

УДК 534.24; 534.883

© 1990 г.

В. М. Фролов

УСЛОВИЕ ПРИМЕНИМОСТИ ЛУЧЕВОГО МЕТОДА
В ВОЛНОВОДЕ С НЕРОВНОЙ ГРАНИЦЕЙ

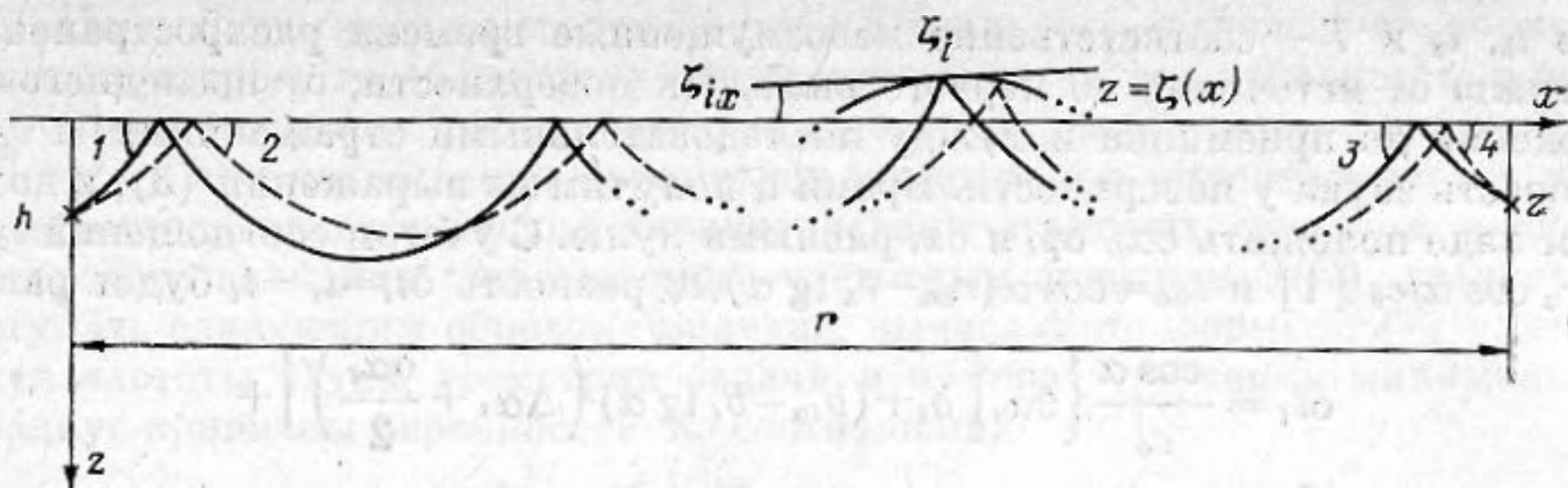
Исследованы условия применимости лучевого метода для случая многократного отражения звука от неровной границы стратифицированного волновода. Сделаны оценки среднего числа возникающих при отражении «бликов» и связанных с ним диапазона углов прихода и времени «затягивания» сигнала.

В работах [1, 2] для расчета статистических характеристик звуковых сигналов в горизонтально стратифицированном океане был предложен лучевой метод. С его помощью были найдены, в частности, среднее поле, флуктуации времени распространения, угла прихода и интенсивности сигнала, пришедшего по лучу, испытавшему многократное отражение от взволнованной морской поверхности. Как и любой другой приближенный метод, этот метод имеет ограниченную область применимости. Это предполагает, что отражение происходит по законам геометрической акустики от участка поверхности, расположенного вблизи невозмущенной точки отражения и, следовательно, справедлив для пологих крупномасштабных неровностей. В этом он близок к приближению касательной плоскости в том случае, когда в последнем при вычислении поля учитывается лишь вклад от стационарных точек, окрестности которых дают так называемые «блики». Известно, что приближение касательной плоскости применимо для достаточно высокочастотного звука и пологих неровностей, радиус кривизны R которых удовлетворяет условию $2kR \sin \alpha \gg 1$, где k — волновое число, а α — угол скольжения падающей волны [3].

В настоящей работе найдено ограничение на кривизну неровностей, которое накладывает лучевой метод. Сделаны также оценки среднего числа возникающих при отражении «бликов» и связанных с ним диапазона углов прихода и времени «затягивания» сигнала в волноводе с неровной границей.

