

УДК 621.396.677

© 1993 г. Д. Д. Габриэлян, М. Ю. Звездина

## ИЗЛУЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ АНТЕНН НА ТЕЛЕ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ БОЛЬШИХ ВОЛНОВЫХ РАЗМЕРОВ

Предложен метод определения диаграммы направленности волнового поля, возбуждаемого конформным излучающим раскрывом, расположенным на поверхности сложной формы. Поле в волновой зоне определяется путем интегрирования по раскрыву от произведения двух функций. Первая определяет поле возбуждения в излучающем раскрыве, вторая является решением задачи дифракции плоской волны на данном теле. Функция, описывающая решение краевой задачи дифракции, ищется в виде разложения по набору базисных функций с неизвестными коэффициентами разложения. Базисные функции определяются из решения задач на модельных структурах: бесконечном клине и круговом цилиндре. Неизвестные коэффициенты разложения определяются из требования выполнения заданных граничных условий на поверхности тела. Для этого искомое решение, представленное в виде разложения по предлагаемым базисным функциям, подставляется в интегральное уравнение, к решению которого сводится решение краевой задачи. Решение последнего известными численными методами позволяет определить коэффициенты разложения. Приведены примеры расчетов диаграммы направленности излучающего раскрыва, размещенного на телах с различной геометрией.

Решение скалярной задачи излучения поверхностных антенн, имеющей научный и практический интерес, рассматривается в ряде работ, например в [1—4]. Однако основное внимание при этом уделяется поверхностям, допускающим аналитическое определение функции Грина. В то же время для реальных тел, имеющих сложную форму, необходимо использовать численные методы, что при больших по отношению к длине волны размерах связано со значительным объемом вычислений. В настоящей работе предлагается новый подход к решению задачи излучения поверхностной антенны на теле сложной формы больших по отношению к длине волны размеров.

Рассмотрим двумерное тело с сечением  $S_L$ , контур  $L$  которого представляет многоугольник, образованный  $M_1$  прямолинейными и  $M_2$  криволинейными, являющимися дугами окружностей радиусом  $b_m$  ( $m = 1, \dots, M_2$ ), участками (рис. 1). Вершинами многоугольника являются границы свет — тень на криволинейных участках и точки сопряжения участков. На раскрыве антенны  $L_A$  ( $L_A \in L$ ) задано распределение поля возбуждения, описываемого функцией  $\omega(x, y)$ . Диаграмма направленности (ДН) такой антенны может быть определена соотношением [3]

$$F(\Theta) = \int_{L_A} u(x(l), y(l); \Theta) \omega(x(l), y(l)) dl. \quad (1)$$

Координата  $l$  отсчитывается вдоль  $L$  от вершины  $A_1$  и однозначно определяет положение точки на контуре и ее декартовы координаты  $(x, y)$ . Функция  $u(x, y; \Theta)$  является решением задачи дифракции волнового поля  $u_0(x, y; \Theta) = \exp(-i\alpha x + i\beta y)$  в области  $R^2 \setminus S_L$  и удовлетворяет двумерному уравнению Гельмгольца

