

6. Cooper H. F., Reiss E. L. Reflection of plane viscoelastic waves from plane boundaries.— J. Acoust. Soc. Amer., 1966, v. 36, № 6, p. 1133–1138.
7. Кристенсен Р. Введение в теорию вязкоупругости. М.: Мир, 1974.
8. Lockett F. J. The reflection and refraction of waves at an interface between viscoelastic materials. J. Mech. Phys. Solids, 1962, v. 10, № 1, p. 63–64.
9. Cooper H. F. Reflection and transmission of oblique plane waves at a plane interface between viscoelastic media.— J. Acoust. Soc. Amer., 1967, v. 42, № 5, p. 1064–1069.
10. Барышникова Л. Ф. Сдвиговые волны на границе раздела биологических сред.— Матер. симпоз. Акустические свойства биологических объектов. Пущино, Изд-во Научного центра биологических исследований АН СССР, 1984, с. 65.
11. Михайлов И. Г., Соловьев В. А., Сырников Ю. П. Основы молекулярной акустики. М.: Наука, 1964.
12. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
29.XII.1984

УДК 621.396.677

ИСКАЖЕНИЕ ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ АНТЕННЫ ЗА СЧЕТ ВЛИЯНИЯ ОКРУЖАЮЩЕЙ ЕЕ ОБОЛОЧКИ

Белый Е. К., Мацевич Э. В., Плахов Д. Д.,
Чижов В. Ю., Яковлев В. Е.

Рассмотрим бесконечную цилиндрическую антенну, помещенную внутри цилиндрической оболочки (фиг. 1), и оценим количественно влияние параметров оболочки на искажения диаграммы направленности антенны.

Решение поставленной задачи целесообразно построить по аналогии с работами [1–3], где рассматривалась дифракция звуковой волны на телах цилиндрической формы. Рассмотрим предварительно распределение звукового давления p_0 ,

создаваемое гармоническим источником сферической волны в зазоре между поверхностью цилиндрической антенны и поверхностью окружающей ее оболочки. Источник будем считать расположенным в точке с координатами r_0, φ_0, z_0 вне оболочки, а точку наблюдения выберем с координатами r, φ, z внутри оболочки. Множитель $\exp[-i\omega t]$ будем опускать.

Функция, описывающая давление в зазоре, находится из решения неоднородного уравнения Гельмгольца с граничными условиями следующего вида: $\partial p_0 / \partial r |_{r=a} = 0$; $i\omega \rho w = \partial p_0 / \partial r |_{r=b} = \partial p_1 / \partial r |_{r=b}$, где ρ — плотность жидкости внутри и снаружи цилиндрической оболочки; w — колебательная скорость поверхности наружного цилиндра, положительная по направлению внешней нормали к поверхности цилиндра; $p_{0,1}$ — давление снаружи и внутри цилиндрической оболочки соответственно.

Звуковое давление снаружи цилиндрической оболочки в соответствии с работами [4, 5] можно представить

Фиг. 1. Расположение антенны в оболочке

как сумму давлений в падающей звуковой волне, в волне, отраженной от жесткого цилиндра и волне, излученной колеблющейся цилиндрической оболочкой. В последнем случае давление берется со знаком минус, так как оно определяет реакцию среды, препятствующую перемещению оболочки в положительном направлении (в направлении внешней нормали). Интегральное выражение для звукового давления внутри оболочки согласно работе [6] запишем в следующем виде:

$$p_0 = \frac{ik}{4} \int_{-\pi/2+i\infty}^{\pi/2-i\infty} \sum_{n=0}^{\infty} [A_n H_n^{(1)}(kr \sin \theta) + B_n H_n^{(2)}(kr \sin \theta)] \cos n(\varphi - \varphi_0) \exp[ik(z - z_0) \cos \theta] \sin \theta d\theta, \quad (1)$$

где θ — угол места; $k = \omega/c$ — волновое число звуковых колебаний; $H_n^{(1)}, H_n^{(2)}$ — функции Ханкеля первого и второго рода соответственно; A_n, B_n — неизвестные коэффициенты.

