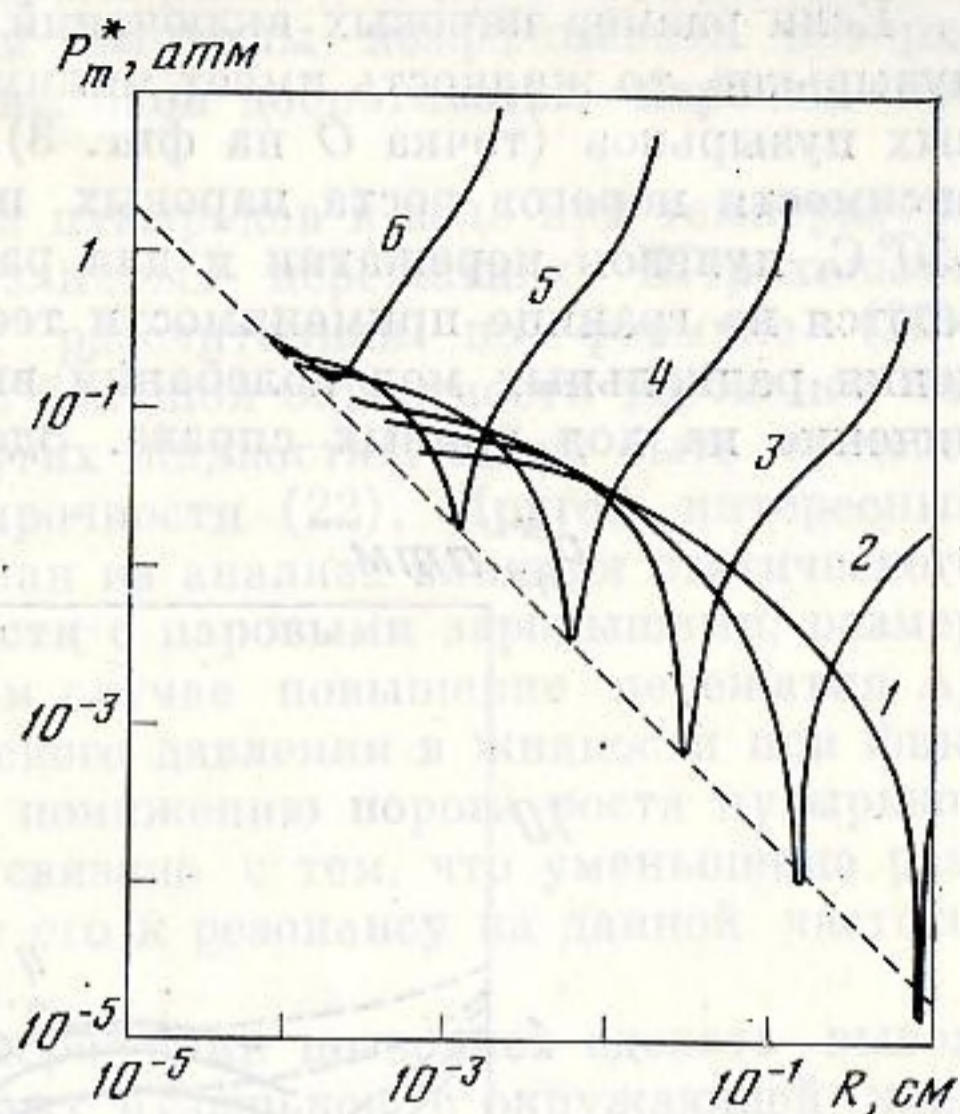
Функции F_3 и F_5 выражаются через интеграл:

$$F_n(x) = \int_0^\infty \frac{dt}{(1+t)^n} e^{(t-1)xt},$$

где $x = \bar{R}\sqrt{\omega/2D}$ при $n=3$ и 5 соответственно.



Фиг. 6. Пороги роста пузырьков в жидком водороде при температуре 27 К и нулевом пережатии



Фиг. 7. Пороги роста пузырьков в жидком азоте при температуре 77,35 К и нулевом пережатии

