

УДК 534.832:62-523.8

АДАПТИВНАЯ СИСТЕМА АКТИВНОГО ГАШЕНИЯ
ШУМОВЫХ ПОЛЕЙ В МНОГОМОДОВОМ ВОЛНОВОДЕ

Арзамасов С. Н., Малахов А. Н., Мальцев А. А.

Для управления гасящими излучателями применяется адаптивная система, использующая в своей работе текущие измерения исходного и оставшегося после гашения полей. Показано, что при числе измерителей и гасящих излучателей, равном числу нормальных волн, происходит полное гашение исходного шумового поля.

Принципиальная возможность активного гашения волновых полей различной физической природы была теоретически обоснована в работах [1, 2]. К настоящему времени по исследованию систем активного гашения звука в волноводах опубликован целый ряд статей (см., например, [3-8]). Задача полной активной звукоизоляции с использованием непрерывно распределенных в сечении волновода монополюсных и дипольных приемников и излучателей была рассмотрена в [3]. В работах [4, 5] было показано, что с помощью конечного числа измерителей и излучателей можно погасить заданное число нормальных волн с требуемой точностью. В [6-8] были приведены результаты экспериментальных исследований систем активного гашения звука в одномодовом и двухмодовом волноводах. Степень гашения звука в этих экспериментах составляла 15-40 дБ и сильно изменялась в зависимости от продольной координаты волновода и частоты исходного поля. Как отмечалось в указанных выше работах, дальнейшее улучшение звукоизоляции в реальных системах активного гашения ограничивается точностью модели, выбираемой для расчетов (неучетом возможных отражений от конца волновода, неидеальности его стенок и характеристик приемников и излучателей и т. п.), а также динамическим диапазоном и частотными свойствами электронных цепей.

Для увеличения степени звукоизоляции при построении реальных систем активного гашения могут быть использованы различные адаптивные (самоадаптирующиеся) схемы управления гасящими излучателями. Некоторые адаптивные алгоритмы управления системой компенсации виброакустических полей были исследованы в работах [9, 10].

В настоящей статье рассматривается адаптивная система активного гашения случайного звукового поля в многомодовом волноводе, в которой наряду с первичными приемниками исходного поля и гасящими излучателями введены вторичные приемники, расположенные в области гашения и измеряющие остаточное поле (ошибку компенсации). На основании информации первичных и вторичных приемников адаптивная система автоматически управляет гасящими излучателями, минимизируя среднюю суммарную мощность, поступающую на вторичные приемники.

Пусть в волноводе с продольной координатой x и поперечным радиус-вектором $\rho(y, z)$ источники звукового поля частоты ω находятся в области $x < 0$. Разместим в сечении $x=0$ M точечных первичных монополюсных приемников и такое же число дипольных излучателей, моменты которых ортогональны плоскости $x=0$. Как отмечается в [4, 5], такое размещение разнотипных приемников и излучателей позволяет уменьшить нежелательное влияние гасящего излучения на точность измерения исходного поля и повышает устойчивость системы управления излучателями. Для удобства обозначений сигналы приемников и интенсивности излучателей объединим соответственно в два вектора

$$(1) \quad \mathbf{p}(0) = \{p(0, \rho_1), \dots, p(0, \rho_M)\}^T,$$

$$\mathbf{f} = \{f(\rho_1'), \dots, f(\rho_M')\}^T,$$

где $p(0, \rho_m)$ — комплексная амплитуда исходного шумового поля в точке расположения m -го первичного измерителя, $f(\rho_m')$ — интенсивность (комплексная амплитуда) m -го излучателя. В плоскости $x=L>0$ разместим M вторичных монополярных приемников, измеряющих комплексные амплитуды остаточного поля. Показания вторичных приемников запишем в виде M -мерного вектора

$$(2) \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \{\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_M\}^T = \mathbf{p}(L) + G\mathbf{f}/2,$$

где $\mathbf{p}(L) = \{p(L, \rho_1''), \dots, p(L, \rho_M'')\}^T$ — вектор комплексных амплитуд исходного поля в плоскости $x=L$, G — квадратная $(M \times M)$ -матрица Грина, связывающая значения поля в точках размещения гасящих излучателей со значениями поля в точках вторичных измерителей. Интенсивность каждого излучателя адаптивной системы активного гашения зададим как линейную комбинацию сигналов всех первичных приемников в соответствии с формулой

$$(3) \quad \mathbf{f} = -W\mathbf{p}(0),$$

где W — квадратная $(M \times M)$ -матрица комплексных весовых коэффициентов W_{ml} , ($m, l=1, \dots, M$).