После подстановки найденных из граничных условий неизвестных коэффициентов A_n и B_n в выражение (1) получим формулу для звукового давления в зазоре между цилиндрами

$$p_0 = -\frac{ik}{4} \int_{-\pi/2+i\infty}^{\pi/2-i\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \left[1 - \frac{H_n^{(1)}(kr \sin \theta) H_n^{(2)'}(ka \sin \theta)}{H_n^{(2)}(kr \sin \theta) H_n^{(1)'}(ka \sin \theta)} \right] \times \\ \times H_n^{(2)}(kr \sin \theta) H_n^{(1)}(kr_0 \sin \theta) D_n(\theta) \cos n(\varphi - \varphi_0) \exp[ik(z - z_0) \cos \theta] \sin \theta d\theta \\ D_n(\theta) = 1 - Z_n(\theta) \frac{\sin \theta}{i\rho c} \frac{H_n^{(1)'}(kb \sin \theta)}{H_n^{(1)}(kb \sin \theta)} \left[1 - \frac{H_n^{(1)'}(kb \sin \theta) H_n^{(2)'}(ka \sin \theta)}{H_n^{(2)'}(kb \sin \theta) H_n^{(1)'}(ka \sin \theta)} \right] \times \\ \times \left[\frac{H_n^{(2)'}(kb \sin \theta) H_n^{(1)'}(kb \sin \theta)}{H_n^{(2)}(kb \sin \theta) H_n^{(1)}(kb \sin \theta)} - 1 \right]^{-1} \quad (2)$$

Здесь $\varepsilon_n = 1$ при $n=0$; $\varepsilon_n = 2$ при $n \neq 0$; ρc — волновое сопротивление среды вне и внутри оболочки; $Z_n(\theta)$ — механическое сопротивление оболочки при нагрузке вида $\cos n(\varphi - \varphi_0) \exp[ik(z - z_0) \cos \theta]$, которое согласно работе [5] может быть записано в следующем виде: $Z_n(\theta) \approx -i\omega m \{1 - [(c_u \cos \theta / c)^2 + (n/k_u b)^2]^2\}$, где m — масса единицы площади поверхности оболочки; c_u — скорость изгибных волн в пластине с толщиной, равной толщине стенок оболочки; $k_u = \omega/c_u$ — волновое число изгибных колебаний. Приведенное аналитическое выражение для величины $Z_n(\theta)$ справедливо, если выполнены условия $k_0 b \gg 1$ и $k_0 h \ll 1$, $k_0 = \omega/c_0$, где c_0 — скорость продольных волн для материала оболочки. Указанные условия означают, что длина окружности оболочки $2\pi b$ должна на порядок превосходить длину волны продольных колебаний в материале оболочки, а толщина оболочки h должна быть меньше длины этой волны. Для тонких оболочек, для которых отношение b/n существенно больше единицы, оба оговоренных условия обычно выполняются в широком диапазоне частот.

Подынтегральная сумма (2) по индексу n может быть преобразована в контурный интеграл по методу Ватсона. Необходимые для получения результата промежуточные выкладки подробно рассмотрены в работе [7]. После выполнения дополнительных вычислений, пренебрегая членами, определяющими влияние на распределение давления волн, многократно обогнувших цилиндрическую антенну, и заменяя функции Ханкеля асимптотическими формулами Дебая, приведенными в работе [7], запишем подынтегральную сумму в выражении (2) в следующем виде:

$$\frac{1}{2} \left[\int_{C_1} \frac{2}{\pi \sqrt{(kr \sin \theta)^2 - v^2} \sqrt{(kr_0 \sin \theta)^2 - v^2}} e^{i(\zeta_r - \zeta_r)} e^{iv(\varphi - \varphi_0)} D_v(\theta) dv + \right. \\ \left. + \int_{C_2} \frac{2}{\pi \sqrt{(kr \sin \theta)^2 - v^2} \sqrt{(kr_0 \sin \theta)^2 - v^2}} e^{i(\zeta_r - 2\zeta_a - \zeta_r)} e^{iv(\varphi - \varphi_0)} D_v(\theta) dv, \quad (3) \right.$$

