

СОВЕЩАНИЯ И КОНФЕРЕНЦИИ

НАУЧНАЯ СЕССИЯ ОБЪЕДИНЕННОГО НАУЧНОГО СОВЕТА АН СССР
ПО КОМПЛЕКСНОЙ ПРОБЛЕМЕ «ФИЗИЧЕСКАЯ И ТЕХНИЧЕСКАЯ
АКУСТИКА»

2-6 октября 1981 г. в Ленинграде (пос. Решино) состоялась очередная научная сессия Объединенного научного совета АН СССР по комплексной проблеме «Физическая и техническая акустика» по теме «Исследования виброакустических характеристик инженерных конструкций».

На совещании было заслушано и обсуждено 23 доклада. Краткое содержание некоторых докладов публикуется ниже.

✓ **Авербух А. З., Вейцман Р. И.** О колебаниях сферической оболочки в жидкости. Резонансные частоты, на которых амплитуда вынужденных колебаний достигает максимума, могут быть определены из условия равенства нулю суммы реактивных сопротивлений оболочки и жидкости для каждой сферической гармоники « n »:

$$\rho_s h \frac{(\omega^2 - \omega_{n1}^2)(\omega^2 - \omega_{n2}^2)}{\omega_{n0}^2 - \omega^2} + \rho_a c_a \omega \operatorname{Im} \left(A_n \frac{\omega R}{c_a} \right) = 0.$$

Здесь R, h, ρ_s — радиус, толщина и плотность материала оболочки, ρ_a, c_a — плотность и скорость звука в жидкости, A_n — акустический импеданс сферического излучателя, $\omega_{nj}, j=1, 2$ — собственные частоты колебаний оболочки в вакууме, ω_{n0} — узловая частота, на которой гармонику « n » возбудить нельзя. Частотное уравнение имеет два корня ω_{nj}' , которые удовлетворяют неравенству $\omega_{n1}' < \omega_{n1} < \omega_{n0} < \omega_{n2}' < \omega_{n2}$. Первая резонансная частота удовлетворяет неравенству $\omega_{n1}' R / c_a \ll n + 1/2$, откуда $\omega_{n1}' = \omega_{n1} (1 + \rho_a R / \rho_s h (n+1))^{-1/2}$. Частота ω_{n1}' определяется отношением присоединенной массы жидкости $4\pi R^3 \rho_a / (n+1)$ к массе оболочки $4\pi R^2 \rho_s h$ и не зависит от сжимаемости жидкости. Вторая резонансная частота ω_{n2}' практически совпадает с собственной частотой ω_{n2} .

Амплитуды смещений и давления на резонансе обратно пропорциональны сопротивлению излучения (если не учитывать потери в оболочке). На резонансной частоте ω_{n1}' сопротивление излучению можно определить, ограничившись первым членом разложения в ряд по частоте. Для значений амплитуды радиальной скорости оболочки v и давления в дальнем поле p_∞ получаются оценки

$$\left| \frac{\rho_a c_a v}{F_n} \right| \approx ((2n-1)!! (n+1))^2 / z^{2n+2},$$

$$\left| \frac{p_\infty}{F_n} \right| \approx (2n-1)!! (n+1) / z^{n+1}, \quad z = \omega_{n1}' R / c_a.$$

F_n — амплитуда n -й гармоники внешней радиальной нагрузки. Когда эта гармоника $F_n P_n(\cos \alpha)$ (P_n — полином Лежандра) действует непосредственно на стенки сферической полости радиуса R в жидкости, амплитуды обратно пропорциональны акустическому импедансу. На частотах, больших собственной частоты ω_{n1} , влиянием оболочки можно пренебречь, так как основным является реактивное сопротивление жидкости. В окрестности резонансной частоты ω_{n1}' влияние оболочки увеличивает амплитуду на 40 дБ. Коэффициент потерь за счет излучения

$$\psi_a = \frac{2\pi \rho_a c_a R^2 \omega \operatorname{Re}(A_n(\omega R / c_a))}{\rho_s c_s^2 h \Phi_n(\omega)},$$

где Φ_n зависит от формы колебаний оболочки и легко вычисляется. На первой резонансной частоте Φ_n практически не зависит от n , поэтому ψ_a убывает приблизительно на порядок при увеличении n на 1. На второй резонансной частоте сопротивление излучению равно единице, и ψ_a меняется как n^{-3} . Если потерями на излучение можно пренебречь по сравнению с потерями в материале, то при постоянной амплитуде сила амплитуды смещения оболочки на резонансной частоте ω_{nj}' в жидкости такая же, как на собственной частоте ω_{nj} в вакууме.

✓ **Авербух А. З., Вейцман Р. И., Генкин М. Д., Глушак Б. П.** Метод расчета цилиндрической оболочки с продольным ребром жесткости. Решение составляется как суперпозиция неоднородных волн, распространяющихся по направлению угла φ окружности оболочки, и путем применения метода началь-

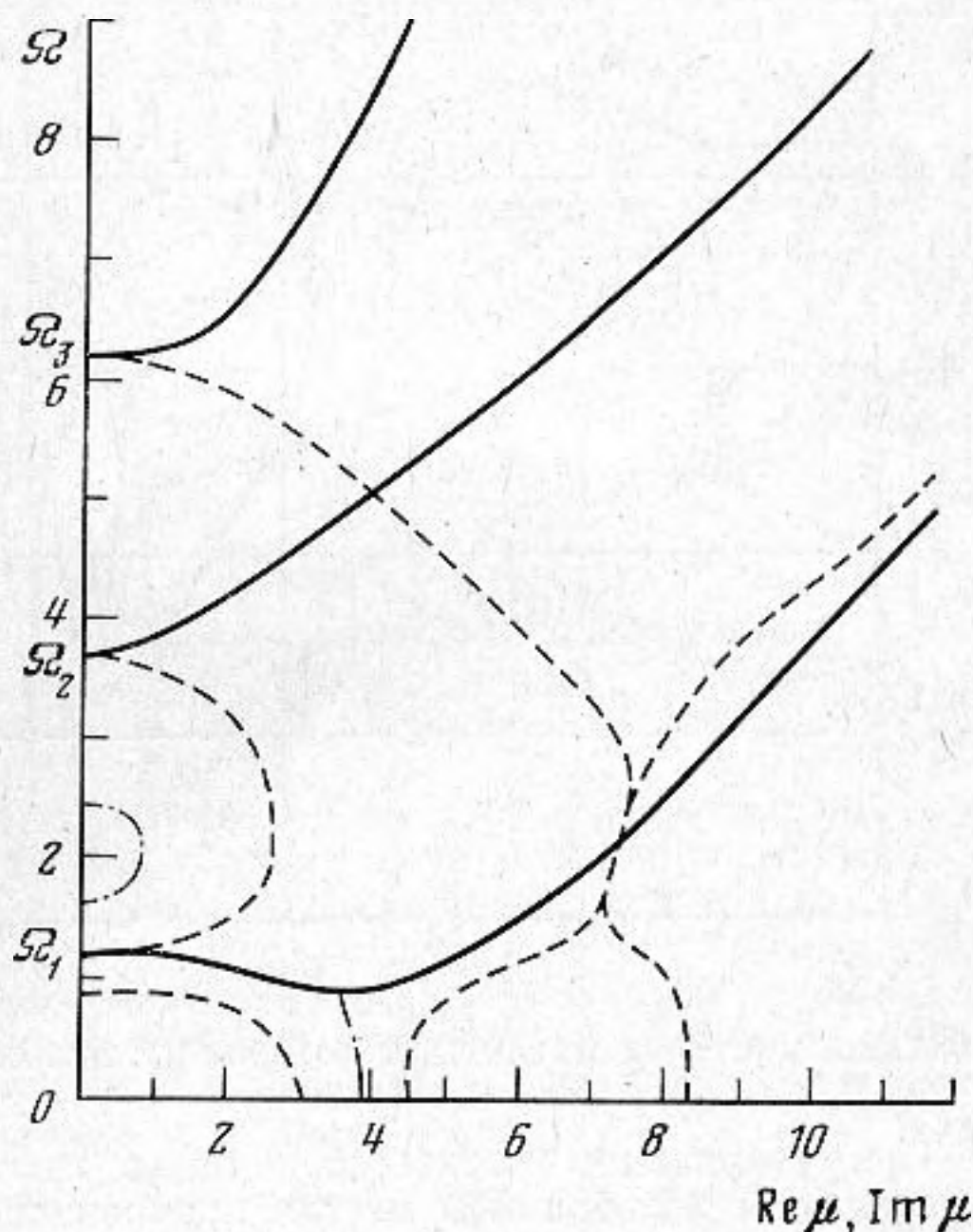
ного параметра. В выражении смещения $u = \sum_{j=1}^8 c_j \{ik_{1j}, k_{2j}, k_{3j}\} \exp[i(\lambda x/R + \mu_j \varphi -$

