АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 36 1990 Вып. 6

УДК 534.532

И. Ю. Завадовский, Ю. Л. Левковский, Ю. С. Чекалова

ИЗЛУЧЕНИЕ СЛОЖНОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ПОД ВЛИЯНИЕМ СИЛ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СО СРЕДОЙ

Рассматривается влияние неравномерности распределения массовой плотности сложной колебательной системы и наличия упругих связей между ее отдельными элементами на интенсивность возникающего излучения. Возбуждающая сила, действующая на сложную систему, имеет гидродинамическую природу. Анализируется простая модель: сфера, дополнительная масса, расположенная внутри сферы и активный элемент, на который действует возбуждающая нестационарная гидродинамическая сила. Все элементы соединены между собой упругими связями. Получена амплитудно-частотная характеристика излучения системы и показано, что интенсивность излучения существенно зависит от ее параметров.

Известно [1–3], что колеблющееся в жидкости плотности ρ акустически компактное тело объема V создает поле давления, эквивалентное полю диполя напряженности

$$G=F+\rho Vw, \qquad (1)$$

где F — результирующая сила, приложенная к среде колеблющимся телом, w — ускорение его центра инерции.

Под акустической компактностью понимается условие малости размера тела l в сравнении с длиной излучаемой волны λ:

$$2\pi l/\lambda\ll 1. \qquad (2)$$

Если на тело не действуют никакие силы, кроме имеющих гидродинамическую природу, то результирующая сила должна удовлетворять равенствам

$$F=L+\Delta mw=-\rho_m Vw, \qquad (3)$$

где L — возмущающая гидродинамическая сила, ρ_m — массовая плотность тела, Δm — его присоединенная масса.

При этом использовано дополнительное предположение о наличии у тела осевой симметрии, так как в противном случае направления векторов действующей на тело силы и его ускорения не совпадают.

Из формул (1), (3) следует известное выражение для эквивалентного диполя [2]:

$$G=F(1-\rho/\rho_m). \qquad (4)$$

Излучение тяжелого тела, $\rho/\rho_m\to 0$, целиком определяется излучением возмущающей силы, $G=L$, так как колебания тела не возникают. Если плавучесть тела нейтральна, $\rho/\rho_m=1$, излучение возмущающей силы компенсируется излучением колеблющегося тела, $G=0$. Излучение безмассового тела, $\rho/\rho_m\to\infty$, определяется его присоединенной массой, $G=-L\rho V/\Delta m$.

Определенный недостаток использованной при получении формулы (4) схематизации состоит в том, что в реальных условиях колеблющееся тело обычно состоит из многих элементов с упругими связями, причем возмущающая сила L создается лишь на части из них.

Кроме того, требование акустической компактности (2) накладывает на использование формулы (4) ограничения.

Для установления влияния упругости связей между отдельными элементами системы и неоднородности распределения их массовой плотно-