где $\zeta_r = \sqrt{(kr \sin \theta)^2 - v^2} - v \arccos(v/kr \sin \theta)$; $\zeta_{r_0} = \sqrt{(kr_0 \sin \theta)^2 - v^2} - v \arccos(v/kr_0 \sin \theta)$; $\zeta_a = \sqrt{(ka \sin \theta)^2 - v^2} - v \arccos(v/ka \sin \theta)$. При выборе путей C_1 и C_2 необходимо выполнить требование, чтобы они не пересекали линий ветвления асимптотических выражений функций Ханкеля и оканчивались бы в первом и третьем квадрантах. Вычислим интегралы по контуру C_1 и C_2 методом стационарной фазы и получим выражение для звукового давления внутри зазора между цилиндрами в зоне акустической освещенности:

$$p_0 = \frac{e^{ikR}}{R} D(\chi, \theta) + \frac{e^{ikR_1}}{R_1} D(\chi, \theta) \sqrt{R_1 \sin \theta / s}, \quad (4)$$

где $D(\chi, \theta) = 1 + 0,5Z(\theta) (\sin \theta / i\rho c) \sin \chi_b [1 - \exp(2i\Delta)]^{-1}$ — коэффициент ослабления звуковой волны в области света; χ — угол падения звуковой волны на антенну; $\chi_b = \arcsin[(a/b) \sin \chi]$ — угол падения на оболочку; $\Delta = k \sin \theta [b \cos \chi_b - a \cos \chi - a \sin \chi (\chi_b - \chi_a)]$; R — расстояние от точки излучения до точки приема; $R_1^2 = (s_0 + s) / \sin \theta$; $s_0 = [r_0^2 - (a \sin \chi)^2]^{1/2} - a \cos \chi$; $s = [r^2 - (a \sin \chi)^2]^{1/2} - a \cos \chi$. Первый член суммы в выражении (4) описывает волну, прошедшую через оболочку к приемнику, не касаясь поверхности антенны. Второму члену соответствует волна, прошедшая через оболочку и попавшая в точку приема после отражения от поверхности антенны.

Совместив координаты наблюдения с поверхностью антенны ($r \rightarrow a$), получим распределение давления по антенне в области акустической освещенности (при этом будем рассматривать случай нормального падения звуковой волны на поверх-

ность антенны ($\theta = \pi/2$)

$$p_0 = 2 \frac{e^{ikR}}{R} D(\chi). \quad (5)$$

Если радиус антенны стремится к нулю, формула (5) совпадает с формулой, полученной в работе [6] для давления в центре тонкостенной цилиндрической оболочки. Если принять $Z(\theta)/\rho c \rightarrow 0$, то давление на поверхности антенны будет равно удвоенному давлению в падающей волне, что соответствует случаю отсутствия оболочки. При $Z(\theta)/\rho c \rightarrow \infty$ давление на поверхности антенны будет равно нулю, что соответствует случаю, когда оболочка является акустически жесткой.

Для получения аналогичной зависимости, позволяющей получить угловое распределение давления в области акустической тени на поверхности антенны, преобразуем интеграл (3) в интеграл по контуру C' , который в соответствии с работой [9] располагается в виде петли, охватывающей в положительном направлении нули знаменателя подынтегрального выражения, расположенные в первом квадранте. Предполагая справедливость формул Дебая вблизи $v = ka \sin \theta$ и подставляя асимптотические выражения для $H_v^{(1)}(kr_0 \sin \theta)$ в интеграл по контуру C' , вычислим его методом стационарной фазы:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\exp(-i\pi/4)}{\sqrt{k \sin \theta} \sqrt[4]{r_0^2 - a^2}} \exp(ik \sin \theta \sqrt{r_0^2 - a^2}) \times \\ & [H_v^{(2)}(ka \sin \theta) H_v^{(1)'}(ka \sin \theta) - H_v^{(1)}(ka \sin \theta) H_v^{(2)'}(ka \sin \theta)] \times \\ & \times \int_{C'} \frac{\times [H_v^{(2)}(kb \sin \theta) H_v^{(1)'}(kb \sin \theta) - H_v^{(2)'}(kb \sin \theta) H_v^{(1)}(kb \sin \theta)] e^{i v \psi} dv}{H_v^{(1)'}(ka \sin \theta) [H_v^{(2)}(kb \sin \theta) H_v^{(1)'}(kb \sin \theta) - H_v^{(1)}(kb \sin \theta) H_v^{(2)'}(kb \sin \theta)] -} \\ & - [Z_v(\theta) \sin \theta / \rho c] H_v^{(1)}(kb \sin \theta) [H_v^{(2)'}(kb \sin \theta) H_v^{(1)'}(ka \sin \theta) - \\ & - H_v^{(1)'}(kb \sin \theta) H_v^{(2)'}(ka \sin \theta)] \end{aligned} \quad (6)$$

где $\psi = \varphi - \varphi_0 - \arccos(a/r_0)$.

