

УДК 534.26

## ТЕОРИЯ РАБОТЫ СТРУКТУРНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ОБЪЕМНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В ПОВЕРХНОСТНЫЕ

*Авдеев А. Н., Плесский В. П.*

Вычислены коэффициенты прохождения и отражения волны Рэлея от периодически неровного участка поверхности конечной протяженности. Получены выражения для энергетической эффективности структурного преобразователя объемных волн в поверхностные.

Данная работа является непосредственным продолжением и применением результатов работы [1], в которой были вычислены параметры волны Рэлея, распространяющейся вдоль поверхности изотропного упругого тела, имеющей периодическую систему канавок трапецеидального профиля. Система уравнений «связанных волн» имеет вид (см. [1])

$$(1) \quad D_n \varphi_n = \varepsilon^2 k_t^4 [-(C_1 + iC_2) \varphi_n + (C_3 + iC_4) \varphi_{-n}], \quad n = \pm 1.$$

Мы будем придерживаться тех же обозначений, что и в [1]. Константы  $C_1 \div C_4$ , описывающие степень связи прямой  $\varphi_{+1}$  и обратной  $\varphi_{-1}$  волн, зависят от коэффициентов Пуассона и формы трапеции [1], но не зависят от малого параметра неровности  $\varepsilon$ .

Из (1) было найдено дисперсионное уравнение для поверхностных акустических волн (ПАВ) в рассматриваемой структуре:

$$(2) \quad \delta = \frac{1}{A} \varepsilon^2 k_t \sqrt{(\Omega + C_1 + iC_2)^2 - (C_3 + iC_4)^2},$$

где  $\Omega = A \Delta \omega / \varepsilon^2 k_t v_R$  ( $A$  — число, зависящее только от коэффициента Пуассона материала [1],  $\Delta \omega = \omega - \omega_0$ ,  $\omega_0$  — резонансная частота, при которой длина ПАВ на гладкой поверхности равна периоду структуры,  $k_t$  — волновое число объемной сдвиговой волны,  $v_R$  — скорость волны Рэлея).

С использованием (1) и (2) был определен коэффициент отражения волны от полубесконечной структуры:

$$(3) \quad R_\infty = \frac{\varphi_{-1}}{\varphi_{+1}} = \frac{C_3 + iC_4}{\sqrt{(\Omega + C_1 + iC_2)^2 - (C_3 + iC_4)^2} + \Omega + C_1 + iC_2},$$

который, как оказалось (см. [1]), является величиной порядка единицы и зависит от формы канавок.

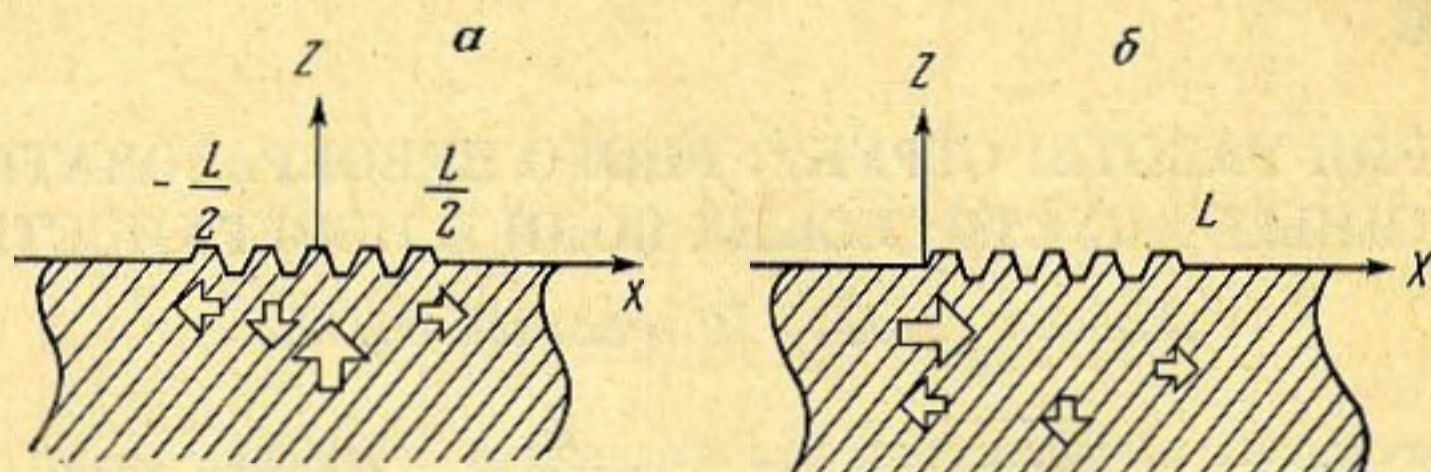
Цель настоящей работы — рассмотреть возбуждение и «прием» волны Рэлея при помощи конечного периодически неровного участка поверхности («структурного преобразователя» [2]). Для волн Лява такая задача решена ранее [3]. Метод решения такого рода задач обсуждался в работе [4].