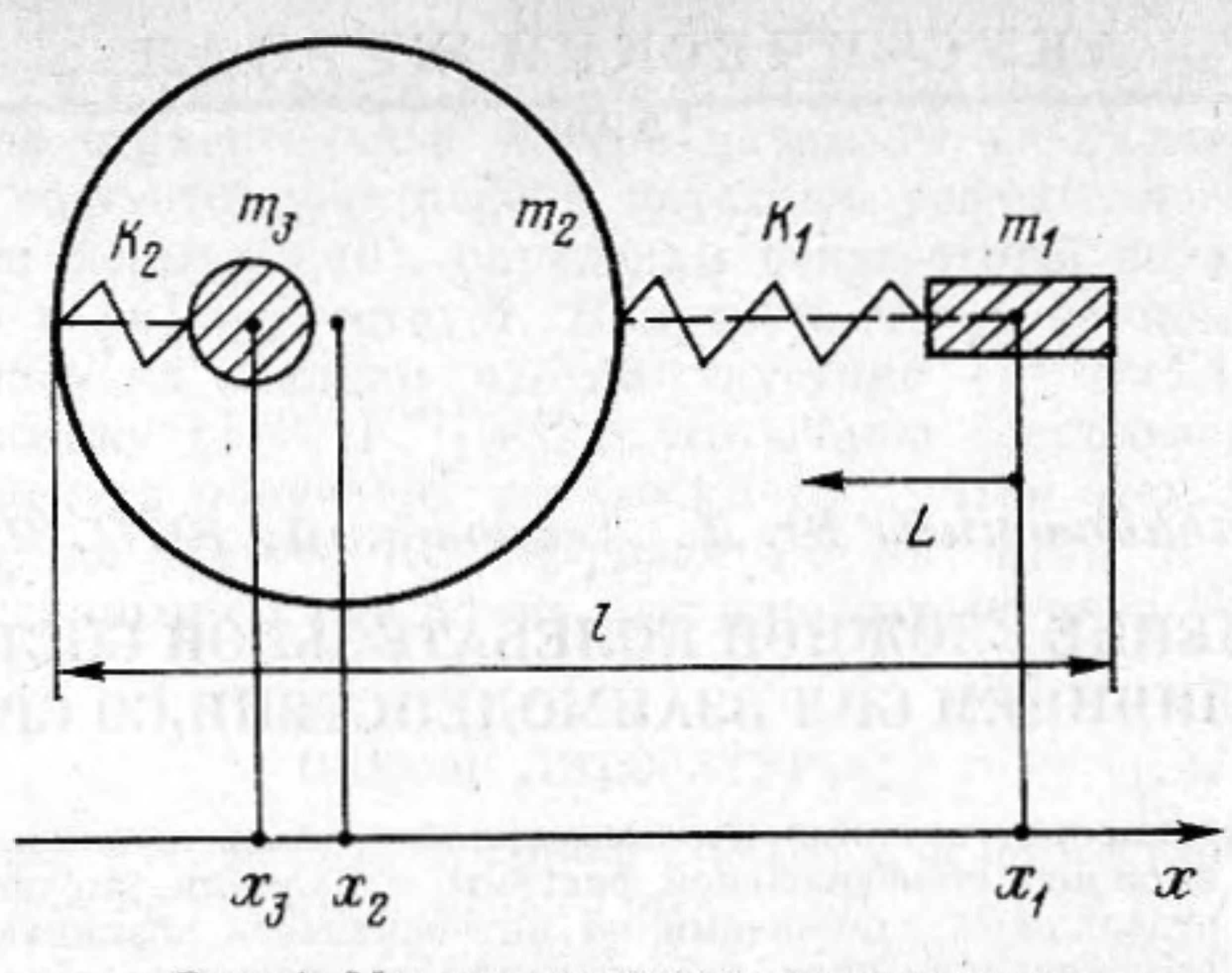

Рис. 1. Модель многоэлементного тела

сти на излучение сложного тела с произвольными волновыми размерами была проанализирована следующая простая модель.

Тело состоит из трех элементов (см. рис. 1): активного элемента с массой m_1, на котором возникает сила L, соединенного с основным элементом упругой связью с жесткостью K_1; основного элемента с массой m_2; внутреннего элемента с массой m_3, не соприкасающегося со средой, расположенного внутри основного элемента и соединенного с ним упругой связью с жесткостью K_2.

Для выявления принципиальной стороны влияния рассматриваемых факторов форма основного элемента, за исключением соблюдения условия осевой симметрии, не играет роли. Для определенности предположим, что она сферическая.

Механизм возникновения на активном элементе силы L, как и при выводе формулы (4), не конкретизируется. Будем считать известными лишь его присоединенные массы Δm_1 при колебательном движении вдоль координатных осей и выполненными условия симметрии формы активного элемента относительно тех же осей.