$$\Delta u(x, y) + k^2 u(x, y) = 0, \quad (2)$$

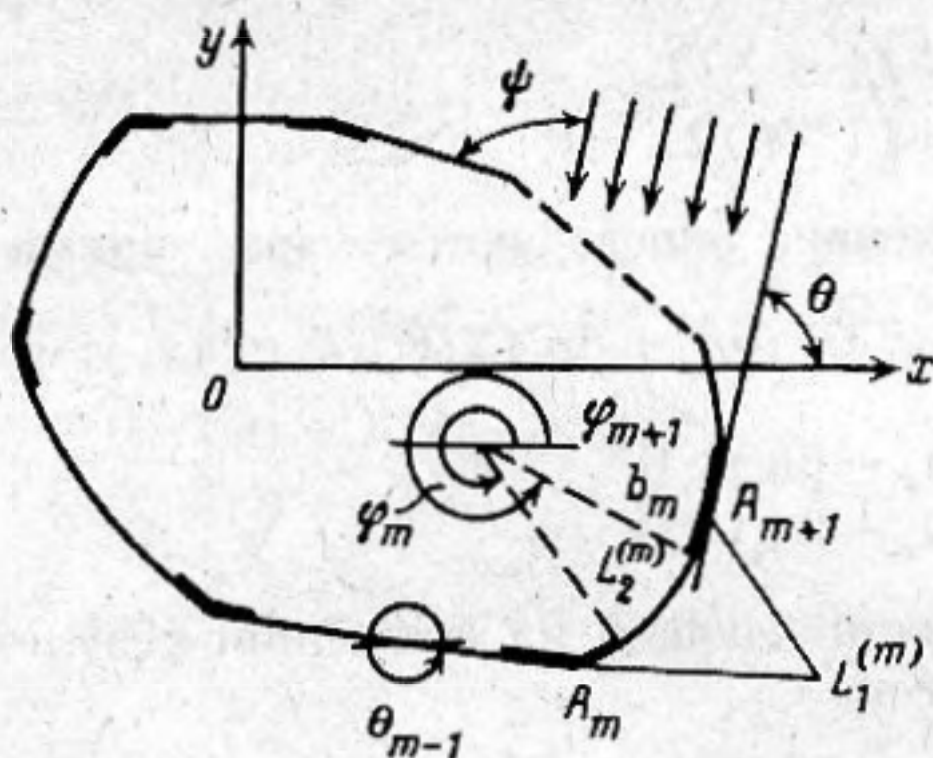


Рис. 1

условию излучения на бесконечности

$$\lim_{r \rightarrow \infty} u (\partial u / \partial r - iku) = 0 \quad (3)$$

и граничным условиям вида

$$u(x, y)|_L = 0, \quad (4a)$$

$$\partial u(x, y) / \partial n|_L = 0. \quad (4b)$$

Здесь  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число;  $\alpha = k \cos \theta$ ,  $\beta = k \sin \theta$ ;  $\partial/\partial n$  — производная по нормали  $\mathbf{n} = \{n_x, n_y\}$  к контуру  $L$ . Множитель  $\exp(-i\omega t)$ , описывающий зависимость всех величин от времени, опущен, геометрия задачи приведена на рис. 1.

Обозначим  $u^{(1)}(x, y; \Theta)$  и  $u^{(2)}(x, y; \Theta)$  решения задачи (2), (3) с граничными условиями (4a) и (4b) соответственно. Для определения данных функций используем метод интегральных уравнений (ИУ) и сведем решение граничной задачи к решению интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода [5]:

$$\begin{aligned} & - \begin{Bmatrix} u^{(1)}(x, y; \Theta) \\ u^{(2)}(x, y; \Theta) \end{Bmatrix} + \frac{1}{2\pi} \int_L \begin{Bmatrix} u^{(2)}(x', y'; \Theta) \partial H_0^{(2)}(r) / \partial n' \\ u^{(1)}(x', y'; \Theta) \partial H_0^{(2)}(r) / \partial n \end{Bmatrix} dl = \\ & = \begin{Bmatrix} u_0(x, y) (\alpha n_x - \beta n_y) / k \\ u_0(x, y) \end{Bmatrix}. \end{aligned} \quad (5)$$

В уравнении (5)  $r$  — расстояние между точками  $(x, y)$  и  $(x', y')$ , лежащими на контуре  $L$ ;  $H_0^{(2)}(\cdot)$  — функция Ганкеля нулевого порядка второго рода;  $\partial/\partial n$ ,  $\partial/\partial n'$  — производные по нормали в точках  $(x, y)$  и  $(x', y')$  соответственно.

Для аппроксимации функции  $u^{(1,2)}(x, y; \Theta)$  выделим на контуре  $L$  особые точки, к которым относятся вершины многоугольника. Вблизи последних (области  $L^{(1)} - u^{(1)}$ ) аппроксимируем кусочно-постоянной с шагом  $\Delta$  функцией, а вдали от них (области  $L^{(2)}$ ) — суммой равномерной  $u_0^{(i)}(x, y; \Theta)$  и неравномерно составляющих ( $i = 1, 2$ ). Таким образом вид указанных функций на  $m$ -м участке ( $m = 1, \dots, M_1 + M_2$ ) описывается соотношением  $u_m^{(i)}(x, y; \Theta) =$

$$= \begin{cases} \sum_{f=1}^F B_{fm}^{(i)}(\Theta) T(l - l_f), & l \in L_m^{(1)}, \\ u_{0m}^{(i)}(l, \Theta) + u_{1m}^{(i)}(l, \Theta), & l \in L_m^{(2)}, \end{cases} \quad (6)$$

$$i = 1, 2, L_m^{(1)} = L^{(1)} \cap A_m A_{m+1}, L_m^{(2)} = L_m^{(2)} \cap A_m A_{m+1},$$

$$T(l - l_j) = \begin{cases} 1, & |l - l_j| \leq \Delta/2, \\ 0, & |l - l_j| > \Delta/2. \end{cases}$$