$-\omega t)]$ комплексные числа μ_j определяются как корни дисперсионного уравнения колебаний ортотропной круговой цилиндрической оболочки. На фигуре для $\lambda=6,25$ представлены зависимости от безразмерной частоты $\Omega = \omega R/c$ корни μ , которые расположены в первой четверти комплексной плоскости. Действительные корни показаны сплошной линией, для комплексных μ мнимая часть показана штрихпунктиром, а действительная — пунктиром. Расчет был выполнен для оболочки с отношением толщины к радиусу $h/R=0,01$ и ортотропностью, представляющей регулярный набор поперечных колец. Характеристики сечения колец: $F/ht=0,5$, $R_c/R=1,06$, $I/h^3t=30$, где R_c — радиус центра тяжести, F — площадь, I — момент инерции. Коэффициент Пуассона $\nu=0,3$. Характер корней зависит от расположения рассматриваемой частоты Ω относительно трех частот, при которых могут распространяться осесимметричные волны ($\mu=0$):

$$\Omega_{2,3} = \{b + \lambda^2 \pm [(b + \lambda^2)^2 - 4\lambda^2(b - \nu^2)]^{1/2}\} / 2,$$

$$\Omega_1 = \lambda[(1 - \nu)(1 + 4\varepsilon) / 2]^{1/2},$$

$$b = 1 + (1 - \nu^2)F/ht, \quad \varepsilon = h^2 / 12R^2.$$



Действительному корню с целочисленным значением соответствует резонанс шарнирноопертой оболочки. Нецелому действительному корню соответствует резонанс шарнирноопертой панели с углом 2μ .

Для заданной частоты Ω можно построить матрицы A' и A'' размерности 4×8 , которые для любого сечения φ связывают четырехмерные векторы смещений η' и усилий η'' с вектором c из восьми неизвестных коэффициентов: $\eta' = A'c$, $\eta'' = A''c$. Используя уравнения продольных, крутильных и поперечных колебаний стержня постоянного сечения, можно составить матрицу B , связывающую усилия η_s'' , приложенные к нейтральной оси стержня со смещениями η_s' этой оси: $\eta_s'' = B\eta_s'$. Пусть стержень жестко связан с оболочкой по образующей $\varphi = \pm\pi$. Вынужденные колебания оболочки с ребром определяются через решение линейной алгебраической системы уравнений относительно коэффициента c :

$$[A'_{\varphi=\pi} - A'_{\varphi=-\pi}] \cdot c = 0, \quad [\mathcal{E}''(A''_{\varphi=\pi} - A''_{\varphi=-\pi}) + B\mathcal{E}'A'] \cdot c = f.$$

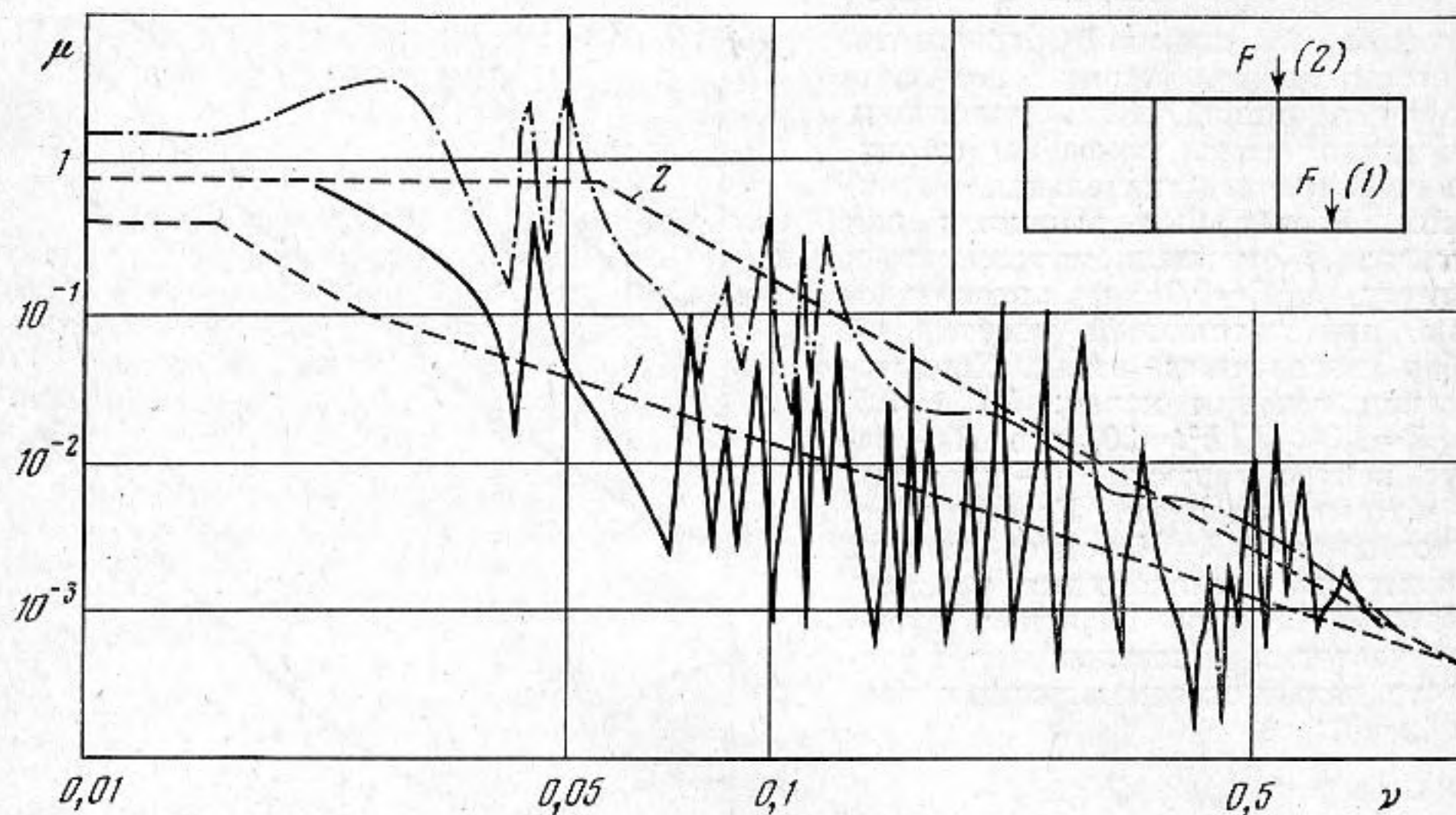
Матрицы \mathcal{E}' и \mathcal{E}'' учитывают несовпадение центра тяжести сечения стержня R_s с нейтральной поверхностью оболочки R , f — вектор внешних сил, действующих на ребро.

Аналогично может быть учтено влияние n дискретных ребер, при этом получается система из $8 \times n$ уравнений, которую можно упростить, если ребра расположены циклически.

✓ **Бернблит М. В., Пименов И. К.** Оценки входных механических импедансов подкрепленных цилиндрических оболочек. Входной импеданс $Z(f)$ подкрепленных оболочек может быть определен в характеристическом смысле на относительно высоких частотах и имеет инерционный характер у оболочек со свободными концами на частотах ниже первого антирезонанса. Существует переходная область частот, где $Z(f)$ определяется статической жесткостью K в месте приложения силовой нагрузки и, следовательно, зависит от характера и распределения нагрузки.

На фигуре изображены экспериментальные частотные характеристики модуля входной динамической массы $M_d = |Z| / 2\pi f$, отнесенной к полной массе M свободно подвешенной цилиндрической оболочки, разделенной на три одинаковых секции

поперечными диафрагмами ($\mu = M_d / M$). Возбуждение изгибных колебаний производилось электродинамическим вибратором в середине крайней секции 1 (сплошная кривая) и через диафрагму 2 (штрихпунктирная кривая) на частотах ниже кольцевой частоты f_k ($\nu = f / f_k < 1$). Результаты расчета μ показаны кривыми 1 и 2 соответственно. Расчетные кривые содержат три характерных области инерционного ($Z_k = 2\pi j f M_0$), упругого ($Z_y = K / 2\pi j f$) и характеристического импедансов, где $M_0 = M [1 + (2x_0 / L - 1)^2]^{-1}$, x_0 — осевая координата точки приложения силы, L — общая длина оболочки. Можно заметить, что увеличение местной жесткости оболочки K приводит к расширению диапазона частот упругого характера $Z(f)$, что позволяет производить отстройку от резонансов оболочки путем трансформации особенностей спектра $Z(f)$ в область более высоких частот, например выше кольцевой в случае 2.