Предполагая колебания несвязанными, не умаляя общности выводов, ограничимся анализом колебания системы вдоль одной координаты под действием соответствующей проекции силы L. В качестве такой координаты выберем ось x. Индексы, характеризующие принадлежность к ней проекций сил и присоединенных масс Δm_i, при записи уравнений движения опустим.

Как обычно, предположим, что сила изменяется по гармоническому закону $L=\hat{L}e^{i\omega t}$. Добавляя к амплитудному значению силы $\hat{L}$ плотность среды ρ и характерный линейный размер тела l, получим три независимые переменные, с помощью которых систему уравнений движения элементов системы можно записать в безразмерном виде:

$$\left\{\begin{aligned} &\overline{\omega}^2(\overline{m}_1+\Delta\overline{m}_1)\overline{x}_1-\overline{K}_1\overline{x}_1+\overline{K}_1\overline{x}_2-1=0,\\ &\overline{\omega}^2(\overline{m}_2+\Delta\overline{m}_2)\overline{x}_2-\overline{K}_1\overline{x}_2+\overline{K}_1\overline{x}_1-\overline{K}_2\overline{x}_2+\overline{K}_2\overline{x}_3=0,\\ &\overline{\omega}^2\overline{m}_3\overline{x}_3-\overline{K}_2\overline{x}_3+\overline{K}_2\overline{x}_2=0,\end{aligned}\right. \tag{5}$$

где $\overline{x}_i=x_i/l$, $\overline{m}_i=m_i/\rho l^3$, $\overline{K}_i=K_i l/\hat{L}$ — безразмерная жесткость упругих связей, $\overline{\omega}=\omega l^2\sqrt{\rho/\hat{L}}$ — безразмерная частота изменения силы.

При составлении уравнений движения, как обычно, использовано предположение о пренебрежимой малости возникающих при колебаниях системы внутренних потерь и потерь на излучение, поэтому слагаемые, пропорциональные первой степени $\overline{\omega}$, опущены.

Решая систему (5) и подставляя найденные значения амплитуд колебаний в выражение (1), найдем безразмерное значение напряженности эквивалентного диполя $\overline{G}=G/\hat{L}$, представляющего сумму двух диполей, схематизирующих излучение соответственно активного и основного элементов акустически компактной системы, $\overline{G}=\overline{G}_1+\overline{G}_2$. При этом учитывается, что возмущающая гидродинамическая сила L действует только на активный элемент, а основной элемент колеблется под действием сторонней силы, передаваемой упругой связью.

В результате получим:

$$\overline{G}=\Bigg(\overline{K}_1\Bigg\{\overline{\omega}^4\overline{m}_3\Bigg[\overline{m}_1\left(1-\frac{1}{\overline{\rho}_1}+\overline{m}_2\left(1-\frac{1}{\overline{\rho}_2}\right)\right]-\overline{K}_2\overline{\omega}^2\Bigg[\overline{m}_1\left(1-\frac{1}{\overline{\rho}_1}\right)+$$
$$+\overline{m}_2\left(1-\frac{1}{\overline{\rho}_2}\right)+\overline{m}_3\Bigg]\Bigg\}+\overline{K}_2\overline{\omega}^4\overline{m}_1(\overline{m}_2+\Delta\overline{m}_2+\overline{m}_3)\left(1-\frac{1}{\overline{\rho}_1}\right)-$$
$$-\overline{\omega}^6\overline{m}_1\overline{m}_3(\overline{m}_2+\Delta\overline{m}_2)\left(1-\frac{1}{\overline{\rho}_1}\right)\Bigg)\Bigg/\left[(\overline{K}_1-\overline{\omega}^2(\overline{m}_1+\Delta\overline{m}_1))\times\right.$$
$$\times(\overline{K}_1+\overline{K}_2-\overline{\omega}^2(\overline{m}_2+\Delta\overline{m}_2))(\overline{K}_2-\overline{\omega}^2\overline{m}_3)-\overline{K}_1{}^2(\overline{K}_2-\overline{\omega}^2\overline{m}_3)-$$
$$\left.-\overline{K}_2{}^2(\overline{K}_1-\overline{\omega}^2(\overline{m}_1+\Delta\overline{m}_1))\right].\qquad(6)$$

Массовая плотность тел, колеблющихся в воздухе, велика в сравнении с его плотностью, поэтому можно считать, что $\overline{\rho}_i\to\infty$, а присоединенные массы в сравнении с массой тела малы $\Delta\overline{m}_i/\overline{m}_i\to 0$. При этих условиях из выражения (6) следует: $\overline{G}\to 1$.