Рассмотрим сначала задачу о возбуждении ПАВ Рэлея при падении на решетку объемной акустической волны, распространяющейся вдоль  $OZ$

по нормали к поверхности (фиг. 1, а). Падающая волна может быть как продольной  $u_t = \text{grad } \bar{\varphi}$  со смещением вдоль  $OZ$ , так и поперечной  $u_t = \text{rot } \bar{\psi}$  со смещением вдоль  $OX$ . Если бы неровный участок поверхности был неограниченным, то, как показывает расчет, на поверхности возбуждались бы ПАВ, амплитуда которых дается формулой

$$(4) \quad \bar{\varphi}_{\pm} = \frac{i}{\varepsilon a_1} \frac{C_4 - C_2}{\Omega + iC_2 + C_1 - C_3 - iC_4} \bar{\varphi}_0 \pm \frac{1}{\varepsilon a_2} \frac{C_4 + C_2}{\Omega + C_1 + iC_2 + C_3 + iC_4} \bar{\psi}_0,$$

где  $a_1 = -(Q^2 + S^2)k_t^2/4Q^3S$ ,  $a_2 = k_t^2/2Q^2$ ,  $S = \sqrt{Q^2 - k_t^2}$ ,  $\bar{\varphi}_0$  и  $\bar{\psi}_0$  — амплитуды потенциалов падающей продольной и поперечной объемных волн соответ-



Фиг. 1.

ственно. Выражения (1)–(4) верны при  $|\Omega| \leq 1$ . Возбуждаемые волны имеют большую амплитуду  $\sim \bar{\varphi}_0/\varepsilon$  по сравнению с амплитудой падающей волны. Длина их строго равна периоду решетки, и при  $|\Omega| \ll 1$  их структура весьма близка к структуре волны Рэлея. Амплитуда этих волн не зависит от  $x$ . По этой причине решение (4) годится лишь для описания возбуждаемых волн в середине длинной решетки. Для того чтобы учесть конечность решетки, необходимо использовать (в соответствии с работой [4]) не только «вынужденное» решение (4), но и «собственные» решения уравнений (1), соответствующие собственным числам (2). Амплитуды этих собственных решений выбираются так, чтобы на левом конце решетки не было поверхностной волны, бегущей вправо, а на правом конце — бегущей влево:

$$(5) \quad \begin{cases} \varphi_+(-L/2) = 0, \\ \varphi_-(L/2) = 0. \end{cases}$$

При этом считаем, что структура ПАВ, описываемых собственными и вынужденными решениями, одинакова, т. е. пренебрегаем слабым рассеянием в объеме и отражением на концах структуры.

