

УДК 539.3

© 1990 г.

Е. В. Глушков, Н. В. Глушкова, И. В. Чаус

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ ИСТОЧНИКА ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В СЛОЕ ЖИДКОСТИ НА УПРУГОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

Получены представления для мощности сосредоточенного источника гармонических колебаний, расположенного в слое жидкости на упругом вертикально-неоднородном полупространстве. Приводятся результаты расчетов, показывающие влияние частоты, глубины погружения источника и соотношения упругих свойств среды на излучение и распределение энергии между объемными и каналовыми волнами.

В настоящее время малоизученными являются энергетические аспекты процесса возбуждения и распространения гармонических колебаний в акустическом волноводе с упругим дном. На основе развитой ранее методики [1] были получены представления для энергии сосредоточенного источника в слое однородной жидкости на упругом вертикально-неоднородном полупространстве. Подробный вывод формул и первые результаты расчетов содержатся в работе [2]. В настоящей статье дается краткая сводка формул и описание дальнейших результатов численного анализа.

В слое акустической жидкости толщины H , занимающем в декартовой системе координат объем $-\infty \leq x, y \leq \infty, 0 \leq z \leq H$ на расстоянии h от нижней поверхности расположен сосредоточенный источник гармонических колебаний: $A\delta(x, y, z-h) \exp(-i\omega t)$, где ω — круговая частота установившихся колебаний. Свойства акустической среды характеризуются скоростью звука v_0 и плотностью ρ_0 . Верхняя граница слоя $z=H$ свободна от напряжений, а на нижней $z=0$ выполняются условия равенства давления p и скорости вертикальной составляющей смещения частиц среды $-\partial\phi/\partial z$ с поверхностными напряжениями $-\sigma_z$ и скоростью вертикальных смещений поверхности упругого полупространства, занимающего объем $-\infty \leq x, y \leq \infty, -\infty \leq z \leq 0$.

Упругая среда характеризуется скоростью распространения P - и S -волн v_p, v_s и плотностью ρ .

Относительно потенциала скоростей смещения частиц в акустическом слое $\phi(x, y, z) \exp(-i\omega t)$ и вектора перемещений упругой среды $\mathbf{u} \exp(-i\omega t) = (u, v, w) \exp(-i\omega t)$ имеем краевую задачу, решение которой строится с помощью преобразования Фурье по горизонтальным координатам x, y . В результате имеем [2]:

$$\begin{aligned} \phi(r, z) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} \Phi(\alpha, z) J_0(\alpha r) \alpha d\alpha, \\ \mathbf{u}(r, \theta, z) &= -\frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} \mathbf{K}_3 \left(i \frac{\partial}{\partial x}, i \frac{\partial}{\partial y}, \alpha, z \right) P_0(\alpha) J_0(\alpha r) \alpha d\alpha, \\ \Phi(\alpha, z) &= \Phi_1(\alpha, z) + \Phi_2(\alpha, z), \\ \Phi_1 &= -\frac{A}{2} \exp(-\gamma|z-h|)/\gamma, \\ \Phi_2 &= \frac{1}{\text{sh } \gamma H} \left[\frac{A}{2\gamma} \{ \text{sh } \gamma(H-h) e^{-\gamma z} + \text{sh } \gamma h e^{-\gamma(H-z)} \} + \right. \\ &\quad \left. + iP_0(\alpha) \text{sh } \gamma(H-z)/(\rho_0 \omega) \right], \end{aligned} \tag{1}$$

$$P_0 = -iA\rho_0\omega\Delta(\alpha) \operatorname{sh} \gamma(H-h)/\Delta_1(\alpha),$$

$$\Delta_1 = \rho_0\omega^2 \operatorname{sh} \gamma HR_1(\alpha, 0) - \gamma\Delta(\alpha) \operatorname{ch} \gamma H,$$

$$\gamma = \sqrt{\alpha^2 - \kappa_0^2}, \quad \kappa_0 = \omega/v_0, \quad \operatorname{Re} \gamma \geq 0, \quad \operatorname{Im} \gamma \leq 0, \quad \alpha^2 = \alpha_1^2 + \alpha_2^2,$$

$\mathbf{K}_3 = (-i\alpha_1 P, -i\alpha_2 P, R)$ — третий столбец символа матрицы Грина упругого полупространства, $P(\alpha, z) = P_1(\alpha, z)/\Delta(\alpha)$, $R(\alpha, z) = R_1(\alpha, z)/\Delta(\alpha)$. В случае однородного полупространства элементы вектора \mathbf{K}_3 могут быть выписаны в явном виде (см. [2]), а для вертикально-неоднородного — строятся численно [3]; $J_0(\alpha r)$ — функция Бесселя, производные $i(\partial/\partial x)$, $i(\partial/\partial y)$ в \mathbf{K}_3 находятся на месте множителей α_1 , α_2 и действуют на $J_0(\alpha r)$.