Равномерные составляющие определяются выражениями

$$u_0^{(1)}(x, y; \Theta) = u_0(x, y; \Theta) (\alpha n_x + \beta n_y) \chi(\Theta)/k; \quad u_0^{(2)}(x, y; \Theta) = u_0(x, y; \Theta) \chi(\Theta),$$

$$\text{где } \chi(\Theta) = \begin{cases} 1, & (\alpha n_x - \beta n_y) > 0, \\ 0, & (\alpha n_x - \beta n_y) < 0. \end{cases}$$

Вид неравномерной составляющей на основании результатов работы [6] определяется соотношениями

$$u_{l_m}^{(1)}(l, \Theta) = \sum_{q=-1}^{Q_m} \{ D_{mq}^{(1)}(\Theta) \exp(-ikl_m) l_m^{q-1/2} + \tilde{D}_{mq}^{(1)}(\Theta) \exp(-ik\tilde{l}_m) \tilde{l}_m^{q-1/2}, \\ l \in L_2^{(m)}, \quad (7)$$

$$u_{l_m}^{(2)}(l, \Theta) = \sum_{q=-1}^{Q_m} \{ D_{mq}^{(2)}(\Theta) \exp(-ikl_m) l_m^{q/2} + \tilde{D}_{mq}^{(2)}(\Theta) \exp(-ik\tilde{l}_m) \tilde{l}_m^{q/2}, \quad (8)$$

$$L \in L_2^{(m)},$$

$$Q_m = \begin{cases} -1, & 2kl_m \cos(\psi/2) \gg 1, \\ 0, & 2kl_m \cos(\psi/2) \simeq 0. \end{cases}$$

Члены с коэффициентами  $D_m^{(i)}$  и  $\tilde{D}_m^{(i)}$  описывают дифракцию на ребрах  $A_m$  и  $A_{m+1}$  соответственно, расстояние  $l_m$  отсчитывается от  $A_m$  вдоль  $A_m A_{m+1}$ ,  $\tilde{l}_m = |A_m A_{m+1}| - l_m$ , угол  $\psi$  показан на рис. 1.

Для аппроксимации  $u_{l_m}^{(i)}(l, \Theta)$  на криволинейных участках области  $L_2^{(m)}$  ( $m = 1, \dots, M_2$ ) на основании работы [1] используем представление вида

$$u_{l_m}^{(i)}(\varphi, \Theta) = \sum_{p=0}^P \{ C_{pm}^{(i)}(\Theta) \exp(-ib_m v_{pm}^{(i)}(\varphi - \varphi_m)) + \tilde{C}_{pm}^{(i)}(\Theta) \exp(-ib_m v_{pm}^{(i)}(\varphi_{m+1} - \varphi)) \}, \quad \varphi_m = l_m/b_m; \quad (9)$$

В выражении (9) члены с  $C_{pm}^{(i)}(\Theta)$  и  $\tilde{C}_{pm}^{(i)}(\Theta)$  описывают волны, распространяющиеся от двух вершин многоугольника, определяющих  $m$ -й криволинейный участок, углы  $\varphi_m$  и  $\varphi_{m+1}$  показаны на рис. 1, коэффициенты  $v_{pm}^{(i)}$  определяются соотношениями  $H_{v_{pm}^{(i)}}^{(2)}(kb_m) = 0$  и  $\partial H_{v_{pm}^{(i)}}^{(2)}(kr)/\partial r|_{r=b_m} = 0$  для условий (4а), (4б) соответственно. Подстановка соотношений (8), (9) в интегральное уравнение (5) и последующее решение одним из известных численных методов позволяет определить коэффициенты разложения  $B_{jm}^{(i)}(\Theta)$ ,  $D_{qm}^{(i)}(\Theta)$ ,  $\tilde{D}_{qm}^{(i)}(\Theta)$ ,  $C_{pm}^{(i)}(\Theta)$ ,  $\tilde{C}_{pm}^{(i)}(\Theta)$  и, следовательно, функцию  $u_{l_m}^{(i)}(x, y; \Theta)$ .

При конкретизации вида зависимости  $\omega(x(l), y(l))$  соотношения (7)–(9) позволяют в случае  $L_A \in L_2^{(m)}$  получить аналитические выражения для  $F(\Theta)$ .