Лучевой метод предполагает, что сигнал от источника в точку наблюдения приходит только по лучам, отраженным от дающих «блики» участков поверхности. «Бликовое» отражение будет в том случае, когда линейный размер участка поверхности, находящегося в первой зоне Френеля, намного превышает длину звуковой волны, а точнее величину $1/k \sin \alpha$, но меньше характерной длины поверхности волн Λ . Поэтому задача состоит в нахождении зон Френеля, соответствующих каждому из выходов сигнала к поверхности. В упомянутых выше работах [1, 2] эти зоны были найдены без учета кривизны неровностей поверхности в отражающих точках. Это привело к завышению их истинных размеров, а следовательно, и к слишком сильным ограничениям на частоту звука. Ниже при нахождении зон Френеля учтена кривизна поверхности и получены ограничения на нее в зависимости от частоты и геометрии задачи.

Пусть в двумерном горизонтально стратифицированном волноводе толщины H с верхней неровной границей $z = \xi(x)$ и направленной вниз осью z на глубине h находится точечный источник, а на расстоянии r по горизонтали от него на глубине z — приемник. Среднеквадратичные значения смещений поверхности обозначим через σ , наклонов — γ , радиуса кривизны R . Если частота звука достаточно высока, то в точку наблюдения сигнала от источника может, вообще говоря, прийти различными путями (по



Траектории «бликового» (сплошная линия) и виртуального (пунктирная) лучей при нахождении зоны Френеля для i -го отражения; значения углов: 1 — $\alpha + \Delta\alpha_i$; 2 — $\alpha + \Delta\alpha_i + \delta\alpha_i$; 3 — $\alpha + \Delta\beta_i$; 4 — $\alpha + \Delta\beta_i + \delta\beta_i$

разным лучам). Лучи могут отражаться от нижней ровной границы или не доходить до нее, поворачивая в среде. Допустим, один из таких лучей имеет N выходов к поверхности, в каждом из которых волна испытывает рассеяние. Пусть в случае ровной поверхности горизонтальное расстояние, проходимое сигналом от источника до первого отражения равно r_h , расстояние между последовательными отражениями (длина цикла луча) — D , а горизонтальное расстояние от последнего отражения до приемника — r_z . Углы скольжения луча у поверхности и приемника обозначим соответственно через α и ψ . Если поверхность неровная, то вблизи невозмущенных точек отражения возникают «блики», которые падающую волну зеркально отражают в точку наблюдения (один из таких лучей на рисунке изображен сплошной линией). Очевидно, что чем дальше отстоит отражающая площадка от невозмущенной точки отражения луча, тем под большим углом она должна быть наклонена, чтобы дать «блик».

Найдем теперь связь между отклонением Δr_i по горизонтали такой площадки от невозмущенной точки i -го отражения и ее смещением ζ_i и наклоном ζ_{ix} . Угол скольжения волны у поверхности до отражения от площадки положим равным $\alpha + \Delta\alpha_i$, а после отражения от нее — $\alpha + \Delta\beta_i$. Расстояние, проходимое лучом по горизонтали, запишем в виде $r \approx r_h + (i-1)D + r_z + b_i\Delta\alpha_i + a_i\Delta\beta_i - 2\zeta_i \operatorname{ctg} \alpha$, где $a_i = r_{z\alpha} + (N-i)D_\alpha$, $b_i = r_{h\alpha} + (i-1)D_\alpha$, а индекс α обозначает производную по углу α . Отсюда, воспользовавшись связью между углами $\Delta\alpha_i = \Delta\beta_i - 2\zeta_{ix}$, найдем

$$\Delta\alpha_i = 2(\zeta_i \operatorname{ctg} \alpha - \zeta_{ix} a_i) / r_\alpha, \quad (1)$$

$$\Delta\beta_i = 2(\zeta_i \operatorname{ctg} \alpha + \zeta_{ix} b_i) / r_\alpha.$$

Так как $\Delta r_i = b_i \Delta\alpha_i - \zeta_i \operatorname{ctg} \alpha$, то окончательно имеем

$$\Delta r_i = [\zeta_i (b_i - a_i) \operatorname{ctg} \alpha - 2\zeta_{ix} a_i b_i] / r_\alpha. \quad (2)$$