Асимптотические представления объемных и каналовых волн в дальней от источника зоне, полученные путем анализа вклада стационарных точек и вещественных полюсов подынтегральных функций (1), приводятся в [2]. В частности, для направления строго вниз и для случая однородного упругого полупространства имеем

$$|\mathbf{u}_P| \sim \frac{A |\sin \kappa_0(H-h)|}{2\pi v_P \sqrt{\sin^2 \kappa_0 H + v^2 \cos^2 \kappa_0 H}} \frac{1}{|z|}, \quad (2)$$

$$|\mathbf{u}_S| \sim 0, \quad v = \rho_0 v_0 / \rho v_P, \quad z \rightarrow -\infty,$$

\mathbf{u}_P , \mathbf{u}_S — векторы смещений для P - и S - волн.

Представление (2) показывает, что на частотах ω , при которых $\sin \kappa_0(H-h) = 0$, нет излучения объемных волн в направлении строго вниз. При v , близких к единице, знаменатель выражения (2) близок к константе и максимум $|\mathbf{u}_P|$ достигается в окрестности частот ω , при которых $|\sin \kappa_0(H-h)| = 1$. Для $v \ll 1$ наблюдаются резкие резонансные максимумы амплитуды P -волн, обусловленные нулями $\sin \kappa_0 H$, а при $v \gg 1$ — нулями $\cos \kappa_0 H$.

Диаграммы направленности объемных волн $|u_P(\psi)|$, $|u_S(\psi)|$ приведены в работе [2].

Как и ранее для упругого многослойного полупространства [1, 4], путем интегрирования главного члена асимптотического представления плотности энергии объемных и каналовых волн по поверхности нижней полусферы и боковой поверхности цилиндра получено суммарное количество энергии, уносимой от источника на бесконечность объемными волнами E_V и каналовыми волнами E_R ($E_{\text{ист}} = E_V + E_R$).

Мощность источника $E_{\text{ист}}$ определяется также путем интегрирования плотности энергии по сфере S_δ достаточно малого радиуса δ с центром в точке его расположения $\mathbf{x}_0 = (0, 0, h)$. Она складывается из мощности источника в бесконечном пространстве E_∞ и поправки $E_{\text{отр}}$, обусловленной наличием отраженного поля:

$$E_{\text{ист}} = E_\infty + E_{\text{отр}}, \quad (3)$$

$$E_\infty = |A|^2 \frac{\rho_0 \omega^2}{8\pi v_0}, \quad E_{\text{отр}} = -|A|^2 \frac{1}{2} \operatorname{Re} p_2(\mathbf{x}_0),$$

$$p_2(\mathbf{x}_0) = \frac{i\omega\rho_0}{2\pi} \int_{\Gamma} \Phi_2(\alpha, h) \alpha d\alpha$$

($\Phi_2(\alpha, h)$ см. (1) при $A \equiv 1$).

Поправка $E_{\text{отр}}$ выражается только через давление поля отраженных волн p_2 в точке расположения источника и может быть как положительной, так и отрицательной. Зависимость энергии источника от расстояния до дна h для случая акустически более мягкого слоя жидкости на упругом однородном полупространстве ($v_0 < v_S < v_P$) изучена в работе [2]. Результаты расчетов показывают, что при расположении источника непосредственно под дневной поверхностью ($h \rightarrow H$) $E_{\text{отр}} \rightarrow -E_\infty$ и $E_{\text{ист}} \rightarrow 0$, т. е., меняя фазу при отражении от поверхности, отраженное поле гасит прямое поле источника и излучаемая им мощность становится практически равной нулю. С увеличением глубины погружения абсолютная величина