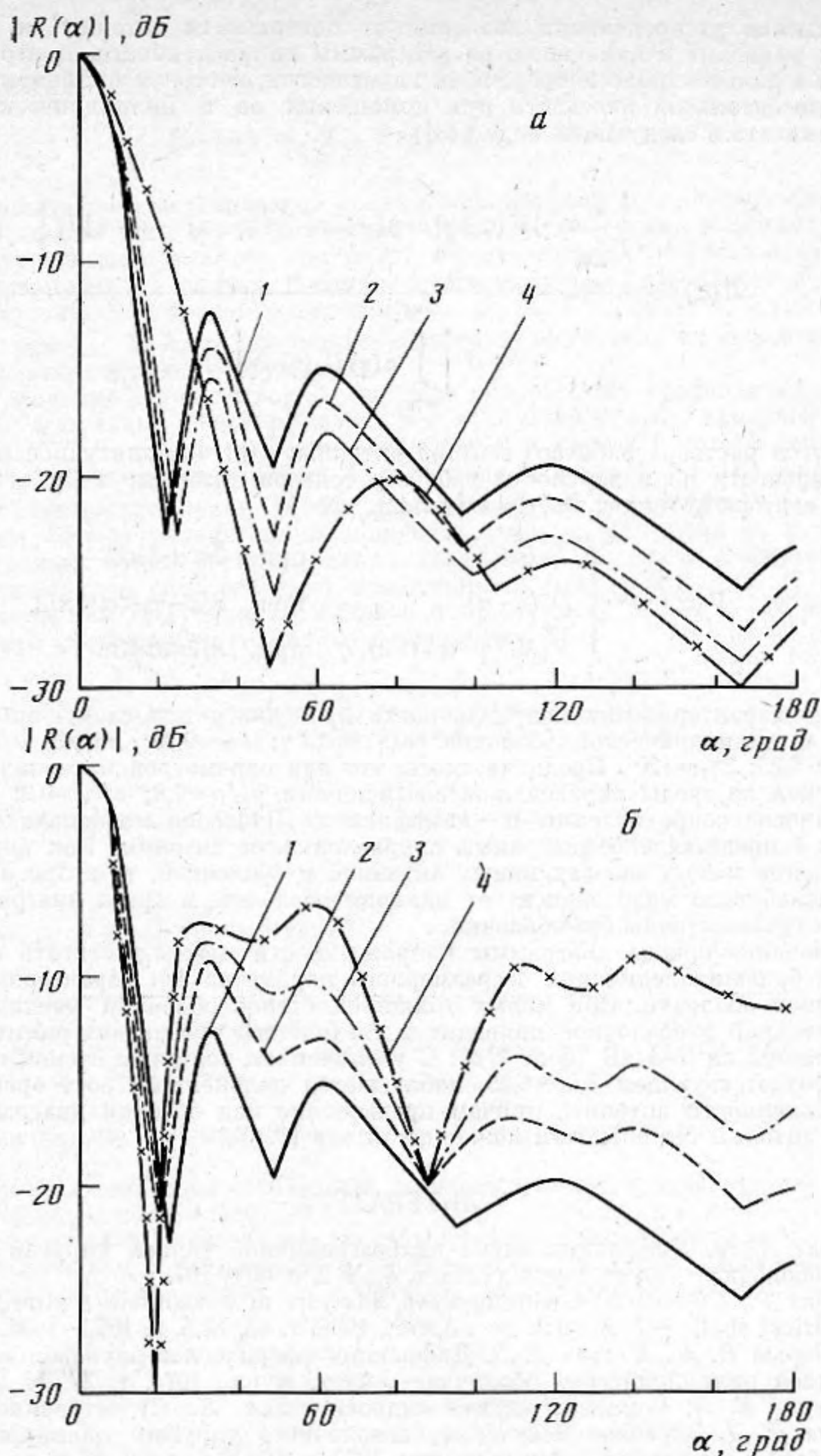
Угол ψ определяет угловое расстояние, которое проходит звуковая волна из области света в область тени, огибая жесткий цилиндр. Обозначим интеграл по контуру C' как $2MV(M\psi, q) \exp[ika\psi \sin \theta]$, где $V(M\psi, q)$ — функции ослабления звукового давления в области тени. Подставляя выражение (6) в (2) и вычисляя интеграл методом стационарной фазы, получим

$$p_0 = \frac{\exp(ikR)}{R} \frac{\sqrt{\sin \theta}}{\sqrt[4]{r_0^2 - a^2}} V(M\psi, q).$$