Линейный размер зоны Френеля δx_i на указанной площадке определим, построив виртуальный луч (пунктирная линия на рисунке). Время распространения сигнала t'_i , по которому отличается на полпериода волны от времени распространения по рассмотренному выше лучу. Записав смещение поверхности в точке отражения виртуального луча как $\zeta'_i = \zeta_i + \zeta_{ix} \delta x_i + \zeta_{ixx} \delta x_i^2 / 2$ (ζ_{ixx} — кривизна поверхности), время t'_i представим в виде

$$\begin{aligned} t'_i = & t_h + (N-1)T + t_z + t_{h\alpha} (\Delta\alpha_i + \delta\alpha_i) + t_{h\alpha\alpha} \frac{(\Delta\alpha_i + \delta\alpha_i)^2}{2} + \\ & + (i-1)T_\alpha (\Delta\alpha_i + \delta\alpha_i) + (i-1)T_{\alpha\alpha} \frac{(\Delta\alpha_i + \delta\alpha_i)^2}{2} + t_{z\alpha} (\Delta\beta_i + \delta\beta_i) + \\ & + t_{z\alpha\alpha} \frac{(\Delta\beta_i + \delta\beta_i)^2}{2} + (N-i)T_\alpha (\Delta\beta_i + \delta\beta_i) + (N-i)T_{\alpha\alpha} \frac{(\Delta\beta_i + \delta\beta_i)^2}{2} - \\ & - \frac{2}{c_0 \sin \alpha} \left(\zeta_i + \zeta_{ix} \delta x_i + \zeta_{ixx} \frac{\delta x_i^2}{2} + \frac{\zeta_i \operatorname{ctg} \alpha}{c_0 \sin \alpha} (\Delta\alpha_i + \delta\alpha_i + \Delta\beta_i + \delta\beta_i) \right), \quad (3) \end{aligned}$$

где t_h , t_z и T — соответственно невозмущенные времена распространения сигнала от источника до первого выхода к поверхности, от последнего отражения до приемника и между последовательными отражениями, а c_0 — скорость звука у поверхности. Время t_i получим из выражения (3), в котором надо положить $\delta\alpha_i$, $\delta\beta_i$ и δx_i равными нулю. С учетом соотношений $t_\alpha = r_\alpha \cos \alpha / c_0$ [1] и $t_{\alpha\alpha} = \cos \alpha (r_{\alpha\alpha} - r_\alpha \operatorname{tg} \alpha) / c_0$ разность $\delta t_i = t'_i - t_i$ будет равна

$$\delta t_i = \frac{\cos \alpha}{c_0} \left\{ \delta\alpha_i \left[b_i + (b_{i\alpha} - b_i \operatorname{tg} \alpha) \left(\Delta\alpha_i + \frac{\delta\alpha_i}{2} \right) \right] + \right. \\ \left. + \delta\beta_i \left[a_i + (a_{i\alpha} - a_i \operatorname{tg} \alpha) \left(\Delta\beta_i + \frac{\delta\beta_i}{2} \right) \right] + \frac{\zeta_i}{\sin^2 \alpha} (\delta\alpha_i + \delta\beta_i) - \right. \\ \left. - \frac{2\delta x_i}{\sin 2\alpha} (2\zeta_{ix} + \delta x_i \zeta_{ixx}) \right\}. \quad (4)$$

Чтобы упростить правую часть формулы (4), запишем два достаточно очевидных равенства:

$$r_h + (i-1)D + b_i \Delta\alpha_i + b_{i\alpha} \frac{\Delta\alpha_i^2}{2} + \delta x_i - \zeta_i \operatorname{ctg}(\alpha + \Delta\alpha_i) = r_h + (i-1)D + \\ + b_i (\Delta\alpha_i + \delta\alpha_i) + b_{i\alpha} \frac{(\Delta\alpha_i + \delta\alpha_i)^2}{2} - \left(\zeta_{ix} \delta x_i + \zeta_{ixx} \frac{\delta x_i^2}{2} \right) \operatorname{ctg} \alpha - \\ - \zeta'_i \operatorname{ctg}(\alpha + \Delta\alpha_i + \delta\alpha_i), \quad (5)$$

$$r_z + (N-i)D + a_i \Delta\beta_i + a_{i\alpha} \frac{\Delta\beta_i^2}{2} - \delta x_i - \zeta_i \operatorname{ctg}(\alpha + \Delta\beta_i) = r_z + (N-i)D + \\ + a_i (\Delta\beta_i + \delta\beta_i) + a_{i\alpha} \frac{(\Delta\beta_i + \delta\beta_i)^2}{2} - \left(\zeta_{ix} \delta x_i + \zeta_{ixx} \frac{\delta x_i^2}{2} \right) \operatorname{ctg} \alpha - \\ - \zeta'_i \operatorname{ctg}(\alpha + \Delta\beta_i + \delta\beta_i). \quad (6)$$