Полученный результат соответствует приведенному ранее (4). Следовательно, детализация структуры строения тела, колеблющегося в воздухе, проявляет себя слабо.

Более сложная картина излучения свойственна телам, колеблющимся в воде. В этом случае должно соблюдаться условие нейтральной плавучести:

$$\overline{m}_1\left(1-\frac{1}{\overline{\rho}_1}\right)+\overline{m}_2\left(1-\frac{1}{\overline{\rho}_2}\right)+\overline{m}_3=0.\qquad(7)$$

Последовательно рассмотрим различные предельные ситуации.

Вначале предположим, что тело монолитно, т. е. жесткость упругих связей между его элементами $\overline{K}_i\to\infty$. Средняя плотность тела, удовлетворяющего условию (7), $\overline{\rho}_{\text{ср}}=1$. В этом тривиальном случае, рассмотренном выше, как и должно быть, излучение отсутствует: $\overline{G}=0$.

Предположим, что основное тело абсолютно жестко связано с заключенной в него массой $\overline{m}_3$, а упругая связь между ним и активным элементом обладает конечной жесткостью $\overline{K}_1$.

В этом случае выражение для напряженности диполя приобретает вид

$$\overline{G}=\frac{\overline{\omega}^2\overline{m}_1(\overline{m}_2+\Delta\overline{m}_2+\overline{m}_3)\left(1-\frac{1}{\overline{\rho}_1}\right)}{\overline{\omega}^2(\overline{m}_1+\Delta\overline{m}_1)(\overline{m}_2+\Delta\overline{m}_2+\overline{m}_3)-\overline{K}_1(\overline{m}_1+\overline{m}_2+\overline{m}_3+\Delta\overline{m}_1+\Delta\overline{m}_2)}.\qquad(8)$$

Если основное тело и активный элемент каждый в отдельности свободно плавают, т. е. $\overline{\rho}_1=1$ и $\overline{m}_2\left(1-\frac{1}{\overline{\rho}_2}\right)+\overline{m}_3=0$, то излучение также отсутствует: $\overline{G}=0$. Следовательно, относительное перемещение основного тела и активного элемента друг относительно друга не приводит к возникновению излучения даже в том случае, если их колебания происходят на собственной частоте системы. Физически этот результат объясняется тем, что приложенные к телу и активному элементу упругие силы равны по величине и противоположно направлены, а плотность элементов равна плотности вытесненной среды, что дает основание считать эти силы приложенными непосредственно к ней. Отсюда следует, что излучение каждого из элементов, вызванное этими дополнительными перемещениями, полностью компенсируется излучением другого.

Из этих рассуждений также следует, что при обеспечении нейтральной плавучести лишь системы в целом, т. е. при $\bar{\rho}_{1,2} \neq 1$, взаимное перемещение основного и активного элементов порождает излучение.