После несложных расчетов для возбуждаемой ПАВ получаем в случае падения продольной волны ( $\bar{\psi}_0 = 0$ ):

$$(6) \quad \begin{cases} \varphi_+ = -\frac{i}{\varepsilon a_1} \bar{\alpha} \left[ \frac{R_\infty e^{-i\delta x} + e^{i\delta x}}{R_\infty e^{i\delta L/2} + e^{-i\delta L/2}} - 1 \right] \bar{\varphi}_0, \\ \varphi_-(x) = \varphi_+(-x), \end{cases}$$

где  $\bar{\alpha} = (C_4 - C_2)/(\Omega + C_1 + iC_2 - C_3 - iC_4)$ .

Амплитуда отраженных объемных волн

$$(7) \quad \begin{aligned} \frac{\varphi_0}{\bar{\varphi}_0} &= 2i\bar{\alpha} \left[ \frac{R_\infty + 1}{R_\infty e^{i\delta L/2} + e^{-i\delta L/2}} \cos \delta x - 1 \right] - 1, \\ \frac{\psi_0}{\bar{\varphi}_0} &= 2i \frac{a_2}{a_1} \bar{\alpha} \frac{1 - R_\infty}{R_\infty e^{i\delta L/2} + e^{-i\delta L/2}} \sin \delta x. \end{aligned}$$

На концах структуры амплитуды возбуждаемых волн одинаковы:

$$(8) \quad \varphi_+\left(\frac{L}{2}\right) = \varphi_-\left(-\frac{L}{2}\right) = \frac{i\bar{\alpha}}{\varepsilon a_1} \frac{(1 - R_\infty)(1 - e^{i\delta L})}{R_\infty e^{i\delta L} + 1} \bar{\varphi}_0.$$

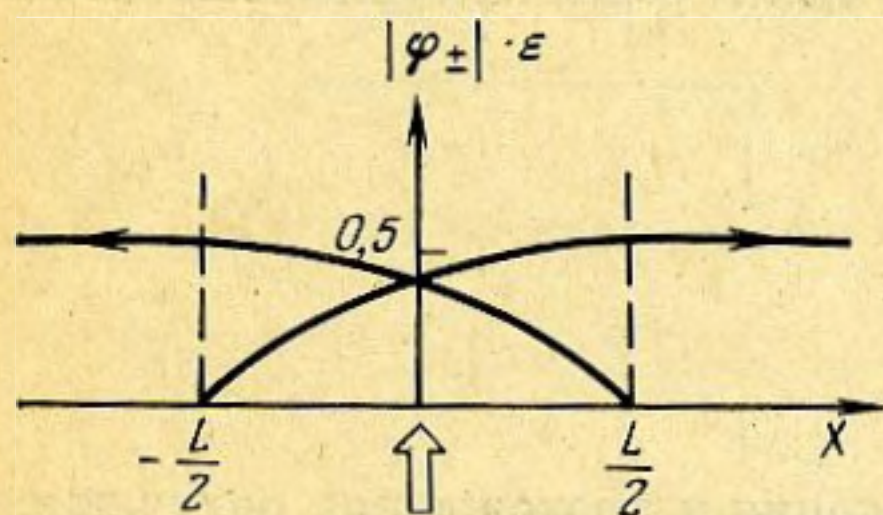
В случае падения поперечной объемной волны соответствующие формулы имеют вид

$$(9) \quad \begin{cases} \varphi_+(x) = -\frac{\tilde{\beta}}{\varepsilon a_2} \left[ \frac{e^{i\delta x} - R_\infty e^{-i\delta x}}{e^{-i\delta L/2} - R_\infty e^{i\delta L/2}} - 1 \right] \tilde{\psi}_0, \\ \varphi_-(x) = -\varphi_+(-x), \end{cases}$$