Зависимость от частоты нормированного модуля входной динамической массы

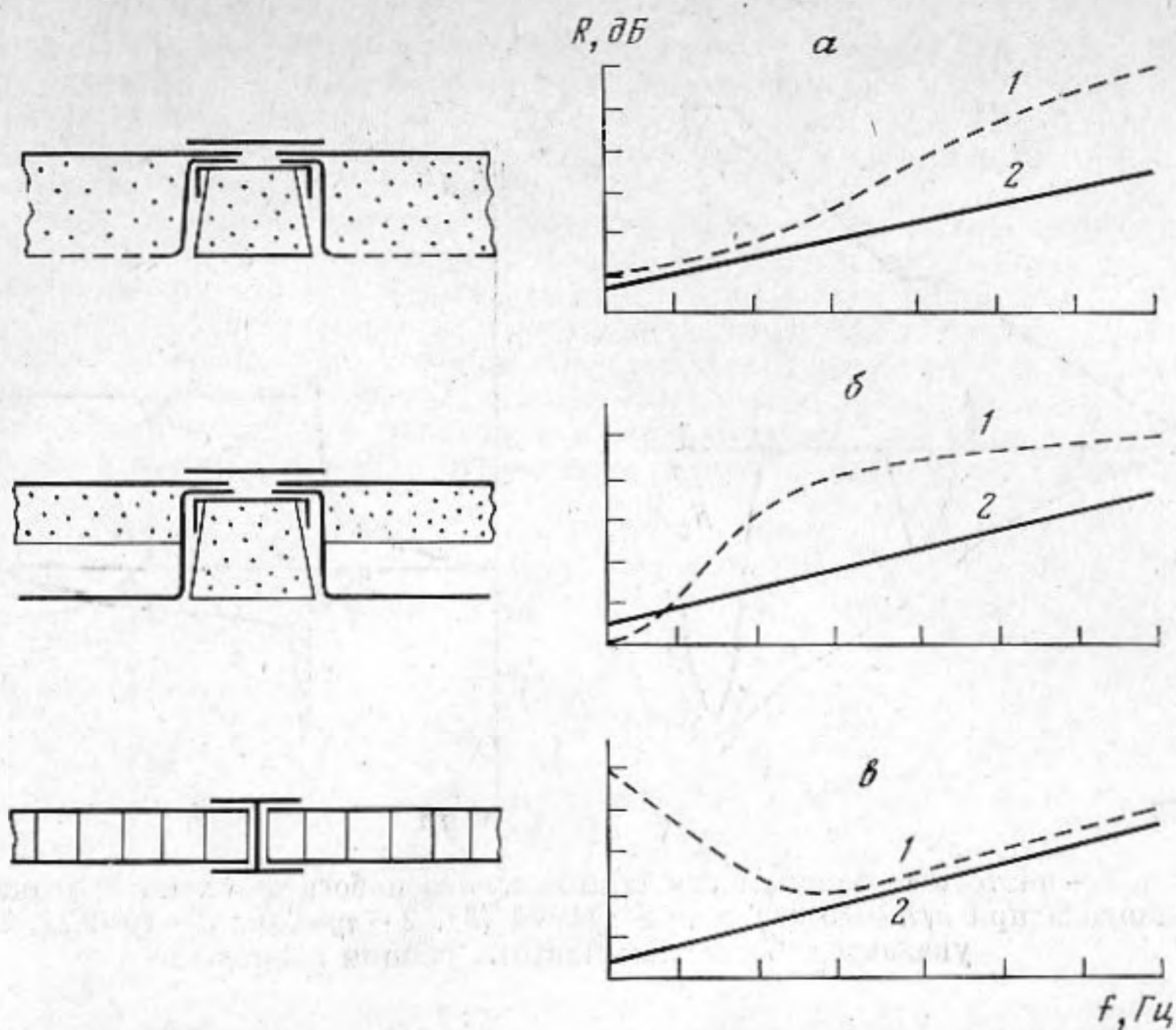
При увеличении длины оболочки с жесткими диафрагмами-фильтрами оболочечных форм колебаний в местах подкреплений первая резонансная частота балочной формы колебаний оболочки в целом может оказаться ниже первой резонансной частоты моды оболочки отдельной секции. В этом случае входной импеданс в первой области будет таким же, как у безопорной изгибно-колеблющейся балки. Вследствие наложения общих и местных колебаний в зоне приложения импедансу силовой нагрузки этот импеданс соединен параллельно входному импедансу оболочки возбуждаемой секции. В результате с ростом частоты упругий импеданс, соответствующий местной жесткости оболочки, шунтирует импеданс безопорной балки. Как следствие, во второй области частотной характеристики происходит «выключение» импеданса безопорной балки, а входной импеданс определяется параметрами той секции, в которой действует внешняя нагрузка.

✓ **Боголепов И. И.** О звукоизоляции машин. Эффективная звукоизоляция, состоящая из панелей в ячейках рамного каркаса с воздушным промежутком между машиной и звукоизолирующей оболочкой, может быть получена в нормируемом диапазоне октавных полос частот $f = 63 - 8000$ Гц при использовании трех видов панелей или их конструктивных комбинаций.

Первая панель — одностенная, состоящая из тонкого металлического листа (его первая резонансная частота и критическая частота выходят за пределы нормируемого диапазона частот) и звукопоглотителя. Такие листы служат основой всех предлагаемых панелей. Толстый слой звукопоглощающего материала покрывает лист панели со стороны машины и закрывается вторым перфорированным листом. Этот вид панели обеспечивает большую звукоизоляцию в области высоких частот за счет поверхностной массы листа и затухания звука в поглотителе (фигура, а, здесь и далее 1 — типовая экспериментальная звукоизоляция R в дБ, 2 — расчет R по закону масс).

Вторая панель — двустенная, отличающаяся от первой тем, что вместо перфорированного листа применяется сплошной, звукопоглотитель заполняет половину пространства между двумя листами, а листы соединены между собой звукоизолирующими мостиками. Панель двустенного вида имеет большую звукоизоляцию в области средних частот за счет разделения поверхностной массы на две стенки и наличия воздушного слоя и звукопоглотителя между ними (фиг. 1, б).

Третья панель — сотовая, т. е. между двумя листами располагается наполнитель из сот, соединенный с листами в единую панель. Общая толщина сотовой панели должна быть такой, чтобы колебания ее происходили преимущественно в виде изгибных волн, а первая резонансная частота находилась не ниже средних частот.



Для увеличения звукоизоляции в районе резонансов на эту панель следует нанести вибродемпфирующее покрытие. Сотовые панели имеют большую звукоизоляцию в области низких частот за счет большой изгибной жесткости и малого веса (фиг. 1, в).

Очень важно обеспечить герметичность мест соединений панелей с каркасом и мест прохода через звукоизолирующую оболочку опорных и неопорных связей машин. Последние должны иметь также и виброизоляцию. Без этого достигнуть больших значений звукоизоляции невозможно.

✓ Ляпунов В. Т., Шляпочников С. А. К расчету дисперсии продольных волн в периодических волноводах с диафрагмами. Рассмотрено распространение продольных волн в упругом волноводе с периодической структурой, состоящей из чередующихся упругих цилиндров, соединенных жесткими диафрагмами. Упругий материал предполагается мало сжимаемым, а диафрагмы жесткими и невесомыми, так что на границе цилиндра и диафрагмы радиальные перемещения отсутствуют, а аксиальные являются плоскими. Матрица проводимости \hat{Y} отдельного цилиндра первоначально построена в рамках гипотезы плоских сечений в пренебрежении деформацией всестороннего сжатия

$$Y_{1n} = \frac{i}{2} \frac{\omega h}{\mu} q_3 \left(\frac{h}{a} \right)^2 \frac{S_n(\omega)}{\sqrt{\left[\frac{(k_t h)^2}{2} - \frac{q_1}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^2 \right]^2 + (k_t h)^2 q_2 \left(\frac{h}{a} \right)^2}},$$