Рассмотрим функцию ослабления давления в зоне тени. Она может быть вычислена в соответствии с теоремой о вычетах. Однако выполнение вычислений требует предварительного численного определения корней уравнений (6), что оказывается трудоемкой задачей. Вместе с тем В. А. Фоком предложен иной способ вычисления подобной функции. Метод состоит в преобразовании интеграла по контуру C' в интеграл по вещественной оси, который затем находится численным способом. Используя асимптотические формулы для функций Ханкеля, предложенные в работе [10], запишем интеграл по контуру в виде

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{2}{\pi}} M_a \exp(ika\psi \sin \theta) \times \\ & \times \int_{\Gamma} \frac{\exp(iM\psi t) dt}{w_1'(t) + 0,5i w_1'(ct-y) [w_2'(ct-y) w_1'(t) - w_2'(t) w_1'(ct-y)] / q_b(t)}, \end{aligned} \quad (7)$$

где $M_a = (ka/2)^{1/2}$; $c = (a/b)^{1/2}$; $y = k \sin \theta [(b-a)/M_b]$; $M_b = (kb/2)^{1/2}$; $q_b = i\rho c M_b / z_v(\theta) \sin \theta$, $w_{1,2}$ — производные от функций Эйри. Контур Γ в соответствии с работой [11] проходит от $\infty \exp(i2\pi/3)$ до 0 и от 0 до ∞ по вещественной оси. Вычисляя интеграл в пределах от $\infty \exp(i2\pi/3)$ до 0, считаем $t = t' \exp(i2\pi/3)$. При этом выражения для функций Эйри приведены в работе [12]. При вычислении интеграла по вещественной оси преобразуем подынтегральную функцию с учетом разложения функций Эйри на мнимую и вещественную части. После этого из формулы (7) с учетом принятых нами обозначений найдем новое аналитическое выражение для функции ослаб-



Фиг. 2. Характеристика направленности антенны, расположенной в оболочке при $b/a=1,05$ (а) и при $b/a=1,25$ (б): 1 — $kh=0$; 2 — $kh=0,07$; 3 — $kh=0,12$; 4 — $kh=0,25$

ления звукового давления в зоне тени:

$$\begin{aligned}
 V(M_a \psi, q) = & \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left[\int_0^{\infty} \frac{\exp(iM_a \psi t) dt}{w_1'(t) - w_1'(ct-y) [v'(t)u'(ct-y) - v'(ct-y)u'(t)]/q_b(t)} + \right. \\
 & \left. + e^{i\pi/3} \int_0^{\infty} \frac{\exp[-(M_a \psi/2)t(\sqrt{3}+i)] dt}{w_2'(t) + e^{i2\pi/3} w_2'(ct-y) [v'(ct-y)w_2'(t) - v'(t)w_2'(ct-y)]/q_b(t)} \right], \quad (8)
 \end{aligned}$$

где $u'(t)$, $v'(t)$ — производные от вещественной и мнимой частей функции Эйри соответственно. В случае, если толщина цилиндрической оболочки равна нулю, формула (8) совпадает с выражением для функции ослабления на жестком цилиндре, полученным в работе [7].

Изменение распределения давления по поверхности антенны за счет наличия оболочки приводит к изменению ее диаграммы направленности. Диаграмму направленности в дальнем поле непрерывной акустически жесткой цилиндрической антенны в горизонтальной плоскости при помещении ее в цилиндрическую оболочку можно записать в следующем виде [13]:

$$R(\alpha) = \frac{\left| \int_{-\gamma_0}^{\gamma_0} a(\gamma) V(\alpha + \gamma) \exp\{-ika[\cos(\gamma - \alpha) - \cos \gamma]\} d\gamma \right|}{\left| \int_{-\gamma_0}^{\gamma_0} a(\gamma) D_0(\gamma) d\gamma \right|},$$