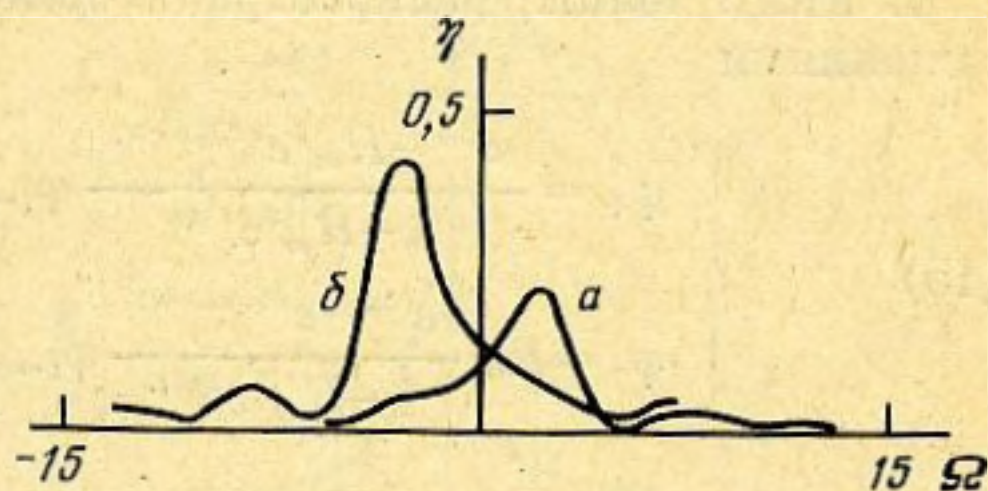
где  $\tilde{\beta} = (C_4 + C_2) / (\Omega + C_1 + iC_2 + C_3 + iC_4)$ .

Амплитуда возбуждаемой ПАВ на концах структуры

$$(10) \quad \varphi_\pm \left( \pm \frac{L}{2} \right) = \mp \frac{\tilde{\beta}}{\varepsilon a_2} \frac{(1 + R_\infty)(1 - e^{i\delta L})}{1 - R_\infty e^{i\delta L}} \tilde{\psi}_0.$$



Фиг. 2



Фиг. 3

Фиг. 2. Пример распределения амплитуд ПАВ вдоль решетки при падении на нее продольной объемной акустической волны. Параметр  $\alpha$ , описывающий форму неровности (см. [1]), равен 1, эффективная длина решетки  $L^* = (\varepsilon^2 / A) k_l L = 1$ , расстройка  $\Omega = 0$ , амплитуда падающей волны  $|\tilde{\varphi}_0| = 1$

Фиг. 3. Эффективность преобразования объемной волны в ПАВ Рэлея. Падающая волна продольная (а) и поперечная (б). Параметр  $\alpha = 1$ , эффективная длина  $L^* = 1$

В случае короткой решетки ( $|\delta|L \ll 1$ ) из (8) получаем

$$(11) \quad \varphi_\pm = \frac{\varepsilon}{2A} \frac{k_l}{k_t} \sqrt{PS} L \tilde{\varphi}_0 \text{ и из (10)}$$

$$(12) \quad \varphi_\pm = \mp i \frac{\varepsilon}{2A} SL \tilde{\varphi}_0,$$

т. е. для короткой структуры амплитуда возбуждаемой ПАВ пропорциональна длине структуры. Квадратичные эффекты при этом роли не играют. Отметим, что для длинной решетки амплитуда ПАВ, возбуждаемой преобразователем, не совпадает с (4), так как вблизи концов структуры происходит изменение амплитуды ПАВ вдоль решетки. Пример распределения амплитуды ПАВ вдоль решетки, рассчитанного по формуле (6), приведен на фиг. 2.

Записывая поток энергии в поверхностной волне в виде  $P^{(\rightarrow)} = (\rho\omega^3/2) \cdot (k_l^3/8Q^2S) |\varphi_+|^2$  и поток энергии в объемной волне, падающей на преобразователь в виде  $P_t^{(\uparrow)} = \rho\omega^3 k_l |\tilde{\varphi}_0|^2 L/2$  или  $P_t^{(\uparrow)} = \rho\omega^3 k_t |\psi_0|^2 L/2$ , получаем эффективность преобразователя  $\eta = P^{(\rightarrow)} / P_t^{(\uparrow)}$ :