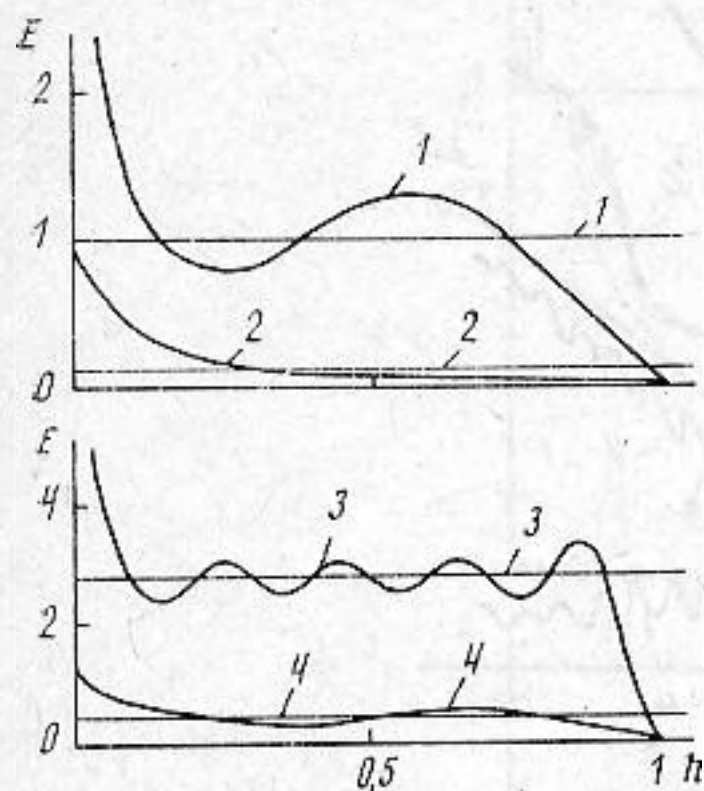


Рис. 1

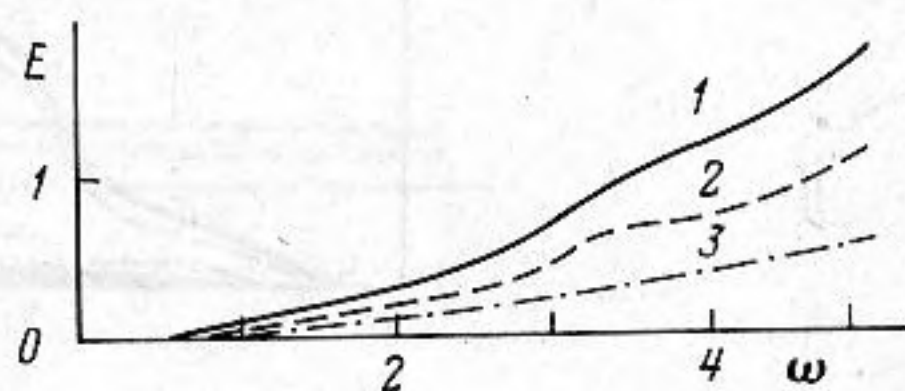
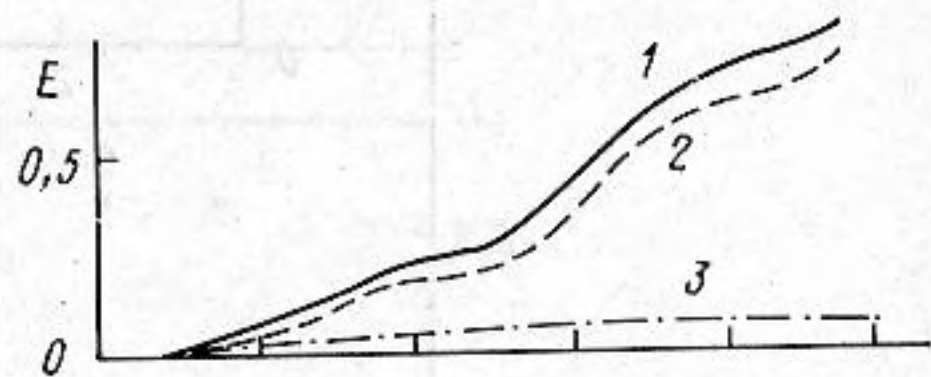
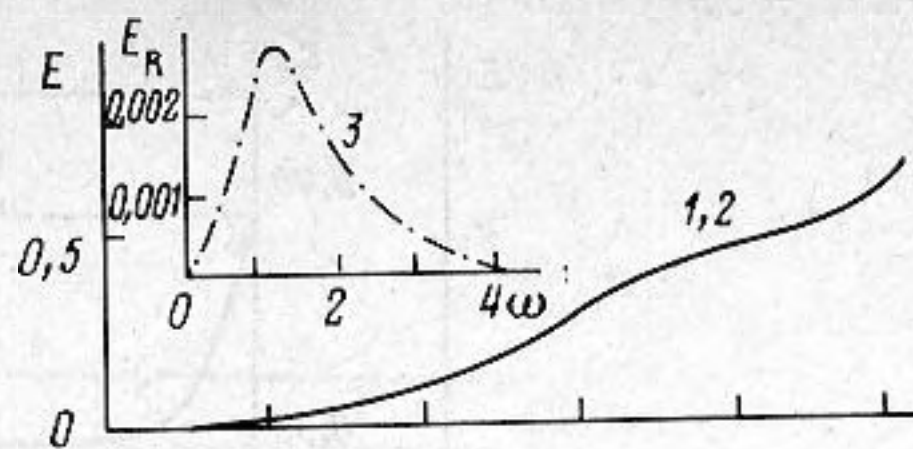