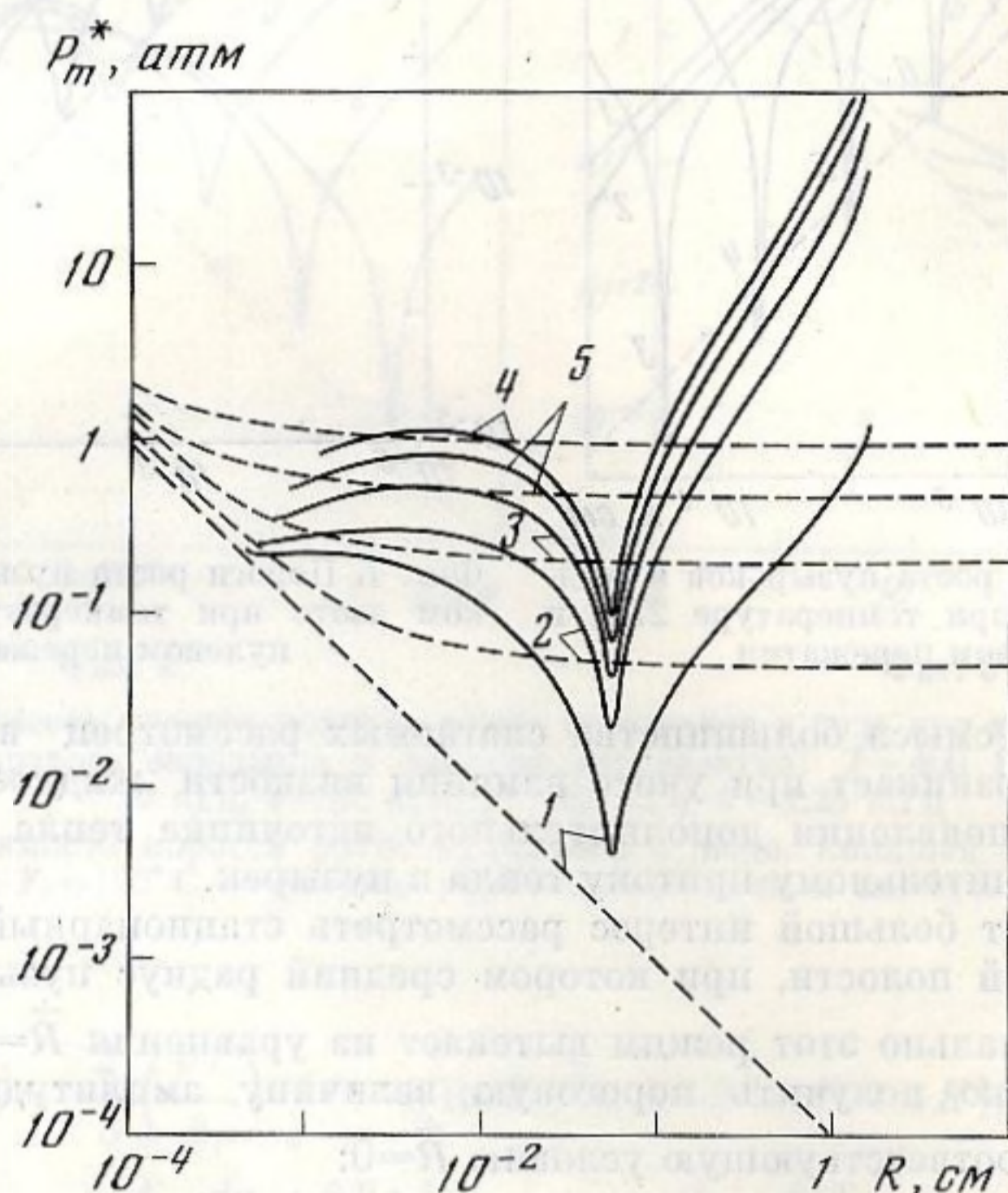
Физический смысл большинства слагаемых рассмотрен в работе [3], слагаемое A_8 возникает при учете влияния вязкости жидкости, которое выражается в появлении дополнительного источника тепла вблизи пузырька и дополнительному притоку тепла в пузырек.

Представляет большой интерес рассмотреть стационарный режим колебаний паровой полости, при котором средний радиус пузырька не изменяется. Формально этот режим вытекает из уравнения $\dot{\bar{R}}=0$. Из уравнения (20) легко получить пороговую величину амплитуды звукового давления p_m^* , соответствующую условию $\dot{\bar{R}}=0$:

$$(21) \quad (p_m^*)^2 = \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_\sigma \frac{|q|^2 (\Delta p + 2\sigma/\bar{R})}{\sum_{i=1}^8 A_i(\bar{R}, \omega)}$$

Качественный характер зависимости p_m^* от \bar{R} при определенной частоте звукового поля приведен на фиг. 3. Кривая $p_m^*(\bar{R})$, полученная из условия стационарности, делит плоскость (p_m, \bar{R}) на две области: I — область роста паровых пузырьков и II — область конденсации (коллапса) пузырьков. Для пузырька любого радиуса R_0 можно указать единственную величину пороговой амплитуды звука $p_{пор}(R_0)$, при превышении которой пузырек начинает расти. В то же время при заданной амплитуде звука p_m^* существуют два корня уравнения (21): R_0 и R_a . В этом случае можно указать как минимальный размер пузырька R_0 , начиная с которого пузырек растет, так и максимальный радиус полости, выше которого пузырек вырасти не может. Таким образом, кривая стационарного решения на плоскости (p_m, \bar{R}) имеет две ветви: AO — неустойчивую ветвь и OB — устойчивую. Если пузырек находится на кривой AO , то при небольшом изменении радиуса пузырька последний либо растет, либо захлопывается. Эту ветвь можно назвать графиком порога выпрямленной теплопередачи. Устойчивую ветвь OB можно назвать графиком асимптотических радиусов паровых пузырьков. Характер полученного решения хорошо согласуется с результатами численного расчета выхода паровых пузырьков на асимптотику, приведенными в работе [8].

