АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 36 1990 Вып. 6

УДК 537.311.8

И. А. Чабан

ФЛИКЕР-ШУМ В КВАРЦЕВЫХ РЕЗОНАТОРАХ

Показано, что частотный диапазон фликер-шума, ответственного за нестабильность резонансной частоты кварцевых резонаторов, и зависимость его спектральной плотности от добротности резонатора можно объяснить на основе предположения о том, что источником фликер-шума являются диффузия дислокационных сегментов и дискретность среды.

Кварцевые резонаторы широко используются в устройствах отсчета времени и в контурах, генерирующих или фильтрующих звуковые и радиочастотные сигналы. В частности, они используются в цветных телевизорах высокого качества, в телефонии, в устройствах для управления полетом, в навигации, гидролокации и т. д. Во всех этих сферах приложения обычно требуется высокая стабильность резонансной частоты.

Среди различных источников нестабильности резонансной частоты кварцевых резонаторов особое место занимает фликер-шум или $1/f$-шум. С ним трудно бороться, поскольку до сих пор непонятна его природа. Фликер-шум встречается во многих электрических системах: в электронных приборах, полупроводниках, металлических пленках, водных растворах электролитов, в сквидах и др. Фликер-шум наблюдается и в неэлектрических системах: в колебаниях средних сезонных температур, уровня рек, ряда экономических показателей и т. д. Во всех этих системах в течение времени t наблюдаются флуктуации $\delta V(t)$ той или иной физической величины V, обладающие в широком диапазоне частот f спектральной плотностью

$$S(f)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\overline{\delta V(t)\,\delta V^{*}(t+\tau)}\exp(-i2\pi f\tau)\,d\tau\sim\frac{1}{f^{\alpha}}, \qquad (1)$$

где α близко к 1. В данной работе под V понимается резонансная частота кварцевого резонатора $f_{\text{рез}}$, а под $\delta V(t)$ — отклонение этой резонансной частоты от ее среднего значения.

Природа фликер-шума обсуждается уже в течение 60 лет. За это время был предложен целый ряд теорий, изложение которых можно найти в обзорах [1—4]. У тех, кто считает, что фликер-шум в различных системах имеет общий источник (этого мнения придерживается и автор), значительная часть этих теорий вызывает неудовлетворенность по той причине, что они развиты для конкретных систем и не допускают обобщения на другие системы. Из числа теорий общего характера весьма популярны теории, в которых фликер-шум связывается со спектром времен релаксации с определенной функцией распределения этих времен (критические замечания к этим теориям содержатся в [5]). Однако тенденция современного этапа, по-видимому, заключается в том, что все большее число исследователей связывает фликер-шум с тем или иным диффузионным механизмом или механизмами, описывающимися аналогичным уравнением (теплопроводности и др.).

В [5] показано, что многие экспериментальные факты по фликер-шуму в различных системах удается объяснить на основе предположения о том, что источником фликер-шума являются два фактора: существование в среде флуктуаций, рассасывающихся по диффузионному закону, и дискретность среды. Построение модели фликер-шума в кварцевых резонаторах будет основываться на результатах работы [5].

Фликер-шум в кварцевых резонаторах наблюдается при спектральных частотах f от долей Гц до частот порядка кГц. При более высоких частотах спадание $S(f)$ с частотой становится более быстрым. Спектральная плотность фликер-шума $S(f)$ сильно зависит от добротности резонатора Q. Согласно ранним работам [6, 7], $S(f)\sim Q^{-4}$, в то время как согласно последним работам [8], $S(f)\sim Q^{-2}$. Модель фликер-шума в кварцевых резонаторах должна объяснить как указанный частотный диапазон фликер-шума, так и его зависимость от добротности.