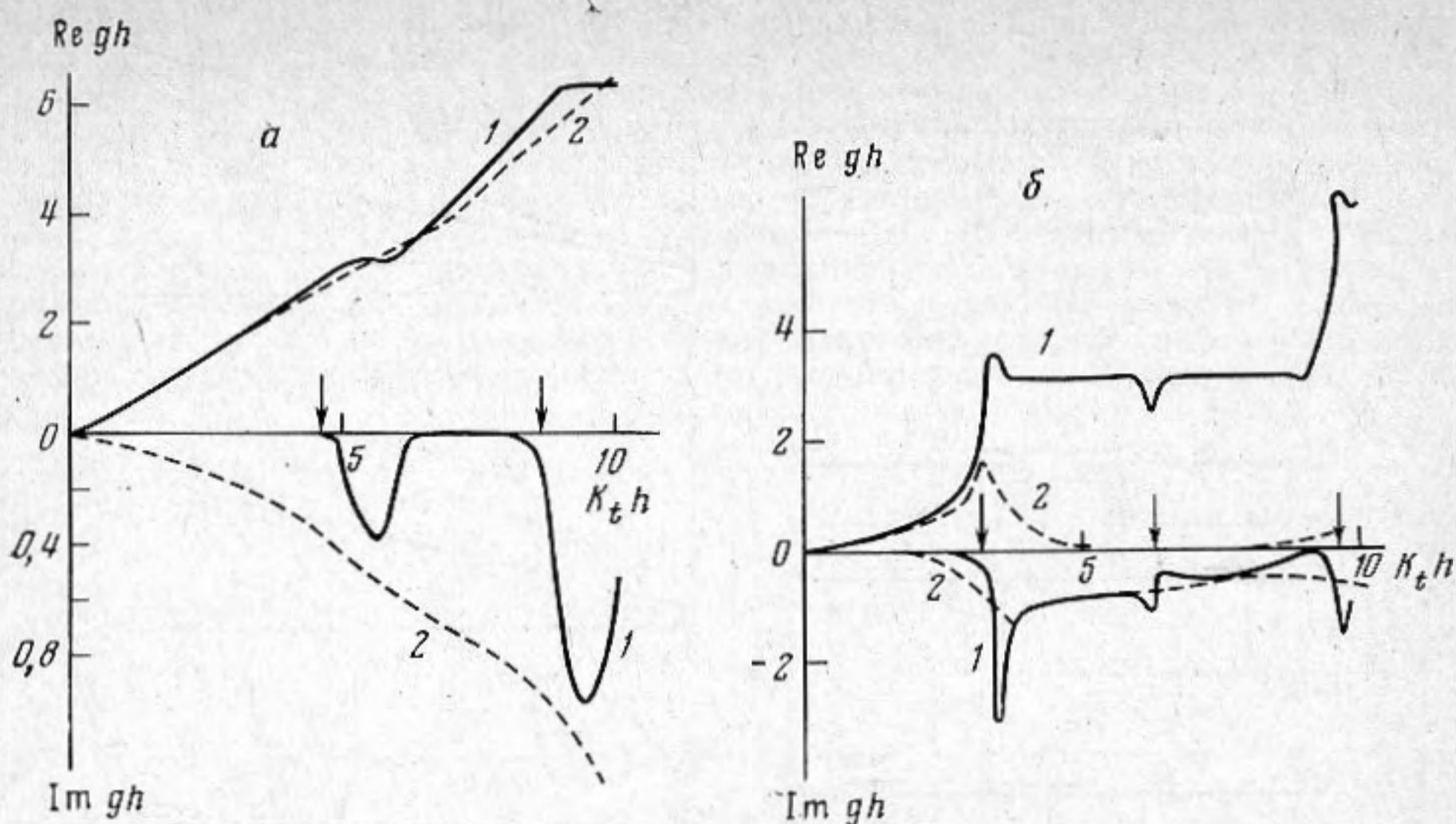
$$S_n(\omega) = \begin{cases} \frac{\text{ctg } \gamma_1 h}{\gamma_1 h} - \frac{\text{ctg } \gamma_2 h}{\gamma_2 h} & n=1 \\ -\frac{1}{\gamma_1 h \sin \gamma_1 h} + \frac{1}{\gamma_2 h \sin \gamma_2 h} & n=2, \end{cases}$$

$$(\gamma_{1,2} h)^2 = \frac{(k_t h)^2}{2} - \frac{q_1}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^2 \pm$$

$$\pm \sqrt{\left[\frac{(k_t h)^2}{2} - \frac{q_1}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^2 \right]^2 + (k_t h)^2 q_2 \left(\frac{h}{a} \right)^2},$$

$$q_1 = 24, \quad q_2 = q_3 = 8, \quad Y_{11} = Y_{22}, \quad Y_{12} = Y_{21},$$

где a, h — радиус и длина цилиндра, $\mu = \mu_0(1+i\eta)$ — комплексный модуль сдвига ма-



Фиг. 1. *a, б* – частотные зависимости комплексного набега фазы на протяжении секции волновода при $a/h=0,5$ (*a*) и при $a/h=4$ (*б*). 1 – $\eta=0,01$; 2 – $\eta=0,21$, стрелками указаны собственные частоты секции волновода

териала, k_t – волновое число волн сдвига, ω – круговая частота при зависимости от времени $\exp(i\omega t)$.

Волны всестороннего сжатия приближенно учтены прибавлением к элементам матрицы проводимости поправок, обусловленных деформациями всестороннего сжатия в стержне:

$$\Delta Y_{mn} = \begin{cases} -\frac{i}{\sqrt{\rho\lambda}} \operatorname{ctg} \left(\sqrt{\frac{\rho}{\lambda}} \omega h \right) + \frac{i}{\omega \rho h} & n=1 \\ \frac{i}{\sqrt{\rho\lambda}} \frac{1}{\sin \left(\sqrt{\frac{\rho}{\lambda}} \omega h \right)} - \frac{i}{\omega \rho h} & n=2, \end{cases}$$

где ρ, λ – плотность и константа Ламе материала.

Безразмерное волновое число $g(\omega)h$ имеет вид:

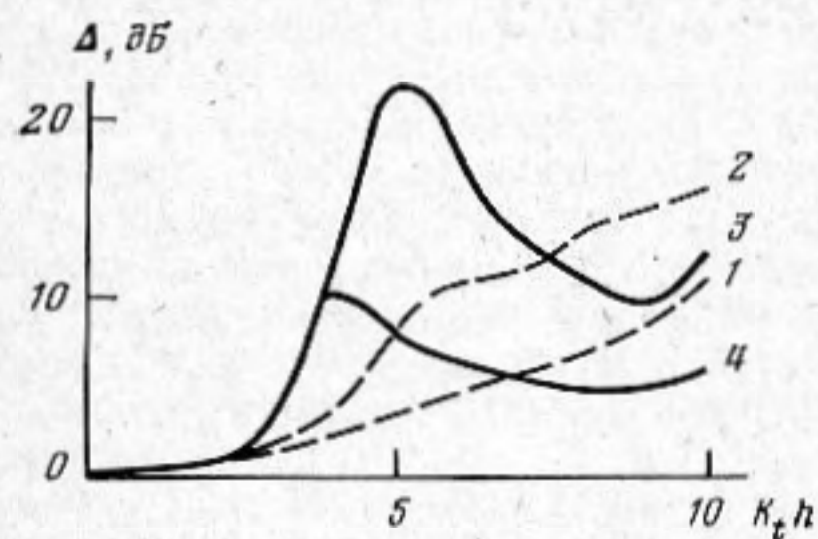
$$g(\omega)h = iL_n \left(\sqrt{\frac{Y_{11}^2(\omega)}{Y_{12}^2(\omega)}} - \sqrt{\frac{Y_{11}^2(\omega)}{Y_{12}^2(\omega)} - 1} \right).$$

Особенности этой формулы проявляются на резонансных частотах секций, причем наиболее сильно в волноводах с секциями, имеющими длину порядка радиуса, так как в этом случае радиальные перемещения соизмеримы с продольными.

Результаты численного анализа волнового числа (комплексного набега фазы $g(\omega)h$) на протяжении секции волновода (фиг. 1, *a, б*) при $\lambda/\mu=10^4$ показывают,

что для относительно длинных секций-цилиндров ($a/h=0,5$) фазовая скорость мало зависит от частоты, за исключением области низшего резонанса $(k_t h)_1=4,7$ при весьма малых потерях $\eta=0,01$. При переходе к дискообразным секциям ($a/h=4$) монотонность кривых нарушается, появляются глубокие зоны запирания на частотах выше резонанса симметричной формы колебаний.