Рис. 2

Рис. 1. Зависимость мощности источника $E_{\text{ист}}$ от расстояния до дна h : 1, 2 — для среды $v_0=2$, $v_s=0,5$, $\rho_0=0,5$; 3, 4 — для среды (4); 1, 3 — для $\omega=4$, 2, 4 — $\omega=10$. Горизонтальные прямые показывают мощность источника E_∞ в безграничной среде

Рис. 2. Распределение энергии источника между объемными и каналовыми волнами в зависимости от частоты для среды с параметрами (4): 1 — $E_{\text{ист}}$, 2 — E_V , 3 — E_R . Верхний рисунок для $h=0,5$, средний — $h=0,1$, нижний — $h=0,01$

энергии отраженных волн $E_{\text{отр}}$ уменьшается и становится равной нулю примерно на расстоянии $\lambda_0/4$ от поверхности. Далее $E_{\text{отр}}$ становится того же знака, что и E_∞ , достигая максимального значения на расстоянии $3\lambda_0/8$ от поверхности. Далее максимумы и минимумы повторяются с шагом $\lambda_0/4$. Описанная закономерность имеет место только на высоких частотах, когда λ_0 соизмерима или меньше толщины слоя H . На низких частотах при $\lambda_0 \gg H$ (мелкая вода) заметный вклад в $E_{\text{отр}}$ дает отражение от обеих поверхностей и $E_{\text{отр}}$ меняет знак на глубине, отличной от $\lambda_0/4$ ($\lambda_0 = 2\pi v_0/\omega$).

При приближении к дну ($h \rightarrow 0$) величина $E_{\text{отр}}$ резко возрастает и, складываясь с E_∞ , приводит к резкому росту мощности источника $E_{\text{ист}}$. Для акустически более жесткого слоя жидкости ($v_0 > v_s$) указанные закономерности сохраняются (рис. 1).

При проведении расчетов все размерные величины были отнесены к $l_0=H$, $c_0=v_p$, $\rho_0=\rho$ либо к выраженным через данные три единицам измерения. Например, $\omega = 2\pi l_0 f/c_0$, f — частота в герцах. Безразмерные параметры среды:

$$v_0=0,42, \quad \rho_0=0,45, \quad v_s=0,625, \quad (4)$$

для которых приведены результаты на рис. 1, соответствуют случаю моря с меловым дном, рассмотренному в работе [5].

Рассматриваемые среды можно отнести к одному из двух типов:

$$v_0 < v_s \text{ — акустический мягкий слой,} \quad (5)$$

$$v_0 > v_s \text{ — жесткий слой.} \quad (6)$$

Случаи $v_s < v_0 < v_p$ и $v_s < v_p < v_0$ для рассмотренного диапазона соотношений $0,1 < v_s/v_p < 0,7$ качественных отличий между собой не дали.