Для того чтобы стало понятным обоснование предлагаемой ниже модели, остановимся коротко на способе получения синтетического кварца и на факторах, определяющих добротность кварцевого резонатора. Синтетический кварц получают гидротермальным методом в автоклавах при достаточно высоких температурах и давлениях [9]. Водный раствор SiO_2 с добавками $NaOH$, увеличивающими растворимость SiO_2, благодаря конвекции перемещается из более теплых в более холодные районы автоклава, что приводит к его пересыщению. В этих более холодных районах находятся затравочные кристаллические пластинки кварца, на которых и происходит рост кристаллов синтетического кварца. Обычно используется такой срез этих затравочных кристаллических пластин, что рост происходит на так называемых грубых поверхностях (не являющихся кристаллографическими). Вблизи затравочных кристаллов материал содержит большое количество дислокаций, так что эта часть материала обычно не используется. Этот способ получения приводит к тому, что наиболее распространенным включением в синтетическом кварце является водород. В нем встречаются также включения Na, связанные с добавками $NaOH$, а также включения Li, Al, K, Ca, Fe, обязанные материалу стенок автоклава. Однако количество этих атомов на 2—3 порядка меньше количества атомов водорода.

Поскольку обычно включения являются затравочными ядрами дислокаций (основными в синтетическом кварце являются краевые дислокации), то между плотностью дислокаций N_D (длина линий дислокаций в 1 см^3 или при параллельности линий число дислокаций, пересекающих нормальную к ним площадку в 1 см^2) и концентрацией водорода c_H должна быть определенная зависимость. С другой стороны, в кварце коэффициент поглощения инфракрасного света α_0 при частотах, соответствующих волновым числам ~ 3500 см$^{-1}$, оказывается пропорциональным концентрации водорода c_H (малой добавкой, не зависящей от c_H, можно пренебречь): $\alpha_0\sim c_\text{H}$ [9]. Добротность, определенная соотношением $Q=1{,}35\cdot 10^5/\alpha_0$, называется инфракрасной добротностью. Она совпадает с механической и электрической добротностью в резонаторах высокой добротности, которые нас и интересуют. В силу пропорциональности α_0 и c_H $Q\sim c_\text{H}^{-1}$. Экспериментально установлено следующее соотношение между N_D и α_0 [9]:

$$\log N_D=A_0+2{,}5\log\alpha_0, \tag{2}$$

где A_0 зависит от деталей строения автоклава и меняется в интервале 4,75—5,36. Далее будет использована лишь вытекающая из этого соотношения пропорциональность $N_D^{0,4}\sim\alpha_0$, из которой следует

$$Q\sim N_D^{-0,4}. \tag{3}$$

Из приведенных соотношений следует $N_D^{0,4}\sim c_\text{H}$.

Краевые дислокации могут либо кончаться на поверхностях кристалла, либо образовывать петли. Точками закрепления дислокации являются включения. Пара включений закрепляет сегмент дислокации. Для синтетического кварца можно считать, что точками закрепления служат атомы водорода, поскольку водород является преимущественным включением. Потери, связанные с резонансной релаксацией дислокационных сегментов, обычно определяют потери в чистых кристаллах при комнатной температуре [10]. Особенностью потерь этого сорта является линейная зависимость обратной добротности от частоты, что с хорошей точностью выполняется для синтетического кварца ($Q^{-1}\sim f_{рез}$) [8]. Поэтому будем далее считать, что именно резонансная релаксация дислокационных сегментов определяет добротность кварцевых резонаторов высокой добротности. Хорошим описанием потерь этого сорта является модель колеблющейся струны [10].