Если размер паровых включений совпадает с резонансным радиусом пузырьков, то жидкость имеет минимальную величину порога роста паровых пузырьков (точка O на фиг. 3). На фиг. 4 приведены графики зависимости порогов роста паровых пузырьков в воде при температуре 150°C , нулевом пережатии и для разных частот. Слева графики обрываются на границе применимости теории возмущений, а условие возбуждения радиальных мод колебаний высших порядков накладывает ограничение на ход кривых справа. Здесь же штриховой линией нанесена



Фиг. 8. Влияние пережатия на пороги роста пузырьков в воде при температуре 150°C . Пережатие, атм: 1 — 0, 2 — 0,05, 3 — 0,2, 4 — 0,5, 5 — 1. Частота — 10 кГц

прочность жидкости с паровыми зародышами, рассчитанная по общеизвестной формуле [9]

$$(22) \quad p_m = \Delta p + \frac{2\sigma}{R},$$

в которой парциальное давление газа внутри пузырька положено равным нулю, а учтено только давление пара. Из графиков видно, что при нулевом пережатии динамические пороги роста паровых пузырьков лежат выше статических порогов, определяемых по формуле (22). Здесь также хорошо заметно влияние резонансных свойств паровых пузырьков на пороги их роста. Это явление имеет соответствующую аналогию в теории газовой кавитации [10]. На фиг. 5 приведены для сравнения пороги роста пузырьков в воде, кипящей при атмосферном давлении.

Оказывается, что термодинамические свойства жидкостей сильно влияют на их прочность. На фиг. 6 и 7 приведены пороги роста пузырьков в жидком водороде при $T_0 = 27\text{ K}$, $\Delta p = 0$ и в жидком азоте при $T_0 = 77,35\text{ K}$, $\Delta p = 0$. Обозначения на фиг. 6 и 7 те же, что и на фиг. 4, при этом кривая 7 соответствует частоте $f = 6,25\text{ МГц}$. Из приведенных графиков видно, что пороги роста пузырьков в криогенных жидкостях су-

щественно ниже, чем аналогичные пороги роста в воде. Это обусловлено, в частности, более низким значением величины коэффициента поверхностного натяжения, а также более высокой добротностью паровых пузырьков в криогенных жидкостях.

На фиг. 8 приведены пороги роста пузырьков в воде при температуре 150°C на частоте 10 кГц и при различных пережатиях. Штриховыми линиями показана прочность воды, рассчитанная по формуле (22). На графиках видно, что в достаточно большой окрестности резонанса пороги роста в воде, равно как и в других жидкостях, могут быть существенно меньше статического порога прочности (22). Другой интересный для практики вывод может быть сделан из анализа влияния статического пережатия Δp на порог роста жидкости с паровыми зародышами, размер которых больше резонансного. В этом случае повышение пережатия Δp или то же самое повышение статического давления в жидкости при фиксированной температуре приводит к понижению порога роста пузырьков вместо ожидаемого повышения. Это связано с тем, что уменьшение размера парового зародыша приближает его к резонансу на данной частоте, что и приводит к уменьшению порога.

Приведенный анализ полученных решений позволяет сделать вывод, что учет тепло- и массообмена паровых пузырьков с окружающей жидкостью, а также учет резонансных свойств пузырьков существенно изменяют существовавшие до сих пор представления о прочности жидкости с паровыми зародышами кавитации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Акуличев В. А., Жуков В. А., Ткачев Л. Г. Ультразвуковые пузырьковые камеры. Физика элементарных частиц и атомного ядра, т. 8, вып. 3. М., Атомиздат, 1977, 580–630.
2. Алексеев В. Н. Стационарное поведение парового пузырька в ультразвуковом поле. Акуст. ж., 1975, 21, 4, 497–501.
3. Алексеев В. Н. Нестационарное поведение парового пузырька в ультразвуковом поле. Акуст. ж., 1976, 22, 2, 185–191.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. М., «Наука», 1964.
5. Minnaert M. On musical air-bubbles and the sounds of running water. *Phylos. Mag.*, 1933, 16, 7, 235–243.
6. Macedo I. C., Yang W. J. Acoustically forced oscillations of gas bubbles in liquids. *Japan. J. Appl. Phys.*, 1972, 11, 8, 1124–1129.
7. Хабеев Н. С. Резонансные свойства паровых пузырьков. IX Всес. акуст. конф. М., 1977, 95–98.
8. Akulichev V. A., Alekseev V. N., Yushin V. P. Dynamics of vapour bubbles in cryogenic and boiling liquids. Тр. Междунар. симп. по нелинейной акустике, т. 2. М., изд-во МГУ, 1976, 16–25.
9. Флинн Г. Физика акустической кавитации в жидкостях. В кн.: Физическая акустика, под ред. У. Мезона. М., «Мир», 1967, 7–138.
10. Eller A. E. Effects of diffusion on gaseous cavitation bubbles. *J. Acoust. Soc. America*, 1975, 57, 6 (p1), 1374–1378.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила
28 июля 1978 г.
После исправления
28 мая 1979 г.