$$(13) \quad \begin{aligned} \eta_l &= \frac{Q^2}{2Pk_t} \frac{|\tilde{\alpha}|^2}{L^*} \left| \frac{(1 - R_\infty)(1 - e^{i\Gamma L^*})}{1 + R_\infty e^{i\Gamma L^*}} \right|^2, \\ \eta_t &= \frac{Q^2}{2Sk_t} \frac{|\tilde{\beta}|^2}{L^*} \left| \frac{(1 + R_\infty)(1 - e^{i\Gamma L^*})}{1 - R_\infty e^{i\Gamma L^*}} \right|^2, \quad \Gamma = A\delta/\varepsilon^2 k_t. \end{aligned}$$

На фиг. 3, а, б показана зависимость эффективности преобразования от расстройки. Эффективная длина  $L^*$  определяется выражением  $L^* = (\varepsilon^2/A) k_l L$ . Наиболее эффективное преобразование имеет место при  $L^* \approx 1$ .

Переходим к решению задачи о «приеме» ПАВ, т. е. о преобразовании поверхностной волны в объемные волны. Пусть поверхностная волна па-

дает на конечный периодически неровный участок длины  $L$  (фиг. 1, б). В этом случае для описания волны на неровном участке достаточно использовать собственные решения уравнений (1). Амплитуды этих решений подбираются так, чтобы гармоника, соответствующая поверхностной волне, бегущей вправо, в начале решетки ( $x=0$ ) совпадала по амплитуде с падающей волной, а вторая гармоника, соответствующая отраженной волне, отсутствовала на дальнем конце ( $x=L$ ) решетки:

$$(14) \quad \begin{cases} \varphi_+(0) = \varphi_{(\rightarrow)}, \\ \varphi_-(L) = 0 \end{cases}$$

( $\varphi_{(\rightarrow)}$  — амплитуда скалярного потенциала падающей волны).

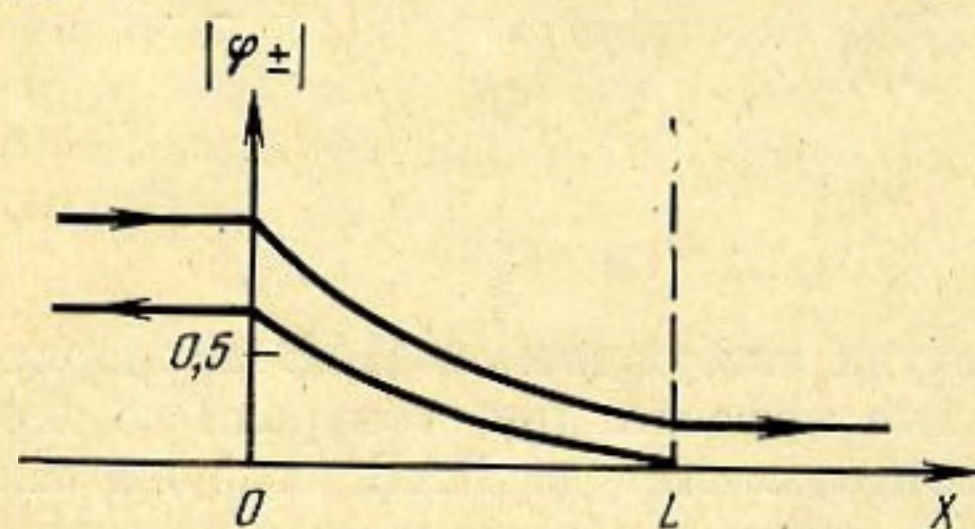
В итоге волны, распространяющиеся вдоль решетки, описываются выражениями

$$(15) \quad \begin{cases} \varphi_+ = \frac{e^{i\delta x} - R_\infty^2 e^{i\delta(2L-x)}}{1 - R_\infty^2 e^{2i\delta L}} \varphi_{(\rightarrow)}, \\ \varphi_- = R_\infty \frac{e^{i\delta x} - e^{i\delta(2L-x)}}{1 - R_\infty^2 e^{2i\delta L}} \varphi_{(\rightarrow)}. \end{cases}$$