В случае (5) число нормальных мод, соответствующих вещественным полюсам ξ_m , $m=0, 1, \dots$ увеличивается с ростом ω . Частоты появления

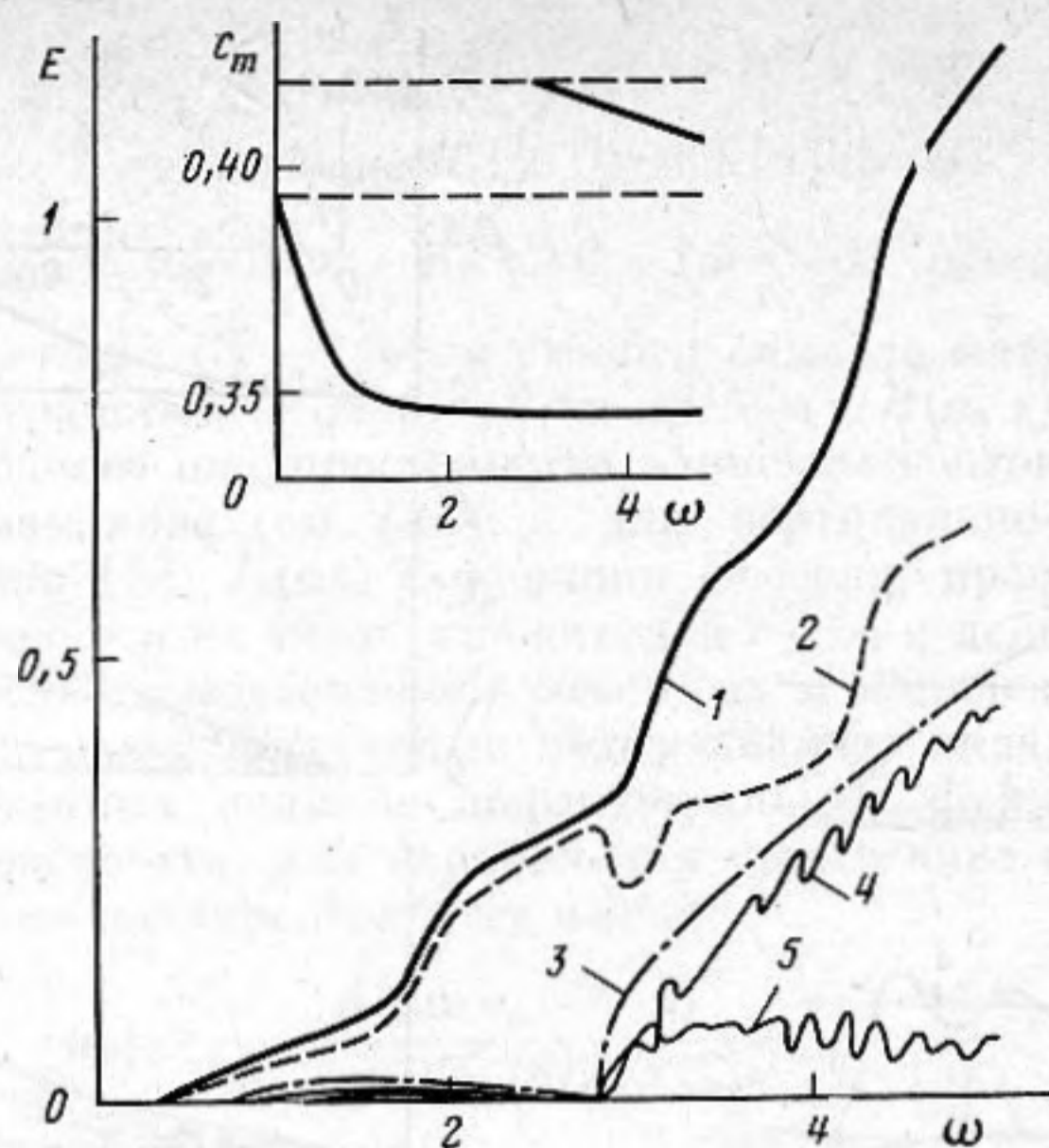


Рис. 3. Распределение энергии источника для акустически мягкого слоя жидкости в случае близких v_0 и v_S ($v_S=0,42$; $v_0=0,395$; $\rho_0=0,45$): 1 - $E_{\text{ист}}$, 2 - E_V , 3 - E_R , 4 - $E_{\text{ж}}$, 5 - $E_{\text{упр}}$. Слева сверху - дисперсионные кривые фазовых скоростей $c_m = \omega/\xi_m$, верхний пунктир - v_S , нижний - $v_0 = v_R$

новых волн ω_m определяются соотношением

$$\omega^4 (\text{tg}(\omega |\bar{\gamma}| H) + b) = 0, \quad (7)$$

$$b = \frac{\rho}{\rho_0} \frac{|\bar{\gamma}|}{\sigma_1}, \quad \bar{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{v_S^2} - \frac{1}{v_0^2}}, \quad \bar{\sigma}_1 = \sqrt{\frac{1}{v_S^2} - \frac{1}{v_P^2}},$$

откуда следует

$$\omega_0 = 0, \quad \omega_m = \frac{1}{|\bar{\gamma}| H} (-\text{arctg} b + m\pi), \quad m = 1, 2, \dots$$

В случае (6) условие (7) принимает вид $\omega^4 (\text{th} \omega \bar{\gamma} H + b) = 0$, допускающий единственную частоту $\omega_0 = 0$ появления бегущей волны (волны Шолте по [5]). Ее скорость монотонно уменьшается с ростом ω от скорости волны Рэлея v_R при $\omega = 0$ до скорости волны Стоунли.