За критерий качества работы адаптивной системы возьмем суммарную среднюю мощность остаточного поля в точках размещения вторичных приемников:

$$(4) \quad \langle \boldsymbol{\varepsilon}^+ \boldsymbol{\varepsilon} \rangle = \langle [\mathbf{p}^+(L) - \mathbf{p}^+(0)W^+G^+/2] [\mathbf{p}(L) - GW\mathbf{p}(0)/2] \rangle.$$

Адаптивная система управления гасящими излучателями должна автоматически минимизировать это выражение по весовым коэффициентам W_{ml} . Следуя основным принципам построения вероятностных алгоритмов минимизации [11, 12], адаптивный градиентный алгоритм настройки весовых коэффициентов может быть записан в виде следующего матричного уравнения:

$$(5) \quad dW/dt = \gamma G^+ \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{p}^+(0),$$

где $\gamma > 0$ — постоянный коэффициент, задающий скорость сходимости алгоритма, знак $+$ означает эрмитово сопряжение. Подставляя (2), (3) в уравнение (5) и проводя усреднение по распределению исходного звукового поля, несложно получить выражение для стационарного значения матрицы весовых коэффициентов:

$$(6) \quad W_{\text{opt}} = 2(G^+G)^{-1}G^+PR^{-1}, \text{ где}$$

$$(7) \quad P = \langle \mathbf{p}(L)\mathbf{p}^+(0) \rangle$$

— корреляционная матрица комплексных амплитуд поля в сечениях волновода $x=0$ и $x=L$,

$$(8) \quad R = \langle \mathbf{p}(0)\mathbf{p}^+(0) \rangle$$

— корреляционная матрица исходного поля в сечении $x=0$. Значения весовых коэффициентов, найденные по формуле (6), являются, очевидно, оптимальными в смысле выбранного выше критерия качества (4).

Найдем матрицы, входящие в формулу (6), используя разложение поля в волноводе по нормальным волнам. При этом будем считать, что число приемников и излучателей M выбрано равным числу мод, способных распространяться не затухая при заданной частоте ω . Пренебрегая неоднородными волнами, звуковое давление в произвольной точке волновода можно записать в виде

$$(9) \quad p(x, \rho) = \sum_{s=0}^{M-1} p_s e^{ih_s x} \varphi_s(\rho), \quad x > 0,$$

где k_s — действительное волновое число s -й моды,

$$(10) \quad p_s = \iint_{S_0} p(0, \rho) \varphi_s(\rho) d^2\rho$$

— случайные амплитуды нормальных волн, S_0 — сечение $x=0$, $\varphi_s(\rho)$ — вещественные ортонормированные собственные функции волновода

$$(11) \quad \iint_{S_0} \varphi_s(\rho) \varphi_{s'}(\rho) d^2\rho = \delta_{ss'}$$

Оценим эффективность работы адаптивной системы активного гашения в случае, когда статистическая модель шумового поля является наиболее простой, а именно, когда нормальные волны не коррелированы между собой

$$(12) \quad \langle p_s p_{s'}^* \rangle = \sigma_s^2 \delta_{ss'}$$

Здесь σ_s^2 — мощность моды с номером s . Подставляя (9) в формулы (7) и (8), с учетом (12) несложно получить следующие выражения для корреляционных матриц:

$$(13) \quad P = \sum_{s=0}^{M-1} \sigma_s^2 e^{ikh_s L} \varphi_s(\rho'') \varphi_s^T(\rho),$$

$$(14) \quad R = \sum_{s=0}^{M-1} \sigma_s^2 \varphi_s(\rho) \varphi_s^T(\rho),$$