Соответственно для коэффициентов отражения и прохождения получаются формулы

$$(16) \quad \begin{aligned} R &= R_\infty \frac{1 - e^{2i\delta L}}{1 - R_\infty^2 e^{2i\delta L}}, \\ T &= e^{i\delta L} \frac{1 - R_\infty^2}{1 - R_\infty^2 e^{2i\delta L}}. \end{aligned}$$

Видно, что только для длинной решетки ( $|\delta|L \gg 1$ )  $\text{Im } \delta$  играет роль коэффициента затухания волны. В случае короткой решетки ( $|\delta|L \ll 1$ ) коэффициент прохождения  $T$  дается формулой:



Фиг. 4. Пример распределения амплитуд ПАВ вдоль решетки при падении на нее слева рэлеевской волны с амплитудой  $|\varphi_+|=1$ . Параметр  $\alpha=1$ , эффективная длина  $L^*=1$ , расстройка  $\Omega=0$

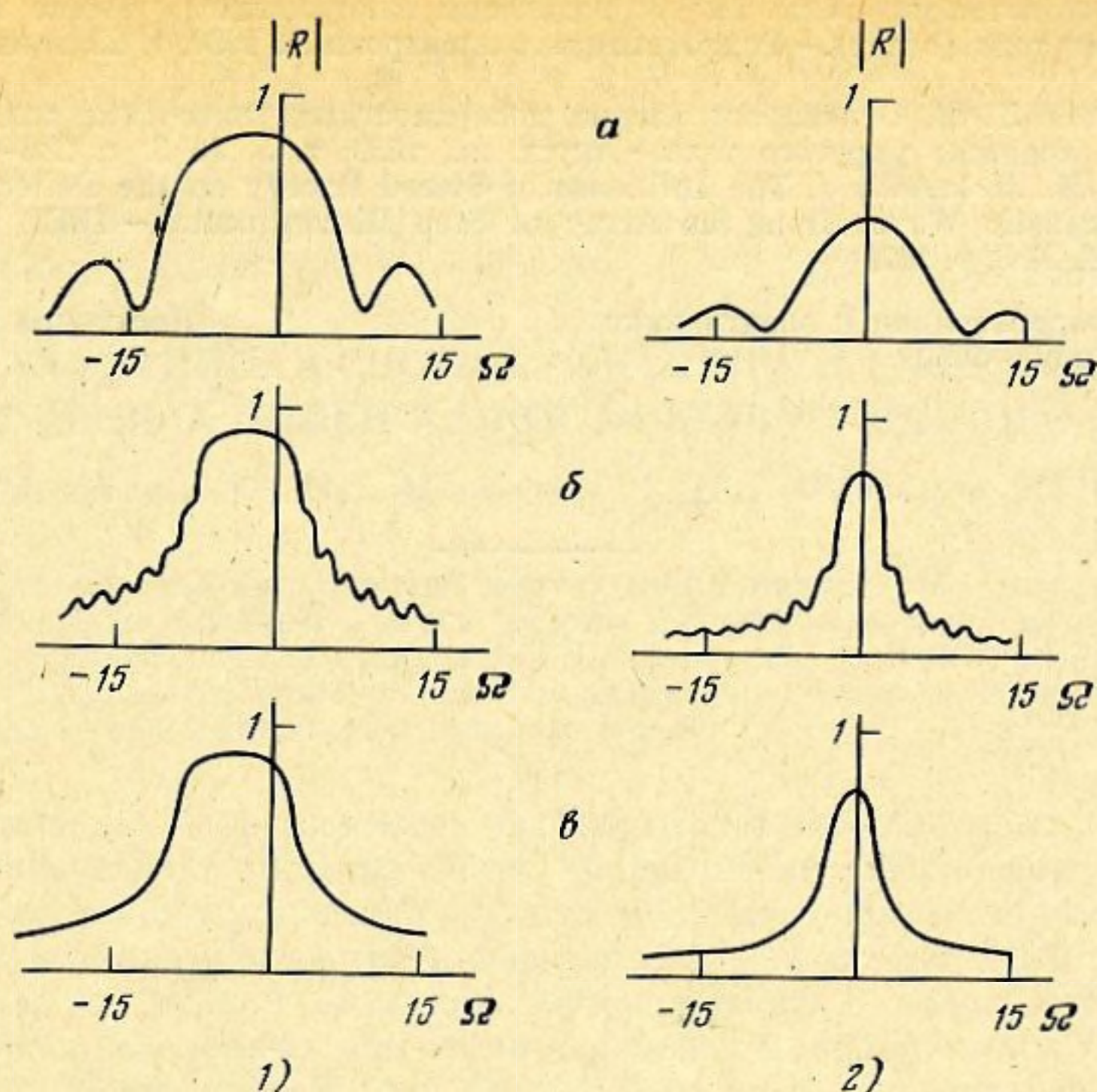
накопиться. Отражение волн от короткой решетки — эффект квадратично малый:

$$(18) \quad R = KN \left( \frac{2h}{l} \right)^2, \quad K = \frac{8\pi}{A} \frac{k_t}{Q} |C_3 + iC_4| \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2},$$

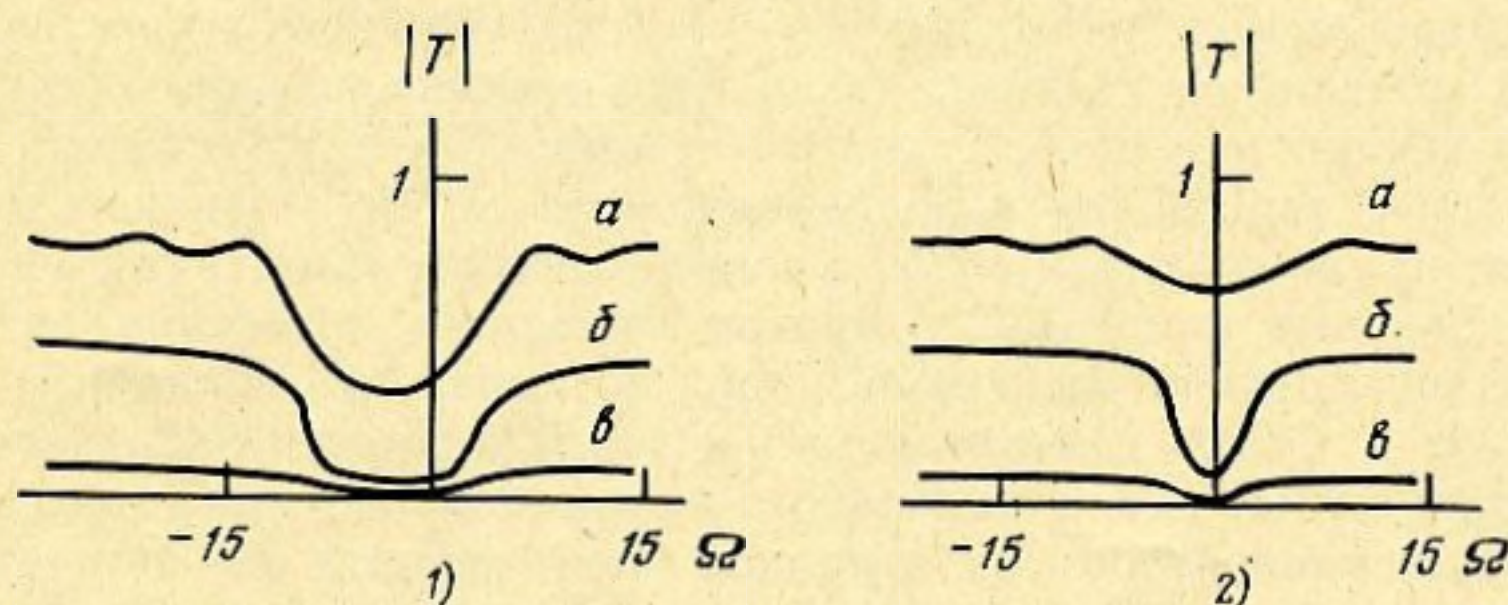
при этом безразмерный коэффициент  $K=8,9$  при  $\sigma=0,3$ ,  $\alpha=1$ . На фиг. 4 представлены распределения амплитуд волны вдоль структуры, на фиг. 5 и 6 — соответственно коэффициенты отражения и прохождения как функции нормированной расстройки частоты  $\Omega$ . Как видно, форма профиля трапеции сказывается заметным образом. Отметим, что отражение волны Рэля от решетки с периодом равным длине волны изучалось в работе [6]. Модельные представления, развитые в данной работе, имеют лишь качественный характер, так как не учитывают рассеяния энергии волн в объеме подложки.