Попытаемся прежде всего с точки зрения сказанного понять соотношения $N_D^{0,4}\sim c_H$ и $Q\sim N_D^{-0,4}$. Число дислокационных сегментов на единицу объема N можно считать пропорциональным квадрату концентрации водорода: $N\sim c_H^2$. Поскольку $N_D=Nl$, где l — эффективная длина дислокационного сегмента, то $l^{-0,5}N_D^{0,5}\sim c_H$. Согласно модели колеблющейся струны, при частотах порядка нескольких МГц и ниже

$$Q^{-1}=2\pi N_D Bl^4 f_{рез}/(36G_0g^2), \tag{4}$$

где B — коэффициент демпфирования, G_0 — модуль сдвига, g — абсолютная величина вектора Бюргерса. В том случае, когда среднее расстояние между дислокационными сегментами во много раз больше эффективной длины сегмента, B и l можно считать независимыми от плотности дислокаций величинами. В синтетическом кварце это не так. Расстояние между дислокациями в обычно используемых кварцевых резонаторах даже при высокой добротности порядка 10^{-3} см [9], в то время как эффективная длина дислокационного сегмента 10^{-10}—10^{-3} см. В этом случае надо учитывать зависимость l и B от плотности дислокаций. Найденная экспериментально зависимость $N_D^{0,4}\sim c_H$ и приведенное выше соотношение $l^{-0,5}N_D^{0,5}\sim c_H$ приводят к следующей зависимости длины дислокационного сегмента l от плотности дислокаций: $l\sim N_D^{0,2}$. Используя это соотношение и выражение (4), а также экспериментальную зависимость $Q\sim N_D^{-0,4}$ получаем следующую зависимость коэффициента демпфирования B от плотности дислокаций: $B\sim N_D^{-1,4}$.

Обсудим найденные зависимости. Известно, что внешние сдвиговые напряжения увеличивают l [10]. Рост l с плотностью дислокаций можно объяснить действием на рассматриваемую дислокацию поля напряжений соседних дислокаций. Как известно, в кварце измеренная величина коэффициента демпфирования B хорошо согласуется с рассчитанным значением, обусловленным фононной вязкостью [11]:

$$B=27E_0K/(8\pi C_v\bar{v}^2), \tag{5}$$

где

$$K={}^1/_3C_v\bar{v}\bar{L}.$$

Здесь E_0 — тепловая энергия единицы объема, $\bar{v}$ — средневзвешенное значение скорости поперечных и продольных волн, K — коэффициент теплопроводности, $\bar{L}$ — средняя длина свободного пробега фононов. При колебаниях дислокации, вызванных падающей звуковой волной, возникают сдвиговые волны, которые постепенно передают свою энергию другим колебаниям решетки через нелинейность. Этот процесс при частотах, гораздо меньших обратного времени релаксации $\tau=\bar{L}/\bar{v}$, можно описать на языке вязкости, которая и получила название фононная вязкость. С ростом концентрации дислокаций средняя длина свободного пробега фонона $\bar{L}$ уменьшается как $N_D^{-1}l^{-2}$. Действительно, выражение WN_Dla, где a — величина порядка размера кора дислокации, W — вероятность поглощения, дает сечение поглощения, приходящееся на объем длиной l и сечением 1 см^2, которых в единице объема $1/l$ штук. Подставляя $l\sim N_D^{0,2}$, находим $B\sim\bar{L}\sim N_D^{-1,4}$, что согласуется с зависимостью, полученной выше.

Перейдем теперь к вопросу о природе фликер-шума в кварцевых резонаторах. В соответствии с [5] причиной фликер-шума является тот или иной диффузионный процесс. В случае кварцевых резонаторов таким процессом является диффузия дислокационных сегментов, вызванная диффузией точек закрепления. Поскольку эти сегменты закрепляются атомами водорода, то коэффициент диффузии сегментов близок к коэффициенту диффузии водорода в синтетическом кварце. Согласно [9], этот коэффициент диффузии равен

$$D=D_0 e^{-\frac{E}{k_Б T}},$$

где $D_0=7\cdot10^{-2}$ см^2 с$^{-1}$, $E=24$ кДж/моль, $k_Б$ — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура, что при комнатной температуре дает $D=3\cdot10^{-6}$ см^{2}с$^{-1}$. Согласно [5], спектральная плотность фликер-шума определяется соотношением [1]

$$S(f)=\left(\frac{V_0}{r_0^3}\right)^{-1}\left(\frac{\partial f_{рез}}{\partial N}\right)^2 AG(\omega\tau_0), \tag{6}$$