где векторы $\varphi_s(\rho) = \{\varphi_s(\rho_1), \dots, \varphi_s(\rho_M)\}^T$, $\varphi_s(\rho'') = \{\varphi_s(\rho_1''), \dots, \varphi_s(\rho_M'')\}^T$ составлены из отсчетов собственных функций в точках размещения первичных и вторичных приемников соответственно. Используя разложение функции Грина в волноводе

$$(15) \quad G(x, \rho; x', \rho') = \sum_{s=0}^{M-1} \frac{1}{2ik_s} e^{ikh_s(x-x')} \varphi_s(\rho) \varphi_s(\rho'), \quad x > x' > 0$$

и выражение для поля (9), нетрудно найти вид матрицы Грина в формулах (5), (6):

$$(16) \quad G = \sum_{s=0}^{M-1} e^{ikh_s L} \|\varphi_s(\rho')\|^{-2} \varphi_s(\rho'') \varphi_s^T(\rho'),$$

где векторы $\varphi_s(\rho)$, $\varphi_s(\rho'')$ составлены из отсчетов s -й собственной функции в точках расположения гасящих излучателей и вторичных приемников соответственно.

С целью упрощения вычисления обратных матриц $(G^+G)^{-1}$ и R^{-1} предположим, что каждая из систем векторов $\varphi_s(\rho)$, $\varphi_s(\rho')$, $\varphi_s(\rho'')$ ($s=0, \dots, M-1$) является полной ортогональной системой

$$(17) \quad \begin{aligned} \varphi_s^T(\rho) \varphi_{s'}(\rho) &= \|\varphi_s(\rho)\|^2 \delta_{ss'}, & \varphi_s^T(\rho') \varphi_{s'}(\rho') &= \|\varphi_s(\rho')\|^2 \delta_{ss'}, \\ \varphi_s^T(\rho'') \varphi_{s'}(\rho'') &= \|\varphi_s(\rho'')\|^2 \delta_{ss'}, & s, s' &= 0, \dots, M-1. \end{aligned}$$

Ортогональность этих систем векторов может быть достигнута, например, путем специального размещения приемников и излучателей в сечении волновода [4, 5].

Обратную матрицу R^{-1} несложно найти, если учесть, что представление корреляционной матрицы R в виде разложения (14) отличается от ее спектрального разложения [13] лишь нормировкой векторов. Имея в виду это замечание, можно получить

$$(18) \quad R^{-1} = \sum_{s=0}^{M-1} (\sigma_s \|\varphi_s(\rho)\|^2)^{-2} \varphi_s(\rho) \varphi_s^T(\rho).$$

Используя разложение (16) для матрицы Грина и поступая аналогичным образом, нетрудно найти

$$(19) \quad (G+G)^{-1} = \sum_{s=0}^{M-1} \|\varphi_s(\rho'')\|^{-2} \varphi_s(\rho') \varphi_s^T(\rho').$$

Подставляя теперь формулы (13), (16), (18), (19) в формулу (6) и учитывая условие ортогональности (17), легко получить следующее выражение для стационарного значения матрицы весовых коэффициентов:

$$(20) \quad W_{opt} = 2 \sum_{s=0}^{M-1} \|\varphi_s(\rho)\|^{-2} \varphi_s(\rho') \varphi_s^T(\rho).$$

Отсюда видно, что матрица оптимальных весовых коэффициентов не зависит от исходного поля и определяется только собственными функциями волновода. Используя общее выражение для матрицы Грина (16), нетрудно показать, что формула (20) может быть записана в виде $W_{opt} = 2G_0$,

где $G_0 = \sum_{s=0}^{M-1} \|\varphi_s(\rho)\|^{-2} \varphi_s(\rho') \varphi_s^T(\rho)$ — матрица Грина, связывающая значения поля в точках первичных измерителей и гасящих излучателей.

Таким образом, в стационарном режиме работы адаптивная система «моделирует» волновод как среду распространения звукового поля.