Складывая левые и правые части выражений (5) и (6), находим

$$b_i \delta\alpha_i + a_i \delta\beta_i + b_{i\alpha} \delta\alpha_i \left(\Delta\alpha_i + \frac{\delta\alpha_i}{2} \right) + a_{i\alpha} \delta\beta_i \left(\Delta\beta_i + \frac{\delta\beta_i}{2} \right) + \\ + \frac{\zeta_i}{\sin^2 \alpha} (\delta\alpha_i + \delta\beta_i) - \delta x_i \operatorname{ctg} \alpha (2\zeta_{ix} + \delta x_i \zeta_{ixx}) = 0.$$

С учетом этого соотношения, а также равенства $\delta\alpha_i \approx \delta x_i / b_i$ и $\delta\beta_i \approx -\delta x_i / a_i$ выражение (4) принимает вид

$$\delta t_i = -\delta x_i^2 \frac{\sin \alpha}{c_0} (\zeta_{ixx} + r_\alpha / 2a_i b_i).$$

Положив $\omega |\delta t_i| = \pi$ (ω — круговая частота звука) и считая $\delta x_i \gg (k \sin \alpha)^{-1}$, найдем, что среднеквадратичный радиус кривизны неровностей поверхности должен удовлетворять условию

$$R \gg [(\pi k \sin \alpha)^2 - (r_\alpha / 2a_i b_i)^2]^{-1/2}. \quad (7)$$

Ограничение на R не зависит от положения отражающей площадки для любого из выходов сигнала к поверхности, но оно разное для каждого из них.

В простейшем случае однократного отражения луча от границы однородной среды условие (7) запишется в виде

$$kR \sin \alpha \sqrt{\pi^2 - [(h+z) \sin \alpha / 2khz]^2} \gg 1.$$

С учетом того, что глубины источника h и приемника z должны намного превышать длину звуковой волны, это неравенство упростится: $\pi kR \sin \alpha \gg \gg 1$ и будет аналогичным условию применимости метода касательной плоскости.

Поскольку пространственный спектр реального ветрового волнения довольно широк, то «бликовое» отражение дают не все неровности, а лишь крупномасштабные, радиус кривизны которых удовлетворяет условию (7). Поэтому при нахождении параметров поверхности, определяющих в лучевом методе статистические характеристики звуковых сигналов, в случае ветрового волнения, описываемого частотным спектром $S(\Omega)$, следует поступать следующим образом. Вначале, вычислив по формуле (7) для данной частоты звука, геометрии задачи и номера отражения минимальный радиус кривизны неровностей, из соотношения

$$R^{-2} = \frac{1}{g^4} \int_0^{\Omega_1} \Omega^8 S(\Omega) d\Omega$$

найдем верхнюю частоту интегрирования Ω_1 (g — ускорение свободного падения). Затем, потребовав выполнения условия крупномасштабности неровностей ($k\Lambda \sin \alpha \gg 1$), из дисперсионного соотношения $\Omega^2 = 2\pi g/\Lambda$ найдем еще одно ограничение на частоту $\Omega_2^2 \ll 2\pi k g \sin \alpha$. Если минимальное из этих значений $\Omega_m = \min\{\Omega_1, \Omega_2\}$ не превышает частоту Ω_{max} , соответствующую максимуму спектра, то оно будет верхней частотой интегрирования при определении средних квадратов смещений и наклонов поверхности

$$\sigma^2 = \int_0^{\Omega_m} S(\Omega) d\Omega, \quad \gamma^2 = \frac{1}{g^2} \int_0^{\Omega_m} \Omega^4 S(\Omega) d\Omega.$$

В противном случае за Ω_m следует принять Ω_{max} , которая определяет энергонесущую компоненту поверхностного волнения, вносящую основной вклад во флуктуации параметров звуковых сигналов.