Для сред (5) большая часть энергии источника $E_{\text{ист}}$ идет на энергию каналовой волны E_R . Количество энергии объемных волн E_V периодически меняется с частотой, оставаясь значительно меньшим, чем E_R .

Для сред с акустически более жестким слоем, напротив, как правило, $E_R < E_V$ (с ростом $\omega E_R \ll E_V$); обратное соотношение наблюдается только на низких частотах. С уменьшением расстояния до дна h наряду с общим ростом $E_{\text{ист}}$ расширяется и диапазон частот, в котором доля E_R не мала (рис. 2) (в случае (5) рост $E_{\text{ист}}$ при $h \rightarrow 0$ не приводит к существенному изменению соотношения E_V/E_R по ω).

В соответствии с результатами экспериментов [5] расчеты для модели (4) должны давать сравнительно низкий уровень E_R для определенной частоты ω_1 и резкий рост для $\omega > \omega_1$, однако, как отмечается и в работе [5], расчеты для модели (4) такой зависимости не дают (рис. 2, $h=0,5$). По-видимому, из-за неучета свойств более твердых пород, расположенных под меловым слоем, средние скорости P - и S -волн для упругого полупространства в расчетной модели оказались заниженными.

При $v_S > v_0$ расчеты дают требуемый резкий рост E_R для $\omega > \omega_1$ (рис. 3). Здесь при $\omega > \omega_1$ ($\omega_1 \approx 2,8$) наряду с волной Шолте в соответствии с условием (7) появляется каналовая волна, которая описывается вкладом полюса ξ_1 . Из условия (7) следует, что частота появления первой моды