$$(17) \quad \begin{aligned} T &\approx 1 + i \frac{\varepsilon^2}{A} \times \\ &\times (\Omega + C_1 + iC_2) k_t L, \\ |T| &\approx 1 - \frac{\varepsilon^2}{A} C_2 k_t L, \end{aligned}$$

т. е. совпадает с результатом [4], полученным при расчете без учета отражения по методу Бреховских [5], что вполне естественно, так как на короткой решетке распределенное отражение не успевает



Фиг. 5. Коэффициент отражения от решетки в зависимости от расстройки. Параметр  $\alpha$  на графиках 1 равен 0,1, на графиках 2 — 1,0; эффективная длина  $L^* = 0,25$  (а),  $L^* = 1$  (б),  $L^* = 4$  (в)



Фиг. 6. Коэффициент прохождения волны сквозь решетку. Значения параметра  $\alpha$  и эффективной длины  $L^*$  такие же, как на фиг. 5

Таким образом, полученные нами выражения полностью описывают работу структурного преобразователя. Нерешенной в настоящее время является лишь задача о распространении волны Рэлея вдоль решетки с канавками прямоугольного профиля. Однако при малой глубине канавок ( $h/l \ll 1$ ) вид уравнений (1) для связанных волн, по-видимому, не изменится, численные же значения констант  $C_1$  и  $C_3$ , которые зависят от формы канавок, должны быть другими.

Авторы благодарны Ю. В. Гуляеву за интерес к работе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Авдеев А. Н., Плесский В. П. Распространение волн Рэлея вдоль периодически неровной поверхности изотропного упругого тела.— Акуст. ж., 1982, т. 28, № 3, с. 289–293.
2. Ахромеева И. Д., Крылов В. В. Преобразование волн Рэлея в объемные на локальных дефектах поверхности.— Акуст. ж., 1977, т. 23, № 4, с. 510–516.
3. Гуляев Ю. В., Курач Т. Н., Плесский В. П. Взаимное преобразование сдвиговых поверхностных и объемных акустических волн на периодически неровном участке поверхности с несинусоидальной формой возмущения.— Акуст. ж., 1982, т. 28, № 2, с. 172–176.
4. Гуляев Ю. В., Плесский В. П. Взаимное преобразование объемных и поверхност-

ных акустических волн на периодически возмущенном участке поверхности упругого тела (обзор).— Радиотехника и электроника, 1980, т. 25, вып. 8, с. 1569–1587.

5. *Бреховских Л. М.* О распространении поверхностных рэлеевских волн вдоль неровной границы упругого тела.— Акуст. ж., 1959, т. 5, № 3, с. 282–289.
6. *Li R. C. M., Melngailis J.* The Influence of Stored Energy on the Reflection of Surface Acoustic Waves from the Array of Step Discontinuities.— IEEE trans., 1975, v. SU-22, № 3, p. 189.

Институт радиотехники и электроники  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
23.VI.1981