Среднеквадратичный размер $2\sqrt{\langle \Delta r_i^2 \rangle}$, дающего «блики» участка поверхности вблизи i -го зеркального отражения невозмущенного луча, можно оценить исходя из соотношения (2):

$$2\sqrt{\langle \Delta r_i^2 \rangle} = 2\sqrt{\left(2\gamma \frac{a_i b_i}{r_\alpha}\right)^2 + \left(\sigma - \frac{b_i - a_i}{r_\alpha} \operatorname{ctg} \alpha\right)^2}.$$

Если сделать естественное предположение, что на каждой длине поверхностной волны может возникнуть по одному «блику», то оценка среднего числа «бликов» n_i при i -м отражении сигнала дает

$$n_i = 1 + 2\sqrt{\left(2\gamma \frac{a_i b_i}{r_\alpha}\right)^2 + \left(\sigma - \frac{b_i - a_i}{r_\alpha} \operatorname{ctg} \alpha\right)^2} / \Lambda.$$

Оценим диапазон углов, под которыми в точку наблюдения приходят сигналы, рассеянные при i -м отражении от поверхности. Для этого из равенства $\cos \alpha / \cos \psi = \cos(\alpha + \Delta\beta_i) / \cos(\psi + \Delta\psi_i)$ найдем отклонение угла прихода луча от невозмущенного значения: $\Delta\psi_i = \Delta\beta_i \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \psi$. С учетом (1) среднеквадратичный диапазон углов прихода сигнала

$$2\sqrt{\langle \Delta\psi_i^2 \rangle} = 4 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \psi \sqrt{\gamma^2 b_i^2 + \sigma^2 \operatorname{ctg}^2 \alpha} / |r_\alpha|.$$

Из-за наличия «бликов», которые образуются вблизи точек зеркального отражения невозмущенного луча на площади со средним линейным размером $2\sqrt{\langle \Delta r_i^2 \rangle}$, излученный сигнал типа импульса будет растянут во времени при его приеме в точке наблюдения. Время распространения t_i сигнала, отраженного от наклонной площадки, и невозмущенное время распространения находятся с помощью формулы (3). Их разность будет равна $\Delta t_i = \sin \alpha (4\zeta_i \operatorname{ctg}^2 \alpha - b_i \Delta\alpha_i^2 - a_i \Delta\beta_i^2) / 2c_0$. Усредняя ее, получим среднее время «затягивания» сигнала:

$$\langle \Delta t_i \rangle = \frac{2 \sin \alpha}{c_0 r_\alpha} (\sigma^2 \operatorname{ctg}^2 \alpha - \gamma^2 a_i b_i).$$

Видно, что в зависимости от геометрии задачи, а также от номера выхода

сигнала к поверхности $\langle \Delta t_i \rangle$ может быть разным, т. е. сигнал от «бликов» может приходить как раньше, так и позже сигнала от «центрального блика».

Отметим, что речь здесь шла о рассеянии при i -м отражении волны от неровной поверхности в предположении, что другие отражения происходят от невозмущенной ровной поверхности. Это можно назвать однократным рассеянием и, очевидно, оно оказывает основное влияние на рассмотренные характеристики сигнала.

«Бликовая» структура и оценки времени «затягивания» отраженных от взволнованной поверхности океана сигналов позволили объяснить особенности корреляционных функций, полученных в натуральных экспериментах [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фролов В. М. Многократное отражение луча от взволнованной поверхности океана // Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 1. С. 103–110.
2. Фролов В. М. Лучевой метод в теории рассеяния волн на статистически неровной поверхности // Тез. XIV Всесоюз. шк.-сем. по статистической гидроакустике. М.: Акуст. ин-т, 1986. С. 9–13.
3. Бреховских Л. М. Дифракция волн на неровной поверхности // ЖЭТФ. 1952. Т. 23. № 3 (9). С. 275–288.
4. Акуличева В. П., Фролов В. М. Влияние взволнованной поверхности океана на корреляционные функции отраженных от нее сигналов // Судостроительная пром-сть. Акустика. 1988. № 3. С. 9–13.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
14.06.1989

V. M. Frolon

APPLICABILITY CONDITION OF A RAY METHOD FOR A WAVEGUIDE WITH A ROUGH BOUNDARY

An applicability condition of a ray method is investigated for a case of multiple sound reflections on a stratified waveguide rough boundary. Estimations of an average number of specular reflections – «glitters», a range of arrival angles and a signal spreading time connected with them are obtained.