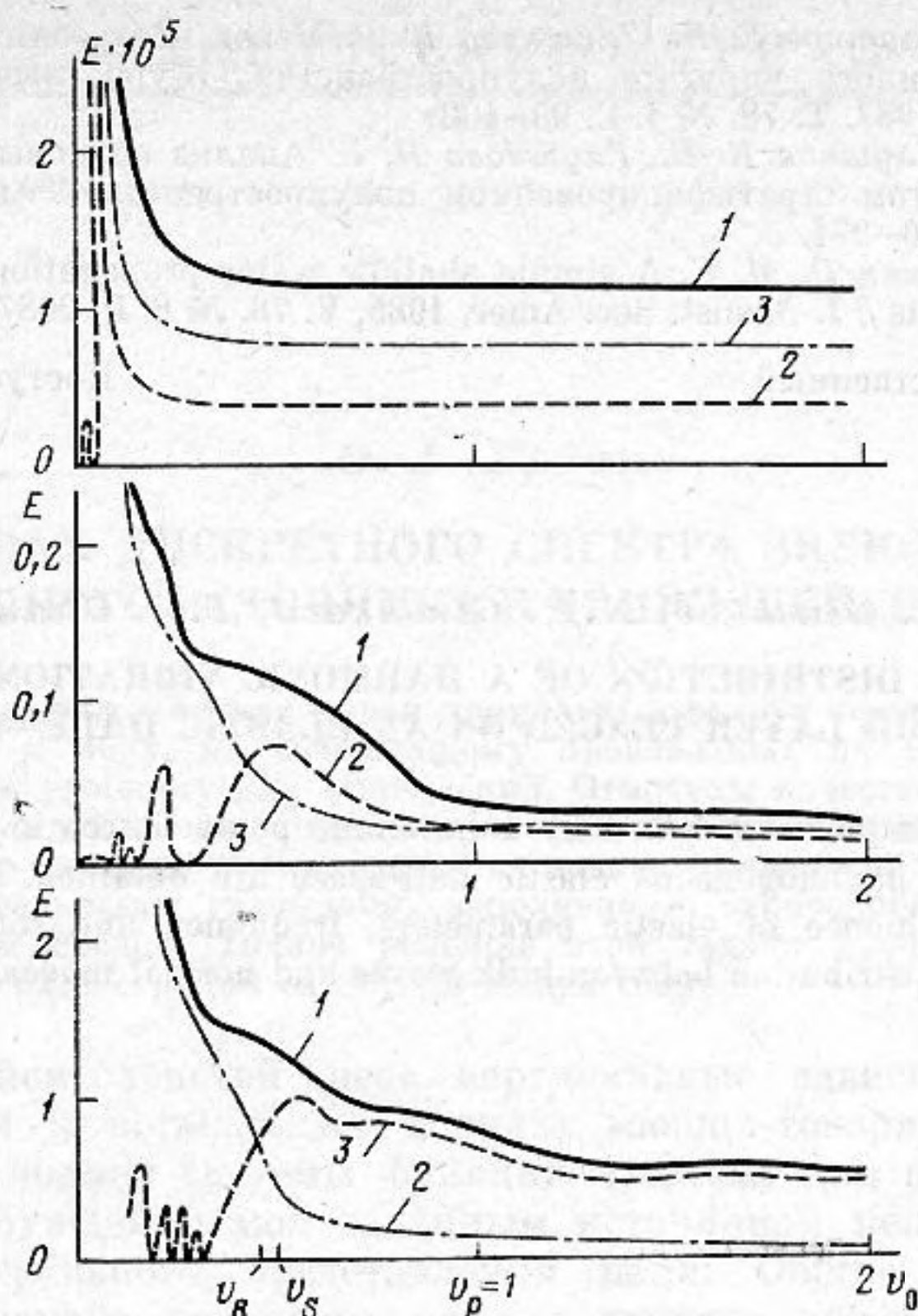


Рис. 4. Зависимость энергии от v_0 ($v_p=1$, $v_s=0,5$, $\rho_0=0,5$, $h=0,1$): 1 — $E_{\text{ист}}$, 2 — E_V , 3 — E_R . Верхний рисунок — $\omega=0,1$, средний — $\omega=1$, нижний — $\omega=5$

ω_1 неограниченно растет при $v_0 \rightarrow v_s$ ($\bar{v} \rightarrow 0$). Таким образом, используя (7), можно подобрать осредненные параметры дна, обеспечивающие рост E_R на требуемой частоте.

На рис. 3 наряду с E_R приведены ее составляющие $E_{\text{упр}}$ и $E_{\text{ж}}$, определяемые путем интегрирования по упругому полупространству и слою жидкости. Данные результаты показывают, что при $\omega > \omega_1$ большая часть энергии E_R идет по слою жидкости, в то время как для волны Шолте при $\omega < \omega_1$ составляющие $E_{\text{упр}}$, $E_{\text{ж}}$ примерно равны.

Мелкая осциляция графиков $E_{\text{упр}}$, $E_{\text{ж}}$ объясняется волнообразным видом линий тока энергии при числе ζ_m , большем одного (см. [4]). Интегрирование при фиксированном r дает в этом случае то завышение, то занижение результата $E_{\text{ж}}$ по сравнению со средней мощностью сигнала, идущего вдоль слоя жидкости (соответственно и для $E_{\text{упр}}$).

Рисунок 4 показывает, как влияет на распределение энергии источника отношение скорости v_0 к v_p , v_s .

В заключение отметим, что полученные представления могут быть использованы и при рассмотрении группы источников и решении задач об оптимизации их расположения и формировании остро направленного излучения объемных волн. При этом $p_2(\mathbf{x}_0)$ в представлении (3) для $E_{\text{отр}}$ является давлением, которое вызвано в точке \mathbf{x}_0 полем остальных источников и отраженными волнами рассматриваемого.

Авторы благодарят В. А. Бабешко за внимание к работе и обсуждение результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глушков Е. В. Распределение энергии поверхностного источника в неоднородном полупространстве // Прикл. математика и механика. 1983. Т. 47. № 1. С. 94–100.
2. Глушков Е. В., Глушкова Н. В., Самсонова И. В. Баланс мощности источника гармонических колебаний, расположенного в слое жидкости на упругом полупространстве. Краснодар, 1988. С. 30 — Деп. в ВИНТИ 28.10.88, № 7744–В88.