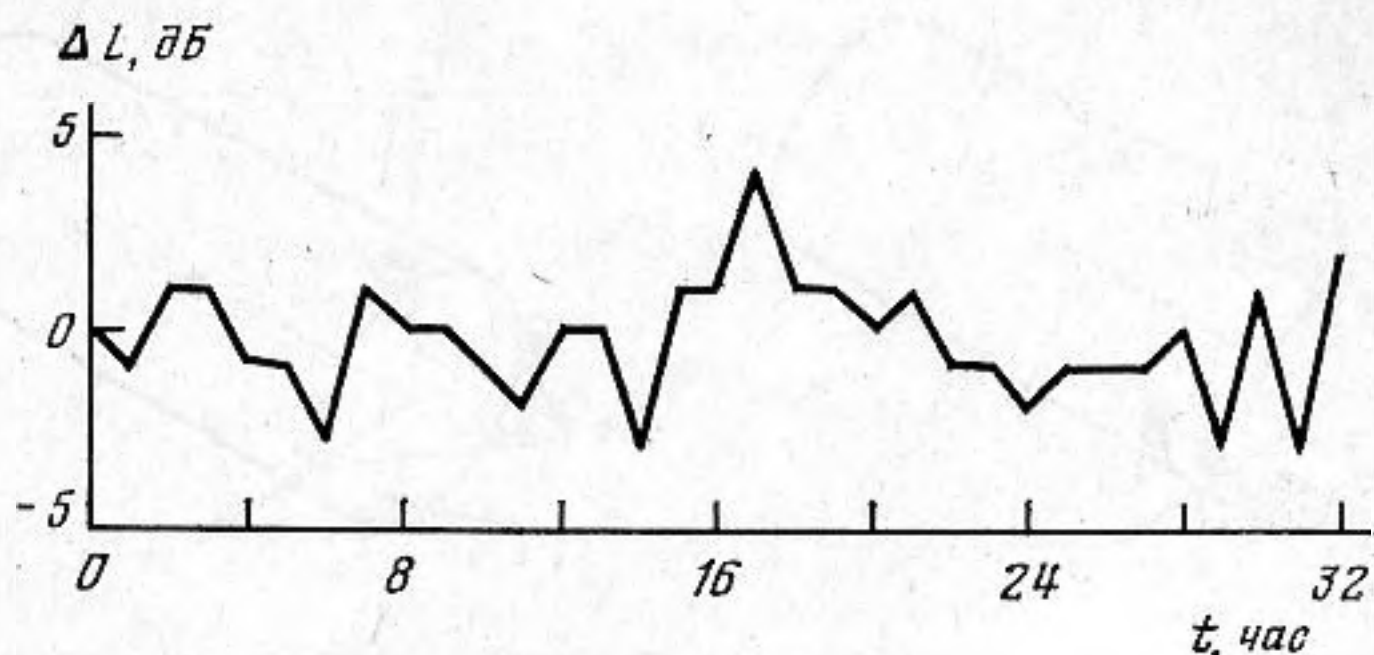
На фиг. 2 показана частотная зависимость затухания на протяжении секции волновода при различных значениях параметра a/h и $\eta=0,2$. При увеличении частоты до $k_t h=3-4$ кривые затухания разделяются на две группы: к одной из них относятся зависимости со значениями $a/h=2; 4$, имеющие резонансный характер; к другой группе относятся кривые с $a/h=0,5; 1$. В волноводе с периодической структурой наблюдается значительно большее затухание по сравнению с регулярным волноводом, выполненным даже из материала с большими потерями.



Фиг. 2. Частотная зависимость затухания Δ на протяжении секции волновода при $\eta=0,2$; 1 – $a/h=0,5$; 2 – $a/h=1$; 3 – $a/h=2$; 4 – $a/h=4$

✓ Мышинский Э. Л. Изменение вибрации машин при эксплуатационных износах. Результаты последовательных измерений вибрации механизмов, как правило, отличаются между собой не только из-за метрологических погрешностей, но и главным образом из-за нестабильности вибрации механизмов даже при неизменном техническом состоянии.

Флуктуации уровней вибрации определяются большим количеством эксплуатационных факторов. Так, например, вибрация электромашин зависит от качества тока (колебания напряжения и частоты тока, несимметрия питающего напряжения по фазам, наличие гармонических составляющих высоких порядков). Установлено [1], что при дисбалансе напряжений в трехфазной сети, равном 3%, вибрация асинхронных электродвигателей на частоте 100 Гц может увеличиться на 25–30 дБ. Регулирование клапанов трубопроводов и подключение дополнительных участков трубопровода в энергоустановках приводит к смещению резонансных характеристик



трубопровода и вызывает изменение уровней вибрации в характерных полосах частот на 10–20 дБ. Флуктуации уровней вибрации связаны также с колебаниями режима работы механизма. Неустановившееся тепловое состояние приводит к появлению дисбаланса и повышению вибрации на частоте вращения до 8–10 дБ.

Колебания скорости вращения в пределах 1–3%, поддерживаемых автоматической системой регулирования, изменяют степень отклонения рабочей частоты вращения механизма от балансировочной и тем самым влияют на величину дисбаланса ротора. Величина повышения вибрации на частоте вращения зависит при этом от начального распределенного дисбаланса ротора и может достигать 6–8 дБ.

Одновременное воздействие большого количества эксплуатационных факторов определяет случайный характер изменения вибрации, что видно из графика вибрации судового насоса на лопастной частоте в течение суток (фигура).

Наряду со случайными колебаниями уровней вибрации механизмов выявлено устойчивое монотонное изменение вибрации, связанное с эксплуатационными износами, например износом пар трения, коррозионным и эрозийным износом деталей, отложением нагара, разбалансировкой, расцентровкой и т. д. Изменение абсолютных уровней вибрации механизма во времени на участке нормального износа имеет экспоненциальный характер, что определяет линейную зависимость при исчислении вибрации в децибелах. Скорость изменения уровней вибрации в 1/3 октавных полосах у современных механизмов не превышает 1–1,2 дБ за 1000 ч работы.

При появлении дефектов уровни вибрации механизма резко возрастают, отклоняясь от линейной зависимости. Нарушение смазки и кавитационные явления приводят к увеличению вибрации в области высоких частот на 30–50 дБ.

ЛИТЕРАТУРА

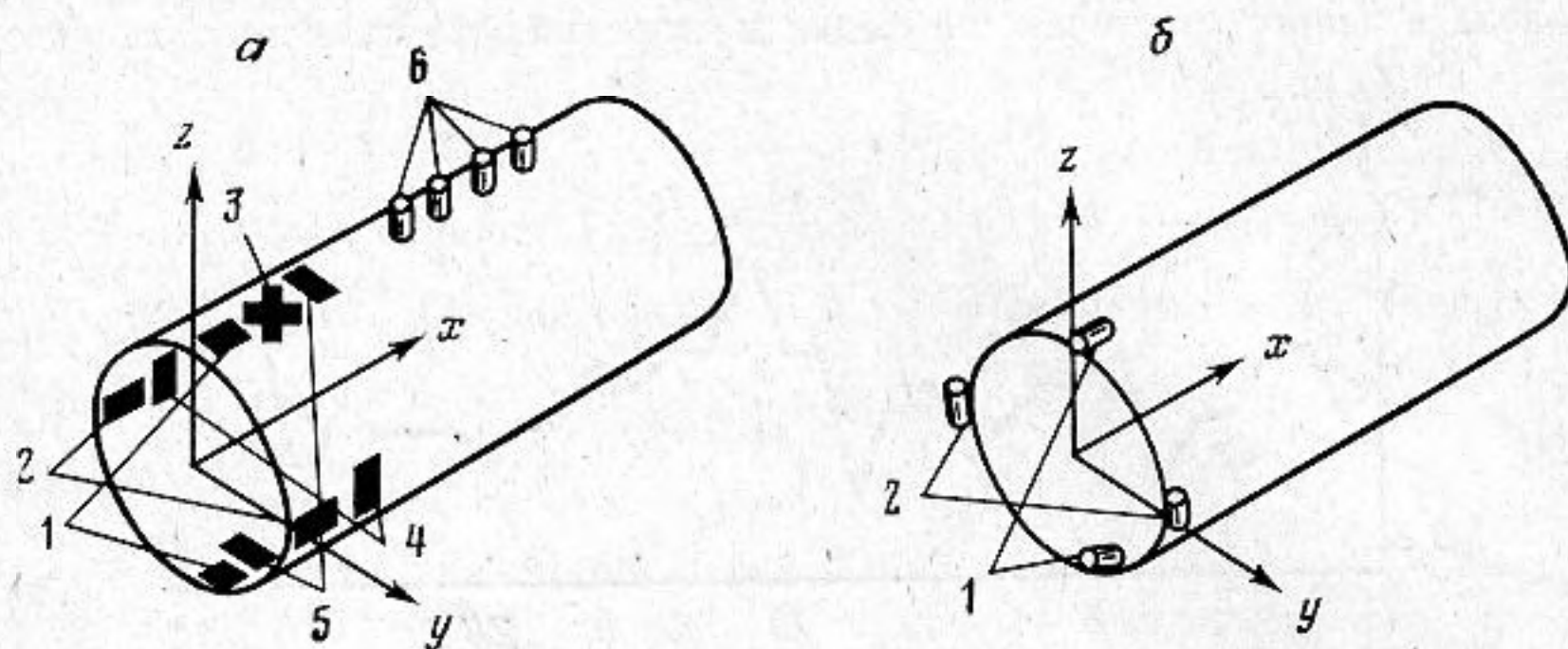
1. Бакумов Ю. В., Борзяк Ю. Г., Чебанюк В. К., Финкельштейн В. Б. К вопросу о вибрации электродвигателей при несимметрии питающей сети. — В кн.: Электромашиностроение и электрооборудование. Харьковский университет, 1976, № 23.

