

ЛИТЕРАТУРА

1. Бункин Ф. В., Комиссаров В. М. Оптическое возбуждение звуковых волн // Акуст. журн. 1973. Т. 19. № 4. С. 300–320.
2. Лямшев Л. М. Оптико-акустические источники звука // УФН. 1981. Т. 135. № 4. С. 637–669.
3. Новиков Б. К., Руденко О. В., Тимошенко В. И. Нелинейная гидроакустика. Л.: Судостроение, 1981.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика (курс теорфизики, т. 6) М.: Наука, 1986. С. 381.
5. Касоев С. Г., Лямшев Л. М. К теории генерации звука в жидкости лазерными импульсами // Акуст. журн. 1977. Т. 23. № 6. С. 890–898.
6. Голубничий П. И., Каляжный Г. С., Корчилов С. Д. Генерация звука лазерным пучком в жидкости с поглощающими частицами // ПМТФ. 1984. № 1 (143). С. 9–12.
7. Аскарьян Г. А., Мхеидзе Г. П., Савин А. А. Определение распределения энерговыделения от мощных пучков по импульсному вздрагиванию среды и уменьшению плотности газа при прохождении РЭП // Письма в ЖТФ. 1984. Т. 10. № 23. С. 1465–1468.
8. Аскарьян Г. А., Тарасова Н. М. Прохождение ускоренных частиц и квантов через среду по каналу пониженной плотности, созданному лучом лазера // Письма ЖЭТФ. 1974. Т. 20. № 4, С. 277–280.
9. Аскарьян Г. А. Гидродинамическое излучение от треков заряженных частиц в стабильных жидкостях // Атомная энергия. 1957. Т. 3. № 8. С. 152–190.
10. Аскарьян Г. А., Долгошеин Б. А. Акустическая регистрация нейтронно высоких энергий // Письма в ЖЭТФ. 1977. Т. 25. № 5. С. 232–233.
11. Askar'jan G. A., Dolgoshein B. A., Kalinovsky A. N., Mokhov A. V. Acoustic detection of high Energy particle showers in water // Nucl. Instr. and Methods. 1979. V. 164. P. 267–278.
12. De Rujula A., Glashow S. L., Wilson R., Charpak G. Neutrino exploration of the Earth // Phys. Rep. 1983. V. 99. P. 341–396.
13. Аскарьян Г. А. Исследование Земли с помощью нейтрино. Нейтринная геология // УФН. 1984. Т. 144. № 3. С. 523.

Институт общей физики
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
15.VIII.1986

УДК 534.5:621.272.8

НЕЛИНЕЙНЫЙ АКУСТИЧЕСКИЙ ВОЛНОВОД

Заболотская Е. А., Шварцбург А. Б.

Звуковые волны, распространяющиеся в волноводах или слоистых средах, испытывают дисперсию. Поэтому нелинейные волновые явления в акустических волноводах протекают иначе, чем в свободном пространстве. Вопросам взаимодействия волн конечной амплитуды в волноводах посвящены работы [1, 2]. В отличие от этого, настоящая работа посвящена самовоздействию акустических волновых импульсов конечной длительности в волноводах, заполненных идеальной жидкостью или газом. Механизм самовоздействия связан с нелинейным искажением частотного спектра импульса, вызывающим дисперсионную перестройку амплитудной огибающей. Динамика такого процесса может быть описана в рамках уравнений Эйлера для идеальной жидкости:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho v) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \nabla v = - \frac{1}{\rho} \nabla p, \quad (2)$$

$$\rho = \rho(p). \quad (3)$$

Здесь p — давление, ρ — плотность, v — скорость жидкости.

Записывая уравнения гидродинамики (1)–(3) с точностью до кубических членов, по величине возмущения давления можно найти медленные изменения формы волны во времени и в пространстве. Решение нелинейной задачи строится в виде, близком к решению линейной задачи распространения звука в волноводе. Звуковое давление в линейном случае описывается волновым уравнением, которое следует из уравнений (1)–(3) в линейном приближении [3]:

$$\frac{1}{c^2(x, y)} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \Delta p = 0, \quad (4)$$

где $c^2(x, y) = \partial p / \partial \rho$ — скорость звука в свободном пространстве. При этом предполагается, что она зависит от поперечных координат.

Для гармонического сигнала описание поперечной структуры поля сводится к решению задачи на собственные значения и собственные функции. Дисперсионная зависимость определяется уравнением

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - k_j^2, \quad (5)$$

где k_j — собственные значения.