где

$$G(\omega\tau_0)=\int_0^b \frac{{}^3/_4 x^4[x^{-2}+1+(x-x^{-3})\,\mathrm{arctg}\,x]\,dx}{\{(\omega\tau_0)^2+\frac{9}{16}x^4[x^{-2}+1+(x-x^{-3})\,\mathrm{arctg}\,x]^2\}(1+x^2)},$$

$$A=2k_Б T/(B_0 D r_0),\quad \tau_0=r_0^2/D,\quad b\simeq5,$$

r — величина порядка расстояния между дислокационными сегментами, B_0 — коэффициент в термодинамическом потенциале, который можно считать постоянным, V_0 — объем системы, $\omega=2\pi f$. График функции $G(\omega\tau_0)$ приведен в [5], где эта функция обозначается $Q(\omega\tau_0)$. Выражение (6) позволяет объяснить наблюдающуюся экспериментально зависимость спектральной плотности фликер-шума от добротности резонатора. Покажем это.

Выражение (6) удобно переписать в следующем виде:

$$fS(f)=\frac{1}{2\pi}\left(\frac{V_0}{r_0^3}\right)^{-1}\frac{2k_Б T}{B_0 r_0^3}\,\omega\tau_0 G(\omega\tau_0)\left(\frac{\partial f_{рез}}{\partial N}\right)^2. \tag{7}$$

Величина $(V_0/r_0^3)^{-1}(k_Б T/\pi B_0 r_0^3)$ представляет собой постоянную; в области фликер-шума величина $\omega\tau_0 G(\omega\tau_0)$ также практически постоянна [5], так что вся зависимость от N_D и l определяется $(\partial f_{рез}/\partial N)^2$.

$$\frac{\partial f_{рез}}{\partial N}=\frac{\partial}{\partial N}\sqrt{\frac{\mu}{\rho}}\simeq\frac{1}{2\sqrt{\mu\rho}}\frac{\partial\mu}{\partial N}\sim l^3,$$

где μ — модуль упругости, ρ — плотность. Последнее соотношение вытекает из известного факта: дислокационные петли меняют модуль сдвига, при этом его относительное изменение пропорционально Nl^3 [10]. Таким образом, получаем

$$fS(f)\sim l^6\sim N_D^{1,2}\sim Q^{-3}, \tag{8}$$

что достаточно хорошо при имеющемся разбросе экспериментальных точек соответствует наблюдаемой зависимости [8].

Найдем теперь τ_0. Полагая r_0 величиной порядка среднего расстояния между дислокационными сегментами (порядка 10^{-3} см), подставляя это значение r_0 в формулу для τ_0 и воспользовавшись приведенным значением D, находим $\tau_0=r_0^2/D\simeq1$ с. Согласно [5], фликер-шум должен наблюдаться в интервале частот

$$6{,}5\cdot10^{-2}\tau_0^{-1}<\omega<4\cdot10^3\tau_0^{-1}. \tag{9}$$

Подставляя найденное значение τ_0, находим, что этот интервал простирается от долей Гц до кГц, что в действительности и наблюдается в кварцевых резонаторах.

Другим проявлением диффузии сегментов должно быть появление максимума в частотной зависимости коэффициента поглощения звука

[1] В [5] в этом соотношении потеряна степень «−1».

при частотах порядка $\tau_0^{-1} \simeq 1$ Гц, которое предсказывалось в работе [12]. Связь между фликер-шумом и поглощением звука обсуждалась в [5].

Удобной функцией при исследовании фликер-шума является $fS(f)$: эта функция имеет вид гладкой кривой с максимумом [5]. По имеющимся экспериментальным данным для фликер-шума в кварцевых резонаторах можно построить эту кривую лишь в области максимума и высокочастотного спада. Для получения низкочастотного спада нужно продвинуться в область частот порядка и меньших 10^{-2} Гц.