где γ_0 — угол раствора рабочего сектора антенны; $a(\gamma)$ — амплитудное распределение чувствительности по поверхности рабочего сектора антенны; α — угол компенсации рабочего сектора антенны; $D_0(\gamma) = D(\gamma, \pi/2)$,

$$V(\alpha + \gamma) = \begin{cases} D_0(\alpha + \gamma) & \text{при } 0 \leq \alpha \leq \pi/2 - \gamma_0, \\ D_0(\gamma - \alpha) & \text{при } \pi/2 - \gamma_0 < \alpha < \pi/2, \\ V[M_a(\gamma - \alpha + \pi/2), q] & \text{при } \pi/2 \leq \alpha \leq \pi. \end{cases}$$

Расчет характеристики направленности проводился для следующих параметров антенны и цилиндрической оболочки: $a(\gamma) = \cos \gamma$; $kd = 9,38$; $kh = 0, 0,07; 0,12; 0,25$; $b/a = 1,05; 1,25$; $2\gamma_0 = 120^\circ$. Предполагалось, что для параметров материала оболочки и окружающей ее среды справедливы соотношения $\rho_0/\rho = 7,8$; $c/c_0 = 0,3$; $\mu = 0,3$. Здесь $\rho_0 c_0$ — волновое сопротивление, μ — коэффициент Пуассона материала оболочки. На фиг. 2, а, б представлена диаграмма направленности антенны. Как видно из этих графиков, при малых зазорах между антенной и оболочкой, т. е. при $a \approx b$, диаграмма направленности мало зависит от наличия оболочки, а ореол диаграммы меньше ореола в случае антенны без оболочки.

Уменьшение ореола диаграммы направленности может достигать величины 5–6 дБ при больших величинах безразмерного параметра kh , характеризующего толщину стенок оболочки. При малых толщинах стенок оболочки увеличение зазора между антенной и оболочкой приводит к увеличению ореола диаграммы направленности антенны на 3–4 дБ (фиг. 2, б). С увеличением толщины стенок оболочки при зазоре, соответствующем $b/a = 1,25$, наблюдается дальнейший рост ореола диаграммы направленности антенны, причем превышение над ореолом диаграммы направленности антенны без оболочки может достигать 10 дБ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лямшев Л. М. Дифракция звука на безграничной тонкой упругой цилиндрической оболочке. — Акуст. журн., 1958, т. 4, № 2, с. 161–167.
2. Uginčius P., Uberall H. Creeping-wave analysis of a acoustic scattering by elastic cylindrical shells. — J. Acoust. Soc. Amer., 1968, v. 43, № 5, p. 1025–1035.
3. Багрянцева Н. А., Плахов Д. Д. Дифракция сферической звуковой волны на бесконечной цилиндрической оболочке. — Акуст. журн., 1974, т. 20, № 5, с. 673–679.
4. Шендеров Е. Л. Волновые задачи гидроакустики. Л.: Судостроение, 1972.
5. Плахов Д. Д. Звуковое излучение бесконечного упругого цилиндра под действием точечного усилия. — Акуст. журн., 1973, т. 19, № 1, с. 80–87.
6. Шендеров Е. Л. Прохождение звуковой волны через упругую цилиндрическую оболочку. — Акуст. журн., 1963, т. 9, № 7, с. 222–230.
7. Фок В. А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. М.: Сов. радио, 1970.
8. Вакман Д. Е. Асимптотические методы в линейной радиотехнике. М.: Сов. радио, 1962.
9. Вайнштейн Л. А., Малюжинец Г. Д. Асимптотические законы дифракции в полярных координатах. — Радиотехника и электроника, 1961, т. 6, № 9, с. 1489–1495.
10. Фок В. А. Дифракция радиоволн вокруг земной поверхности. М.: Изд-во АН СССР, 1946, с. 55–60.
11. Горяинов А. С. Асимптотическое решение задачи о дифракции плоской волны на проводящем цилиндре. — Радиотехника и электроника, 1958, т. 3, № 5, с. 603–614.
12. Фок В. А. Дифракция Френеля от выпуклых тел. — Успехи физ. наук., 1951, т. 43, № 4, с. 587–599.
13. Смаришев М. Д. Направленность гидроакустических антенн. Л.: Судостроение, 1976.