Решение нелинейной задачи будем строить в виде

$$p = P_1(x, y, z, t) e^{i(\omega t - kz)} + P_2(x, y, z, t) e^{2i(\omega t - kz)} + \text{к.с.}, \\ v = V_1(x, y, z, t) e^{i(\omega t - kz)} + V_2(x, y, z, t) e^{2i(\omega t - kz)} + \text{к.с.}$$

Поведение комплексных амплитуд P_1 и P_2 описывается уравнениями

$$\frac{1}{c(x, y)} \frac{\partial^2 P_i}{\partial t^2} - \Delta P_i = q_i. \quad (6)$$

Здесь i принимает значения 1 и 2, а q_1 и q_2 равны:

$$q_1 = \Delta \left(\rho_0 V_2 V_1^* - \frac{1}{\rho_0 c^2} P_2 P_1^* - \gamma P_1^* P_1^2 \right) - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\alpha}{2} P_2 P_1^* - \frac{\beta}{2} P_1^2 P_1^* \right) - \\ - \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{div} \left[\frac{1}{c^2} (P_2 V_1^* + P_1^* V_2) + \frac{\alpha}{2} (2P_1 P_1^* V_1 + P_1^2 V_1^*) \right], \quad (7)$$

$$q_2 = \Delta \left(\frac{\rho_0}{2} V_1^2 - \frac{P_1^2}{2\rho_0 c^2} \right) - \frac{\alpha}{2} \frac{\partial^2 P_1^2}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{div} \left(\frac{1}{c^2} P_1 V_1 \right), \quad (8)$$

$$\alpha = \partial^2 \rho / \partial p^2, \quad \beta = \partial^3 \rho / \partial p^3, \quad \gamma = \frac{\alpha}{2\rho_0} - \frac{1}{\rho_0^2 c^4};$$

$$V_1 = \frac{1}{\rho_0 \omega} \nabla P_1, \quad V_2 = \frac{i}{2\rho_0 \omega} \nabla \left(P_2 + \frac{\rho_0}{2} V_1^2 - \frac{1}{2\rho_0 c^2} P_1^2 \right).$$

Поскольку собственные функции линейной задачи $\varphi_j(x, y)$ образуют полную и ортогональную системы, то комплексная амплитуда P_2 может быть разложена по этим собственным функциям:

$$P_2 = \sum_j a_j(z, t) \varphi_j(x, y). \quad (9)$$

Коэффициенты разложения a_j определяются выражением

$$a_j = \int \frac{\varphi_j^* q_2}{k_j^2 + 4 \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right)} dx dy, \quad (10)$$

где k_j — собственные значения линейной задачи.

Целесообразно представить амплитуду импульса P_1 в виде

$$P_1 = P_0 \varphi(x, y) f(z, t), \quad (11)$$

где P_0 — пиковая амплитуда давления, и ввести безразмерные переменные

$$\eta = \frac{z}{L_\omega}, \quad \tau = \frac{z - ct}{cT_0}. \quad (12)$$

Здесь $2T_0$ — характерная длительность импульса, L_ω — дисперсионная длина:

$$L_\omega = \frac{2(cT_0)^2}{|c_\omega|}, \quad c_\omega = \frac{\partial c}{\partial \omega}. \quad (13)$$

Подставляя выражение (11) в (6) и переходя к безразмерным переменным (12), можно получить замкнутое уравнение, описывающее эволюцию безразмерной амплитуды импульса f . Существенно, что величина q_1 в (6) пропорциональна согласно (7) величине $|f|^2 f$:

$$q_1 = Qf|f|^2, \quad (14)$$

где функция Q зависит от частоты волны, сжимаемости среды и геометрических параметров волновода, но не зависит от давления. При этом эволюция импульса опи-

сывается нелинейным уравнением Шредингера

$$i \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \kappa |f|^2 f = 0. \quad (15)$$

Единственный параметр κ , входящий в безразмерное уравнение (15), определяется выражением

$$\kappa = \left(L_\omega \int Q \varphi_1^*(x, y) dx dy \right) / 2k \int |\varphi_1|^2 dx dy. \quad (16)$$

Для вычисления параметра κ (15) следует конкретизировать задачу, задавая собственные функции $\varphi_j(x, y)$ и собственные значения k_j , определяемые геометрией волновода.

Для распространения в газе или жидкости самосжатых звуковых импульсов требуется, чтобы произведение параметра дисперсии c_ω и нелинейного отклика Q (14) было положительно (критерий Лайтхилла). В неоднородной атмосфере такие условия могут выполняться для инфразвука вследствие соотношений $c_\omega < 0$, $Q < 0$ [4]. В рассматриваемом здесь волноводном режиме $c_\omega > 0$, и самосжатые импульсы могут существовать в таком диапазоне частот, когда $Q > 0$. При этом вклад в параметр Q , обусловленный нелинейностью уравнений гидродинамики, отрицателен («расфокусирующая среда») и эффект самосжатия может быть обусловлен лишь достаточно сильной зависимостью скорости звука от давления, компенсирующей отмеченную гидродинамическую нелинейность.

Авторы приносят благодарность Ф. В. Бункину за обсуждение статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Островский Л. А., Папилова И. А.* О нелинейном взаимодействии и параметрическом усилении волн в акустических волноводах: Препринт № 19. Горький: НИРФИ, 1971.
2. *Keller J. B., Millman M. H.* Finite-Amplitude sound Wave Propagation in Waveguide // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1971. V. 49. № 1. P. 329.
3. *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973.
4. *Shvartsburg A. B.* The Infrasonic Solitons in Atmosphere // *Phys. Lett.* 1978. V. 68. P. 281.

Институт общей физики
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
18.XI.1986