Анализ выражения (8) позволяет заключить, что интенсивность излучения частотно-зависима. При $\bar{\omega} \to 0$ упругая связь между основным и активным элементом работает как жесткая, поэтому напряженность эквивалентного диполя $\bar{G} \to 0$. При совпадении частоты возмущающей силы с частотой собственных колебаний системы $\bar{\omega} = \bar{\omega}_0$, $\bar{G} \to \infty$. Это связано с пренебрежением внутренними потерями и потерями на излучение при записи уравнений движения (5), как указывалось выше. В области высоких частот, $\bar{\omega} \to \infty$, активный элемент динамически отключен от основного, поэтому напряженность эквивалентного диполя целиком определяется плотностью и присоединенной массой активного элемента:

$$\bar{G} = \frac{\bar{m}_1}{\bar{m}_1 + \Delta\bar{m}_1}\left(1 - \frac{1}{\bar{\rho}_1}\right). \tag{9}$$

Нетрудно видеть, что при названных условиях это соотношение может быть непосредственно получено из формулы (4). Интенсивность излучения оказывается тем меньше, чем больше присоединенная масса активного элемента $\Delta\bar{m}_1$ и чем ближе его массовая плотность к плотности среды.

Предположим далее, что связь между активным элементом и основным телом является абсолютно жесткой, $\bar{K}_1 \to \infty$, а связь между телом и внутренней массой $\bar{m}_3$ имеет конечную жесткость $\bar{K}_2$. Оценим эффективность излучения, потребовав, как и ранее, выполнения условия нейтральной плавучести (7).

Тогда выражение для напряженности эквивалентного диполя приобретает вид

$$\bar{G} = \frac{\bar{m}_3(1-\delta)}{\bar{m}_1 + \bar{m}_2 + \bar{m}_3} \tag{10}$$

где $\delta = \bar{K}_2 / \bar{K}_2 - \bar{\omega}^2 \bar{m}_3$.

При $\bar{K}_2 \to \infty$, либо при $\bar{\omega} \to 0$, $\delta = 1$ и $\bar{G} = 0$, что и понятно, так как система при этих условиях оказывается монолитной.

При $\bar{K}_2 \to 0$, либо при $\bar{\omega} \to \infty$, $\delta = 0$ и напряженность эквивалентного диполя целиком зависит от величины относительной массы $\bar{m}_3 / (\bar{m}_1 + \bar{m}_2 + \bar{m}_3)$. Физически это связано с тем, что при названных условиях масса $\bar{m}_3$ динамически отключена и не участвует в движении системы. По этой причине в динамическом отношении система оказывается легче замещаемого ею объема среды на величину массы $\bar{m}_3$, что в полном соответствии с выражением (4) приводит к излучению с найденной интенсивностью.

При промежуточных значениях жесткости $\bar{K}_2$ и частоты $\bar{\omega}$ динамическое облегчение системы происходит лишь частично, характеризуясь величиной параметра δ.

В общем случае, когда упругие связи $\bar{K}_1$ и $\bar{K}_2$ характеризуются конечными значениями, а плавучесть системы нейтральна, выражение для напряженности эквивалентного диполя приобретает вид

$$\begin{gathered}\bar{G} = [-\bar{K}_1 \bar{\omega}^4 \bar{m}_3{}^2 + \bar{K}_2 \bar{\omega}^4 \bar{m}_1 (\bar{m}_2 + \Delta\bar{m}_2 + \bar{m}_3)(1 - 1/\bar{\rho}_1) - \\ - \bar{\omega}^6 \bar{m}_1 \bar{m}_3 (\bar{m}_2 + \Delta\bar{m}_2)(1 - 1/\bar{\rho}_1)] / [(\bar{K}_1 - \bar{\omega}^2 (\bar{m}_1 + \Delta\bar{m}_1)) \times \\ \times (\bar{K}_1 + \bar{K}_2 - \bar{\omega}^2 (\bar{m}_2 + \Delta\bar{m}_2))(\bar{K}_2 - \bar{\omega}^2 \bar{m}_3) - \bar{K}_1{}^2 (\bar{K}_2 - \bar{\omega}^2 \bar{m}_3) - \\ - \bar{K}_2{}^2 (\bar{K}_1 - \bar{\omega}^2 (\bar{m}_1 + \Delta\bar{m}_1))].\end{gathered} \tag{11}$$

Анализ этого выражения показывает, что в различных частотных диапазонах излучение определяется разными факторами. Так, в области дорезонансных частот для системы $\bar{K}_1$, $\bar{m}_1$, где эта связь может рассматриваться как жесткая, излучение определяется дефицитом массы $\bar{m}_3$. В зарезонансной же области частот определяющими излучение параметрами оказываются характеристики активного элемента $\bar{\rho}_1$, $\Delta\bar{m}_1$, на частотах собственных колебаний систем $\bar{K}_1$, $\bar{m}_1$ и $\bar{K}_2$, $\bar{m}_3$ интенсивность излучения неограниченно растет.