Как следует из [5], кривая $S(f)$ как функция температуры должна иметь максимум. Максимум этой кривой и кривой $fS(f)$ как функции f соответствует $\omega\tau_0 \simeq 50$. Таким образом, исследование температурной зависимости $S(f)$ является проверкой предложенной модели и дает возможность уточнить значение τ_0.

Проведенное исследование приводит к следующему выводу. Причиной фликер-шума, ответственного за нестабильность резонансной частоты в кварцевых резонаторах, является диффузия дислокационных сегментов, вызванная диффузией точек закрепления; минимальный размер объема, r_0, при усреднении по которому можно систему сегментов рассматривать как сплошную среду, играет роль радиуса корреляции и определяет характерное время, от которого зависит частотный интервал, в котором должен наблюдаться фликер-шум. Как следует из проведенного исследования, существуют два пути уменьшения фликер-шума в кварцевых резонаторах: уменьшение плотности дислокационных сегментов и уменьшение коэффициента диффузии их точек закрепления; уменьшение коэффициента диффузии сдвигает область фликер-шума в сторону более низких частот. С другой стороны, само измерение фликер-шума может быть использовано как способ контроля за плотностью дислокационных сегментов и их подвижностью.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hooge F. N., Kleinpenning T. G. M., Vandamme L. K. J.* Experimental studies of 1/f noise // Rep. Progr. Phys. 1981. V. 44. № 5. P. 479–532.
2. *Dutta P., Horn P. M.* Low-frequency fluctuations in Solids: 1/f noise // Rev. Mod. Phys. 1981. V. 53. № 3. P. 497–516.
3. *Бочков Г. Н., Кузовлёв Ю. Е.* Новые исследования 1/f-шума // УФН. 1983. Т. 141. В. 1. С. 151–176.
4. *Коган Ш. М.* Низкочастотный токовый шум со спектром 1/f в твердых телах // УФН. 1985. Т. 145. В. 2. С. 285–328.
5. *Чабан И. А.* О природе фликер-шума // Радиотехника и электроника. 1988. Т. 33. № 3. С. 550–558.
6. *Handel P. H.* Nature of 1/f frequency fluctuations in quartz crystal resonators // Solid State Electron. 1979. V. 22. P. 875–876.
7. *Gagnepain J. J., Handel P. H., Ubersfeld J.* How do fluctuation in the dissipation case 1/f frequency noise in quartz? – in Proc. 2nd Int. Symp. on 1/f noise. Univ. in quartz? of Florida, Gainsuitte, Mar. 17–20. 1980. P. 550.
8. *Kroupta V. F.* The state of the art of flicker frequency noise in BAW and SAW quartz resonators // IEEE transactions in ultrasonic, ferroelectrics and frequency control. 1988. V. 35. № 3. P. 406–420.
9. *Brice J. C.* Crystals for quartz resonators // Rev. of Mod. Phys. 1985. V. 57. № 1. P. 105–146.
10. *Новик А., Берри Б.* Релаксационные явления в кристаллах. М.: Атомиздат, 1975. 468 с.
11. *Мэзон У.* Фононная вязкость и ее влияние на поглощение акустических волн и движение дислокаций // Ультразвуковые методы исследования дислокаций/ Под ред. Меркулова Л. Г. М.: Изд-во иностр. лит., 1963.
12. *Ямафуджи К., Бауэр И.* В кн.: Актуальные вопросы теории дислокаций/Пер. с англ. под ред. Орлова А. Н. М.: Мир, 1968. 115 с.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
16.01.89

I. A. Chaban

FLICKER NOISE IN QUARTZ RESONATORS

It is shown that a frequency range of flicker noise, which is responsible for frequency unstability of quartz resonators, and a dependence of its power spectral density on a resonator quality factor can be explained supposing, that a diffusion of dislocation segments and a medium discreteness are sources of the flicker noise. Two ways of reduction of the flicker noise are suggested: the reduction of a dislocation segment density and reduction of a diffusion coefficient of segment pinning points.