✓ Попков В. И. Измерение потоков колебательной мощности в инженерных конструкциях. Колебательные мощности W_n , $W_{кр}$, $W_{изг}$, распространяемые в трубопроводе соответственно продольными, поворотными и изгибными составляющими колебаний, могут быть измерены с помощью комбинации датчиков скорости колебаний и датчиков деформаций (фигура). При измерении W_n сигналы, пропорциональные продольным усилиям и скорости продольных колебаний, получаются в результате суммирования сигналов соответственно с двух тензодатчиков 1 и 2 и датчиков скорости 1. При измерении $W_{кр}$ сигналы, пропорциональные крутящему моменту, получаются в результате определения мгновенной разности сигналов датчиков сдвиговых деформаций 3 (они наклеиваются крестообразно под углом 45°). Скорости крутильных колебаний, направленных вдоль оси трубопровода, пропорциональны разности сигналов датчиков скорости 2.

Для измерения мощности $W_{изг}$ изгибных колебаний, возбуждаемых изгибающими моментами, электрические сигналы, пропорциональные соответственно изгибающему моменту и скорости поперечных колебаний, вырабатываются с помощью двух тензодатчиков продольной деформации 1 при измерении в плоскости xz (или 2 при измерении в плоскости xy) и двух датчиков скорости 2. Изгибающему моменту пропорциональна разность сигналов тензодатчиков. Сигналы датчиков скорости сум-

мируются. Для измерения мощности $W_{F \text{ изг}}$ изгибных колебаний, возбуждаемых перерезывающей силой, электрические сигналы, пропорциональные этой силе, вырабатываются с помощью двух датчиков сдвиговых деформаций 4. Сигналы с этих датчиков суммируются. Сигнал, пропорциональный перерезывающей силе, может быть также получен с помощью четырех датчиков поперечных перемещений, установленных вдоль оси трубы в плоскости действия силы. Сигналы с этих датчиков складываются по формуле $-1/2q_1 + q_2 - q_3 + 1/2q_4$.

Измерения колебательной мощности $W_{ж}$, распространяемой вдоль трубопровода упругими колебаниями жидкости или газа, можно производить с помощью измери-



а — схема расстановки датчиков деформации, б — скорости колебаний при измерении потоков колебательной мощности по трубопроводам или стержням.

теля колебательной мощности [1] путем перемножения сигнала с микрофона (этот сигнал пропорционален давлению) и сигнала скорости с датчика термоанемометра.

Калибровка фазовых характеристик каналов для измерений $W_{п}$, $W_{кр}$, $W_{изг}$ и $W_{ж}$ производится на установке «Длинная линия». С помощью фазовращателя корректируют характеристики трактов таким образом, что при измерении $W_{п}$, $W_{кр}$ и $W_{ж}$ на «длинной линии» сигналы, поступающие на умножитель по каналам силы и скорости, были синфазны. При измерении на «длинной линии» $W_{M \text{ изг}}$ сдвиг фаз между каналами момента и скорости должен составлять $+45^\circ$, а при измерении $W_{F \text{ изг}}$ -45° .

ЛИТЕРАТУРА

1. Попков В. И. Виброакустическая диагностика и снижение виброактивности судовых механизмов. Л.: Судостроение, 1974.

✓ Приходько В. Ю., Тютюкин В. В. О собственных волнах изогнутых волноводов. Рассматриваются волноводы с изогнутой по окружности осью. Исследование производится следующим образом. Уравнение Гельмгольца для звукового давления записывается в локальных координатах, связанных с внутренностью волновода. В этих координатах оператор Гельмгольца представляется в виде суммы двух операторов: оператора Гельмгольца в цилиндрических координатах и «возмущающего» оператора, представленного в виде суммы ряда по степеням параметра, определяющего геометрию волновода. Собственные волны находятся в квадратурах при малых значениях параметра методами теории возмущений. Получены также рекуррентные формулы для численного расчета собственных волн на ЭВМ в случаях, когда параметр не мал.

Проиллюстрируем метод расчета на примере тора с жесткими стенками. Собственные волны v_{mn} и волновые числа собственных волн тора ν_{mn} ищутся в виде

$$(1) \quad \nu_{mn}^2/R^2 = k_{mn}^2 + \epsilon d_{mn} + \epsilon^2 \beta_{mn} + \dots, \quad v_{mn} = u_{mn} \cos m\theta + \epsilon \psi_{mn} + \dots,$$

где k_{mn} и u_{mn} — волновые числа и ортонормированные собственные функции цилиндрического волновода с жесткими стенками; $\epsilon = a/R \ll 1$, a — радиус цилиндра, R — радиус кривизны оси тора. Применяя теорию возмущений, получаем краевую задачу Неймана для неоднородного уравнения Гельмгольца относительно неизвестной функции ψ_{mn} , дающей первое приближение

$$(2) \quad \Delta \psi_{mn} + (k^2 - k_{mn}^2) \psi_{mn} = \alpha u_{mn} \cos m\theta - 2r/ak_{mn}^2 u_{mn} \cos \theta \cos m\theta -$$

$$-1/au_{mn}' \cos \theta \cos m\theta - m/(ra)u_{mn} \sin \theta \sin m\theta; \quad \left. \frac{\partial \psi_{mn}}{\partial r} \right|_{r=a} = 0.$$

Из условий разрешимости краевой задачи (2) находим, что $\alpha=0$. Решение задачи (2) имеет вид

$$\begin{aligned} \psi_{mn} = & \sum_{i=0}^{\infty} \left\{ \left[\int_0^a \left(\frac{r'}{a} k_{mn}^2 u_{mn} + \frac{u'_{mn}}{2a} - m \frac{u_{mn}}{2r'a} \right) \frac{u_{(m+1)i} r' dr'}{(k_{mn}^2 - k_{(m+1)i}^2)} \right] \times \right. \\ & \times u_{(m+1)i} \cos(m+1)\theta + \left[\int_0^a \left(\frac{r'}{a} k_{mn}^2 u_{mn} + \frac{u'_{mn}}{2a} + m \frac{u_{mn}}{2r'a} \right) \times \right. \\ & \left. \left. \times \frac{u_{(m-1)i} r' dr'}{(k_{mn}^2 - k_{(m-1)i}^2)} \right] u_{(m-1)i} \cos(m-1)\theta \right\}. \end{aligned}$$

Отметим, что в случае «нулевой» моды ($m=0$) теория возмущений приводит к краевой задаче для уравнения Пуассона: $\Delta \psi_0 = A(\alpha - 2r/ak^2 \cos \theta)$, $\left. \frac{\partial \psi_0}{\partial r} \right|_{r=a} = 0$;

$$\Delta \psi_0 = A\beta - 2r/ak^2 \psi_0 \cos \theta - 1/a \cos \theta \frac{\partial \psi_0}{\partial r} + 1/a \sin \theta \frac{\partial \psi_0}{\partial \theta} \frac{1}{r} + 3r^2/a^2 k^2 A \cos^2 \theta,$$

$$\left. \frac{\partial \psi_0}{\partial r} \right|_{r=a} = 0,$$

решение которой определяет собственную «нулевою» волну и волновое число $v_0 = A[1 + \varepsilon r/a (ka/2)^2 (3 - (r/a)^2) \cos \theta]$, $v_0^2/R^2 = k^2[1 + \varepsilon^2 5/4 (2/5 (ka)^2 - 1)]$.