Для оценки качества гашения звука найдем поле, создаваемое всеми гасящими излучателями в произвольной точке ρ_0 сечения $x=L_0 > L$:

$$p_{\Gamma}(L_0, \rho_0) = \frac{1}{2} \sum_{s=0}^{M-1} e^{ih_s L_0} \varphi_s(\rho_0) \varphi_s^T(\rho') \mathbf{f}.$$

Подставляя сюда выражение для интенсивностей излучателей \mathbf{f} , вычисленных по формуле (3) при стационарных значениях весовых коэффициентов (20), можно получить

$$p_{\Gamma}(L_0, \rho_0) = - \sum_{s=0}^{M-1} p_s e^{ih_s L_0} \varphi_s(\rho_0) = -p(L_0, \rho_0).$$

Из последнего равенства следует, что гасящие излучатели, управляемые адаптивной системой в соответствии с алгоритмом (5), в стационарном режиме работы создают поле, равное по величине и противоположное по знаку исходному звуковому полю.

Таким образом, оказалось, что адаптивная система активного гашения, как и система, рассмотренная в работах [4, 5], для полного гашения M некоррелированных мод должна иметь такое же число приемников и излучателей. Путем непосредственных вычислений можно убедиться в том, что найденные по формулам (3), (20) интенсивности гасящих излучателей совпадают с интенсивностями, полученными в [4]. Этот факт следует также из единственности решения волнового уравнения.

В заключение отметим, что рассмотренная здесь адаптивная система будет автоматически отыскивать оптимальные значения параметров цепей управления (весовые коэффициенты W_{mi}) и при медленно изменяющихся по сравнению с временем настройки системы характеристиках волновода и шумового поля. В то же время при расчете интенсивностей излучателей в активной системе гашения без адаптивной подстройки даже малые отклонения от исходных данных могут привести к существенному увеличению мощности остаточного поля.

ЛИТЕРАТУРА

1. Малюжинец Г. Д. Нестационарные задачи дифракции для волнового уравнения с финитной правой частью. — Тр. АКИН, 1971, вып. 15, с. 124–139.
2. Федорюк М. В. О работах Г. Д. Малюжинца по теории волновых потенциалов. — Тр. АКИН, 1971, вып. 15, с. 169–179.

3. Федорюк М. В. О гашении звука в волноводах активным методом.— Акуст. ж., 1975, т. 21, № 2, с. 281—285.
4. Урусовский И. А. Об активной звукоизоляции в волноводе.— Акуст. ж., 1977, т. 23, № 2, с. 304—312.
5. Урусовский И. А. Об активной звукоизоляции волновода с излучателями-монополями и приемниками-диполями.— Акуст. ж., 1980, т. 26, № 2, с. 281—287.
6. Мазаников А. А., Тютюкин В. В. Исследование активных автономных систем гашения акустических полей в одномодовых волноводах. Акуст. ж., 1976, т. 22, № 5, с. 729—734.
7. Мазаников А. А., Тютюкин В. В., Уколов А. Т. Активная система гашения акустических полей в многомодовом волноводе.— Акуст. ж., 1977, т. 23, № 3, с. 485—487.
8. Климов С. П., Мазаников А. А., Меркулов В. Н., Тютюкин В. В. О предельной широкополосности активной системы гашения звука в одномодовом волноводе.— Акуст. ж., 1980, т. 26, № 1, с. 149.
9. Анфиногентов В. И., Любашевский Г. С., Тартаковский Б. Д., Чони Ю. И. Об одном адаптивном алгоритме управления системой активной компенсации.— В кн.: Докл. IX Всес. акуст. конф. Секция К. М.: Изд. АКИН, 1977, с. 159—162.
10. Анфиногентов В. И., Любашевский Г. С., Тартаковский Б. Д., Филиппов В. Е., Чони Ю. И. Алгоритмы управления системой компенсации виброакустических полей.— Акуст. ж., 1980, т. 26, № 4, с. 611—612.
11. Уидроу Б., Маккол Дж. М., Болл М. Комплексная форма алгоритма НСКО.— ТИИЭР, 1975, т. 63, № 3, с. 49—51.
12. Цыпкин Я. З. Основы теории обучающихся систем. М.: Наука, 1970.
13. Беллман Р. Введение в теорию матриц. М.: Наука, 1969.

Горьковский
государственный университет
им. Н. И. Лобачевского

Поступила в редакцию
15.VII.1981