3. Бабешко В. А., Глушков Е. В., Глушкова Н. В. Метод построения матрицы Грина стратифицированного упругого полупространства // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1987. Т. 78. № 1. С. 93–102.
4. Бабешко В. А., Глушков К. В., Глушкова Н. В. Анализ волновых полей, возбуждаемых в упругом стратифицированном полупространстве // Акуст. журн. 1986. Т. 32. № 3. С. 336–371.
5. Ellis D. D., Chapman D. M. F. A simple shallow water propagation model including shear wave effects // J. Acoust. Soc. Amer. 1985. V. 78. № 6. P. 2087–2095.

Кубанский государственный
университет

Поступила в редакцию
03.05.89

E. V. Glushkov, N. V. Glushkova, I. V. Chaus

AN ENERGY DISTRIBUTION OF A HARMONIC VIBRATION SOURCE IN A FLUID LAYER PLACED ON AN ELASTIC HALF-SPACE

Expressions for a power radiated by a harmonic point source in a fluid layer placed on a vertically inhomogeneous elastic half-space are obtained. Numerical results demonstrate the influence of elastic parameters, frequency and source depth on an energy flow and its distribution between bulk waves and normal modes.

УДК 534.21

© 1990 г.

О. А. Годин

О СВОЙСТВАХ ДИСКРЕТНОГО СПЕКТРА ЗВУКОВОГО ПОЛЯ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА В ДВИЖУЩЕЙСЯ СРЕДЕ

Общие выражения для полей нормальных волн в движущейся среде приводятся к виду, не содержащему производных по спектральному параметру и удобному для вычислений. Отмечены качественные особенности возбуждения мод точечным источником при наличии стратифицированного течения. Рассматривается задача о звуковом поле в волноводе с идеальными границами, заполненном однородной равномерно движущейся средой. Точное решение этой задачи используется для контроля и иллюстрации следствий общей теории.

В движущейся слоистой среде вертикальные зависимости акустического давления в нормальных волнах, вообще говоря, неортогональны и не образуют полной системы функций. Поэтому для вычисления коэффициентов возбуждения мод заданным источником целесообразно исходить из интегрального представления поля. Общие выражения для дискретного спектра звукового поля точечного источника в слоистой жидкости с течениями были получены этим методом в ([1], § 15.3; [2]). Цель настоящей работы — приведение этих выражений к виду, удобному для вычислений, и в анализе некоторых качественных особенностей поля моды, обусловленных течением. Для иллюстрации следствий теории, в том числе их отличия от опубликованных ранее результатов других авторов [3–6], будет исследована модельная задача, допускающая независимое точное решение в замкнутом виде.

Рассмотрим звуковое поле монохроматического точечного источника в произвольной слоистой среде с устойчивым течением. Предполагается, что плотность среды ρ , скорости звука c и течения $\mathbf{u} = (u_1, u_2, 0)$ зависят только от вертикальной декартовой координаты z . Временная зависимость акустического поля берется в виде $\exp(-i\omega t)$. Дискретный спектр имеет представление [2]

$$P_d(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0) = \frac{1}{2\pi} \sum_l \int_{\varphi-\pi/2}^{\varphi+\pi/2} d\psi \xi_l [F_l^{(l)} B'(\xi_l r \cos(\psi-\varphi)) + i\xi_l B(\xi_l r \cos(\psi-\varphi))], \quad \text{Im } \xi_l > 0, \quad (1)$$

где $\mathbf{R}_0 = (x_0, y_0, z_0)$ — координаты источника, $\mathbf{R} - \mathbf{R}_0 = (r \cos \varphi, r \sin \varphi, z - z_0)$, штрих означает производную от функции по ее аргументу.

$$B(q) = iq \int_0^1 (1-s^2)^{-1/2} s H_0^{(1)}(qs) ds \quad (2)$$

— исследованная в [2] специальная функция, $\xi_l = \xi_l(\psi)$ и $F_j^{(l)} = F_j^{(l)}(\psi)$ — полюса и вычеты в них функций F_j , определенных равенствами

$$F_j(\xi, \psi) = 1/2 \xi^{1-j} [F(\xi, \psi) - (-1)^j F(\xi, \psi + \pi)], \quad j=1, 2, \quad (3)$$

$$E(\xi, \psi) = p_1(\xi, \psi, z_<) p_2(\xi, \psi, z_>) / w(\xi, \psi, z_0), \quad (4)$$

$$w(\xi, \psi, z) = p_1 \frac{\partial p_2}{\partial z} - p_2 \frac{\partial p_1}{\partial z}$$