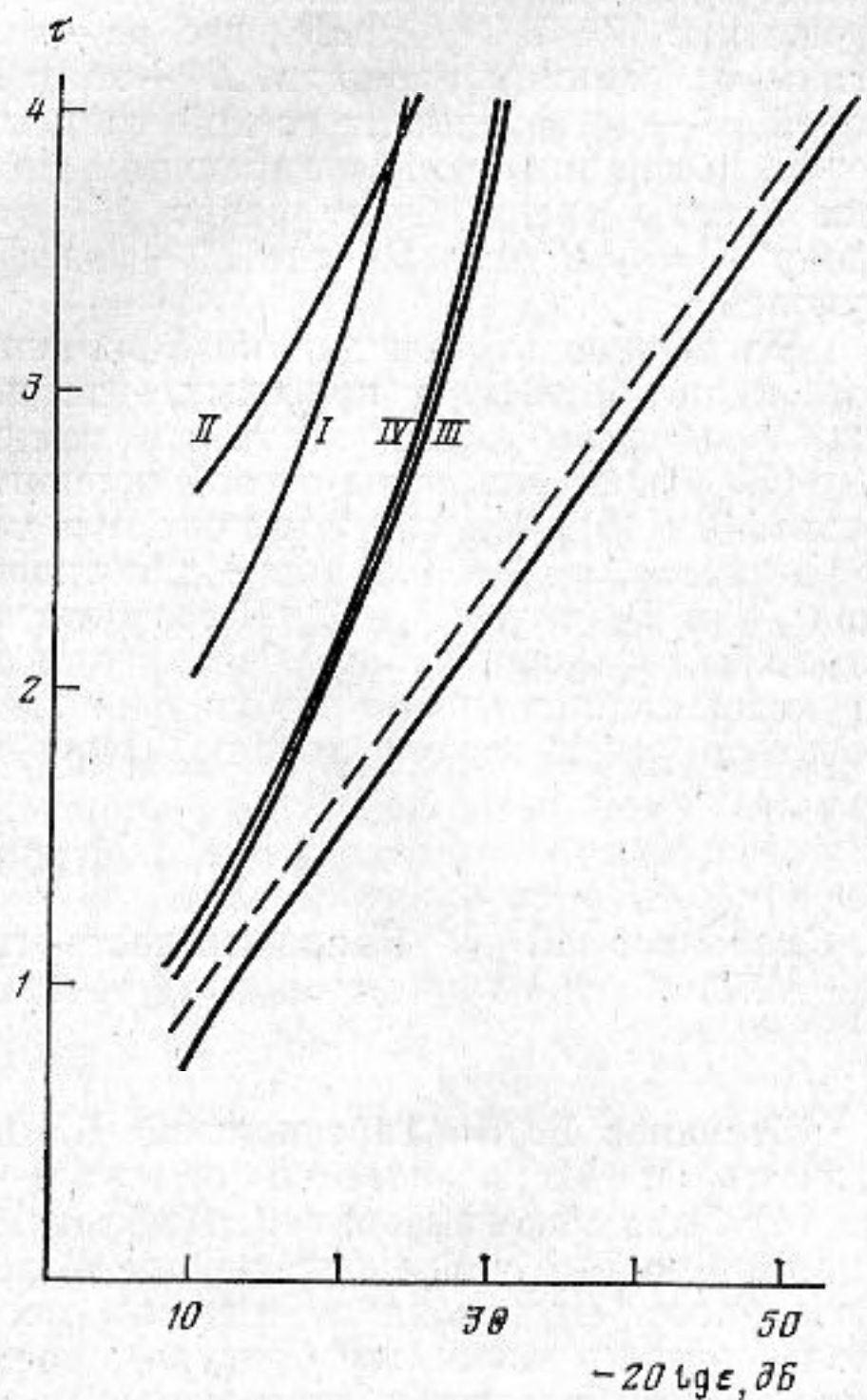
ЛИТЕРАТУРА

1. Краснушкин П. Е. О волнах в изогнутых трубах. — Уч. зап. МГУ. Физика. Кн. 2, ч. 2, 9, 1945.

✓ Рябой В. М. О некоторых универсальных неравенствах для механических и виброакустических характеристик линейно-упругих конструкций с сосредоточенными параметрами. Наложение ограничений на характеристики виброизоляции упругих систем приводит к появлению ограничений типа неравенств на механические параметры этих систем, такие, как общая масса, статическая податливость и другие. Эти неравенства играют большую роль при постановке и решении задач создания виброизолирующих конструкций с заданными или оптимальными свойствами. Для оценки предельных возможностей и перспектив развития виброизолирующих систем необходимы обобщения этих неравенств на возможно более широкие классы конструкций. Рассмотрим линейно-упругую систему общего вида, находящуюся в состоянии устойчивого равновесия, которая состоит из некоторого числа материальных точек, произвольным образом упруго связанных между собой и с жестким основанием. Виброизоляцию системы будем характеризовать ее коэффициентом передачи. Точные неравенства, относящиеся к системам с заданной частотной зависимостью коэффициента передачи $T(\omega)$ и задающие ограничения на суммарную массу системы m , ее общую статическую упругость c и массу m_1 , сосредоточенную в точке приложения внешней силы, выведены в [1-3]. Пусть теперь зависимость $T(\omega)$ не задана, но известно, что $|T(\omega)| \leq \varepsilon$, $\omega_* \leq \omega \leq \omega_{**}$. Тогда с помощью результатов работы [2] можно доказать неравенство

$$(1) \quad \sqrt{\frac{m}{c} \frac{\omega_* \omega_{**}}{\omega_{**} - \omega_*}} \geq \frac{2}{\pi} \left(\ln \frac{\pi}{\varepsilon} - 1 \right) + \alpha$$

(малый остаточный член $\alpha = O(1/\ln^2 \varepsilon)$ для краткости не выписан). На фигуре сплошная линия соответствует правой ча-



Предельные возможности идеально упругих пассивных виброизолирующих систем; $\tau = (\sqrt{m/c}) \omega_* \omega_{**} / (\omega_{**} - \omega_*)$

сти (1). Точки, лежащие правее и ниже этой линии, не могут соответствовать никакой линейной консервативной механической системе. Вывод неравенства (1) дает также способ построения систем, характеристики которых соответствуют точкам пунктирной линии на фигуре. Таким образом, существуют системы, для которых правая и левая части неравенства (1) различаются незначительно, т. е. неравенство дает довольно точную оценку предельных возможностей данного класса систем. На фигуре показаны также линии, задающие предельные возможности однокаскадной (I), двухкаскадной (II) систем виброизоляции, простейшей системы с рычагом (III) и динамического гасителя (IV).

Полученные результаты показывают, что возможности виброизоляции с помощью упругих пассивных систем принципиально ограничены, однако, по-видимому, еще не исчерпаны.

ЛИТЕРАТУРА

1. Генкин М. Д., Рябой В. М., Яблонский В. В. Об одной обратной задаче виброакустики. — Акуст. ж., 1980, т. 26, № 5, с. 618–620.
2. Рябой В. М. О наименьшей массе упругоинерционных виброизолирующих систем. — Изв. АН СССР. Мех. тв. тела, 1980, № 4, с. 59–67.
3. Рябой В. М., Генкин М. Д., Яблонский В. В. Построение и оптимизация дискретных линейно-упругих систем с заданными частотными характеристиками. — Машиноведение, 1981, № 2, с. 32–38.

✓ **Святенко В. А.** Низкочастотное излучение бесконечной пластины, возбуждаемой распределенными усилиями. Рассмотрено звукоизлучение пластины, возбуждаемой распределенными усилиями, имеющими постоянную амплитуду по пространству. Излучаемая пластиной звуковая мощность определяется методом интегральных преобразований. Показано, что при выполнении равенств $k_0 \cos \alpha = k_x$, $k_0 \cos \beta = k_y$ (здесь k_0 — волновое число звуковых волн в среде, k_x , k_y — компоненты волнового числа колебаний пластины, α , β — углы между координатными осями XU и направлением на точку наблюдения) трансформанта Фурье-функции пространственного распределения возбуждающих усилий $f(k_x, k_y)$ с точностью до множителя 2π равна характеристике направленности D монополюсных излучателей, распределенных на плоскости по тому же закону, т. е. $2\pi f(k_x, k_y) = D$.

Звуковая мощность W , излучаемая пластиной на частотах ниже критической при возбуждении распределенной силой F , для случая акустически легкой среды может быть определена как $W = \rho c k_0^2 F^2 / 4\pi \omega^2 m^2 D_0$, для случая акустически тяжелой среды как $W = k_0^2 F^2 / 4\pi \rho c D_1$, где ρc — волновое сопротивление среды, m — масса пластины на единицу площади, D_0 — коэффициент осевой концентрации системы монополей, D_1 — коэффициент осевой концентрации системы диполей. Показано, что при возбуждении пластины изгибающим моментом M мощность, излучаемая в акустически легкую среду, будет равна $W = \rho c k_0^4 M^2 / 4\pi \omega^2 m^2 D_1$, а в акустически тяжелую среду $W = k_0^4 M^2 / 4\pi \rho c D_2$, где D_2 — коэффициент осевой концентрации системы квадрупольных.

Численные оценки для коэффициентов осевой концентрации линейных (сплошных и дискретных) и круговых антенн, составленных из дипольных и квадрупольных элементов, показывают, что имеют место приближенные равенства $D_1 \approx 3D_0$, $D_2 \approx 15D_0$ (коэффициенты осевой концентрации для одиночного диполя и квадрупольных равны 3 и 15). Эти соотношения при малых волновых размерах антенны переходят в равенства, а при больших — для сплошных антенн дают погрешность в определении D_1 и D_2 менее 2 и 3 дБ соответственно, для дискретных антенн — погрешность стремится к нулю. Таким образом, для определения величины излучаемой пластиной звуковой мощности при возбуждении ее распределенными усилиями можно воспользоваться результатами хорошо разработанной теории акустических антенн [1].