Для исследования влияния на характеристики излучения нарушения условия акустической компактности целесообразно ограничиться случаем нейтральной плавучести тела и абсолютной жесткости связей между его элементами, т. е. анализом излучения двух противофазных диполей $G_{1,2}=\pm L$, расположенных на расстоянии l, не удовлетворяющем условию (2). Это объясняется тем, что по физическому смыслу полученных выше результатов излучение тяжелых объектов, вне зависимости от их волновых размеров, определяется лишь возмущениями среды, связанными с формированием сил на активном элементе: $G=G_1$; $G_2=0$. Влияние же упругости связей должно проявлять себя качественно одинаково вне зависимости от волновых размеров объекта.

В связи с тем что характеристика направленности такой системы диполей отлична от косинусоидальной характеристики направленности одиночного диполя, будем сравнивать не индуцированные звуковые давления, а суммарные излучаемые энергии системы диполей $G_{1,2}$ и сосредоточенной силы L.

После элементарных преобразований для отношения этих энергий получим выражение

$$\Delta=10\lg\left[\overline{G}_1{}^2+\overline{G}_2{}^2+6\cdot\overline{G}_1\cdot\overline{G}_2\left(\frac{\sin 2h}{2h}+\frac{\cos 2h}{2h^2}-\frac{\sin 2h}{4h^3}\right)\right], \qquad (12)$$

где $h=\dfrac{\omega l}{2c}$ – безразмерное волновое число.

Для малых волновых расстояний между диполями при $h\ll 1$ асимтотически получим

$$\Delta_{h\ll 1}=10\lg\left[(\overline{G}_1+\overline{G}_2)^2-\overline{G}_1\overline{G}_2h^2\left(\frac{12}{5}-\frac{4}{7}h^2\right)\right], \qquad (13)$$

а для больших волновых расстояний $h\gg 1$:

$$\Delta_{h\gg 1}=10\lg(\overline{G}_1{}^2+\overline{G}_2{}^2). \qquad (14)$$

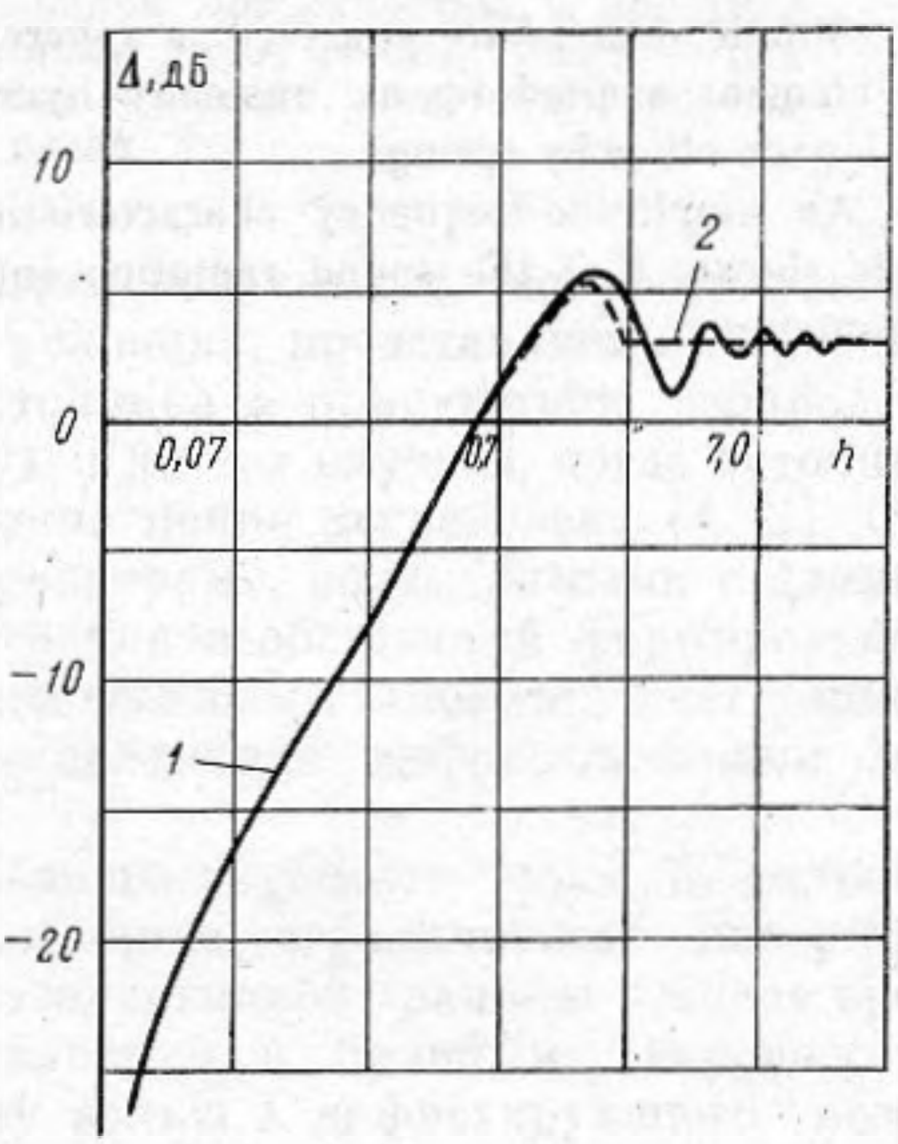

Рис. 2. Зависимость энергии излучения объекта от его волнового размера: *1* – точное решение, *2* – приближенное решение

На рис. 2 сравниваются результаты точного и приближенного решения, полученного сращиванием этих асимптотик. Как видно, точность приближенного решения удовлетворительна.

Анализ соотношений (13), (14) показывает, что при больших волновых размерах тела излучаемая энергия оказывается вдвое больше энергии излучения силы, возникающей на активном элементе: обе составляющие излучения энергетически суммируются.

Для излучающей системы, состоящей из пары простых источников — монополей, результат оказывается тем же самым: системы из двух синфазных и из двух противофазных монополей при $h\to\infty$ в смысле эффективности излучения являются эквивалентными, при этом энергия излучения также удваивается [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Исакович М. А.* Общая акустика. М.: Наука, 1973.
2. *Лайтхилл Д.* Волны в жидкостях. М.: Мир. 1981.
3. *Лэмб Г.* Динамическая теория звука. М.: Физматиздат, 1960.
4. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Механика сплошных сред. М.: ГИТТЛ, 1954.

Поступила в редакцию
16.05.89

N. Yu. Zavadovskii, Yu. L. Levkovskii, Yu. S. Chekalova

SOUND RADIATION FROM A COMPLEX OSCILLATING SYSTEM EXCITED BY INTERACTION FORCES WITH A MEDIUM

An influence of nonuniformity of a mass density distribution of a complex oscillating system and of a presence of elastic connections between its elements on a generated sound intensity is considered. An exciting force acting on the system has a hydrodynamic origin.

Simple models are analyzed: a sphere, an additional mass inside a sphere, an active element excited by an unsteady hydrodynamic force. All elements are connected with each other by springs.

An amplitude-frequency characteristic of a system sound radiation is obtained. It is shown, that the sound radiation intensity is influenced significantly by system parameters.