ЛИТЕРАТУРА

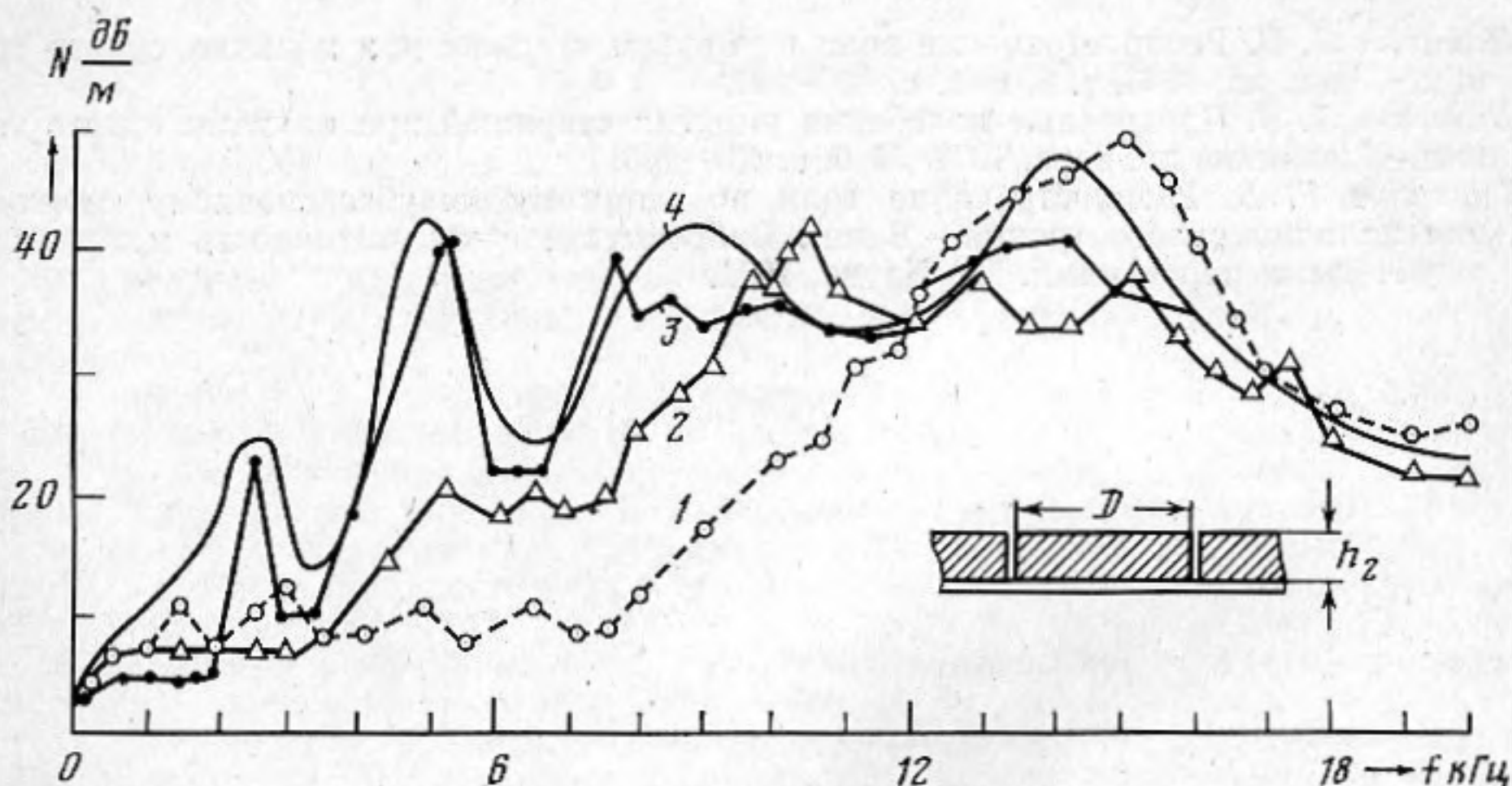
1. Смарышев М. Д. Направленность гидроакустических антенн. Л.: Судостроение, 1973.

✓ **Степанов В. Б., Тартаковский Б. Д., Федина Н. Ю.** Эффективность расчлененного волнового вибропоглощающего покрытия. В работе [1] была показана высокая эффективность волнового (не тонкого по отношению к длине волны) вибропоглощающего покрытия в окрестности частот его толщинных резонансов. Представляло интерес исследовать волновое покрытие, расчлененное поперечными разрезами (фигура), поскольку предполагалось, что благодаря разрезам в покрытии возбуждятся наряду с толщинными также и продольные резонансы волн между разрезами. Возбуждение продольных резонансов, усиливая деформации покрытия, приведет тем самым к дополнительному затуханию вибрации в основном металлическом стержне или пластине.

На фигуре в качестве примера приведены экспериментальные частотные характеристики величины погонного затухания N дБ/м амплитуды изгибающей волны в стальном стержне размером $160 \times 0,08$ м² толщиной $h_1 = 0,01$ м, оклеенном вибропоглощаю-

щим покрытием «Агат» толщиной $h_2=0,03$ м. Кривая 1 соответствует однородному покрытию, кривые 2 и 3 – покрытию, расчлененному на одинаковые участки протяженностью $D=0,2$ и $0,1$ м. При $D>h_2$ дополнительные области повышенного затухания вибрации появились на частотах ниже основного толщинного резонанса сдвиговой волны в сплошном покрытии (ниже частоты $f \approx 15$ кГц). Теоретическая частотная характеристика погонного затухания, полученная методом расчета диссипативной функции [1] расчлененного волнового покрытия в случае $D=0,1$ м (кривая 4), удовлетворительно совпала с экспериментом (кривая 3).

Таким образом, в случае $D>h_2$ расчлененное волновое покрытие обладает расширенной (в сторону низких частот) областью повышенного вибропоглощения по сравнению с однородным волновым покрытием.



Частотные характеристики погонного затухания N дБ/м амплитуды изгибной волны в стержне с расчлененным волновым покрытием: 1–3 эксперимент в случаях однородного покрытия, $D=0,2$ и $0,1$ м, 4 – расчет при $D=0,1$ м

ЛИТЕРАТУРА

1. Бочкарев В. М., Степанов В. Б., Тартаковский Б. Д. Об эффективности волнового вибропоглощающего покрытия. – В кн.: Докл. III Всес. конф. по борьбе с шумом и вибрацией. Челябинск, 1980 (Секция Борьба с вибрацией, с. 145–148).

✓ Тарханов Г. В. Продольные колебания стержня при наличии сухого трения. Распространение упругой волны по стержню, прижатому к шероховатому основанию, рассматривалось в работах [1, 2]. В работе [3] было показано, что скорость переднего фронта волны зависит от удельной силы трения f и ускорения на фронте волны $a/a_0 = \pm (1 + \alpha f / v_{tt})^{-1/2}$, где $\alpha = \text{sign } v_t - \beta_0$, β_0 – коэффициент, определяющий предварительное смещение, $a_0 = (EF/m)^{1/2}$ – скорость распространения упругой волны, E – модуль упругости материала, F – площадь поперечного сечения стержня, m – погонная масса.

Действие сухого трения на стержень при конечном ускорении v_{tt} приводит к уменьшению скорости распространения переднего фронта волны, поэтому последующие волны, вызванные перемещением конца стержня и распространяющиеся с фазовой скоростью a_0 , догоняют фронт волны, а затем, частично отражаясь от него, порождают обратные волны.

Перемещение фронта волны может быть определено из функционального уравнения

$$(1) \quad z(t) + z_{-1}(t) = 2t + 4 \frac{\partial u_0}{\partial t} / \alpha f,$$

где $z_{-1}(t)$ – обратная функция, $u_0(t)$ – перемещение конца стержня.

Если конец стержня совершает гармонические колебания с частотой ω и амплитудой A , то для малых t можно принять $z(t) = kt$ и далее функциональное уравнение (1) решать как уравнение с запаздыванием.

С момента $t = \pi/\omega$ по стержню начинает распространяться задний фронт первой полуволны. Скорость его распространения больше a_0 , поэтому по мере распространения заднего фронта длина волны уменьшается, обращаясь в некоторый момент в ноль. Вслед за волной растяжения начинает распространяться полуволна сжатия и ее передний фронт будет отставать от заднего фронта волны растяжения. Между этими полуволнами образуется зона застоя. Поэтому решение для полуволны сжатия находится также из решения уравнения (1), но с новым значением коэффициента α .

Путь, пройденный волной до ее полного затухания, изменяется от цикла к циклу, стремясь к некоторому пределу.

Зависимость относительной деформации или нагрузки, действующей на конец стержня, от перемещения представляет собой незамкнутую петлю гистерезиса, площадь которой равна работе, затраченной за цикл. После некоторого числа циклов деформации петля стабилизируется и коэффициент β принимает значение $\pm 2/k_n$, где k_n определяется из уравнения $k^3 - 4k^2 A \omega^2 / f - 3k + 2 = 0$. Площадь стабилизированной петли гистерезиса равна работе, затрачиваемой или гармонических колебаниях конца полубесконечного стержня без трения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Никитин Л. В.* Распространение волн в упругом стержне при наличии сухого трения. — Инж. ж., 1963, т. 3, в. 1, с. 126–130.
2. *Никитин Л. В.* Продольные колебания упругих стержней при наличии сухого трения. — Механика тв. тела, 1978, № 6, с. 137–145.
3. *Тарханов Г. В.* Распространение волн по упругому полубесконечному стержню при наличии сухого трения. — В кн.: Виброакустическая активность механизмов с зубчатыми передачами. М.: Наука, 1971.