Так, для волноводного излучателя, когда функция  $\omega(x(l), y(l))$  принимает вид

$$\omega(x(l), y(l)) = \sum_{n=0}^{\infty} \cos(\pi n/a(l - l_0)) \quad \text{— 1-й случай, или}$$

$$\omega(x(l), y(l)) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin(\pi n/a(l-l_0)) - \text{2-й случай}$$

( $a$  — размер излучающего раскрыва,  $l_0$  — расстояние от вершины  $A_m$  до раскрыва волновода), для прямолинейных участков области  $L_2^{(m)}$  получаем [7]:

$$F(\Theta) = \sum_n (I_0^{(n)} + \sum_q (I_{1q}^{(n)} D_{mq}^{(l)}(\Theta) + \tilde{I}_{1q}^{(n)} \tilde{D}_{mq}^{(l)}(\Theta))). \quad (10)$$

В соотношении (10) для 1-го случая  $I_0^{(n)}$  и  $I_{1q}^{(n)}$  ( $q=0$ ) определяются выражениями

$$\frac{\exp(-iC_1 l)}{(\pi n/a)^2 - C_1^2} \{iC_1 \cos(\pi n/a(l-l_0)) + \pi n/a \sin(\pi n/a(l-l_0))\} l_0^{1/2+a} \quad (11a)$$

при  $C_1 = \cos(\Theta - \Theta_m)$  и  $C_1 = 1$  соответственно, а для  $q = -1$  —

$$I_{1q}^{(n)} = 0,5 \exp(-i\pi/4) \{ \exp(-il_0 \pi n/a) [\pi/(1 - \pi n/a)]^{1/2} \times \\ \times F[(1 - \pi n/a) l]^{1/2} \exp(il_0 \pi n/a) [\pi/(1 + \pi n/a)]^{1/2} F[(1 + \pi n/a) l]^{1/2} \} l_0^{1/2+a}, \quad (11b)$$

где  $F(x) = \int_x^{\infty} \exp(-i\chi^2) d\chi$  — интеграл Френеля [7],  $\Theta_m$  — угол наклона  $m$ -го прямолинейного участка к оси  $Ox$ .  $\tilde{I}_{1q}^{(n)}$  получается путем замены  $l$  на  $|A_m A_{m+1}| - l$  в соответствующем  $I_{1q}^{(n)}$ .

Во 2-м случае

$$iI_0^{(n)} = \frac{C_2 \exp(-iC_1 l)}{(\pi n/a)^2 - C_1^2} \{ -iC_1 \sin[\pi n/a(l-l_0)] - \\ - \pi n/a \cos[\pi n/a(l-l_0)] \} l_0^{1/2+a}. \quad (12a)$$

$$I_{1q}^{(n)} = i \{ \exp(il_0 \pi n/a) [\exp[-il(1 + \pi n/a)] l^{1/2} - \\ - [\pi i(1 + \pi n/a)]^{1/2} F[(1 + \pi n/a) l]^{1/2}] + \\ + \exp(-il_0 \pi n/a) [\exp(-il(1 - \pi n/a)) l^{1/2} \times \\ \times [\pi i(1 - \pi n/a)]^{1/2} F[(1 - \pi n/a) l]^{1/2}] \} l_0^{1/2+a}, \quad q = -1, \quad (12b)$$

$$I_{1q}^{(n)} = 0,5 \exp(i\pi/4) \{ \exp(il_0 \pi n/a) [\pi/(1 + \pi n/a)]^{1/2} \times \\ \times F[(1 + \pi n/a) l]^{1/2} - \exp(-il_0 \pi n/a) \times \\ \times [\pi/(1 - \pi n/a)]^{1/2} F[(1 - \pi n/a) l]^{1/2} \} l_0^{1/2+a}, \quad q = 0, \quad (12b)$$

где  $C_2 = \sin(\Theta - \Theta_m)$ .

Аналогичные выражения могут быть получены и при нахождении раскрыва  $L_A$  на криволинейных участках контура  $L$ . Для  $m$ -го криволинейного участка ( $m = 1, \dots, M_2$ ) соотношение (1) принимает вид

$$F(\Theta) = \sum_n (I_0^{(n)} + \sum_p (I_{1p}^{(n)} C_{pm}^{(l)}(\Theta) + \tilde{I}_{1p}^{(n)} \tilde{C}_{pm}^{(l)}(\Theta))),$$

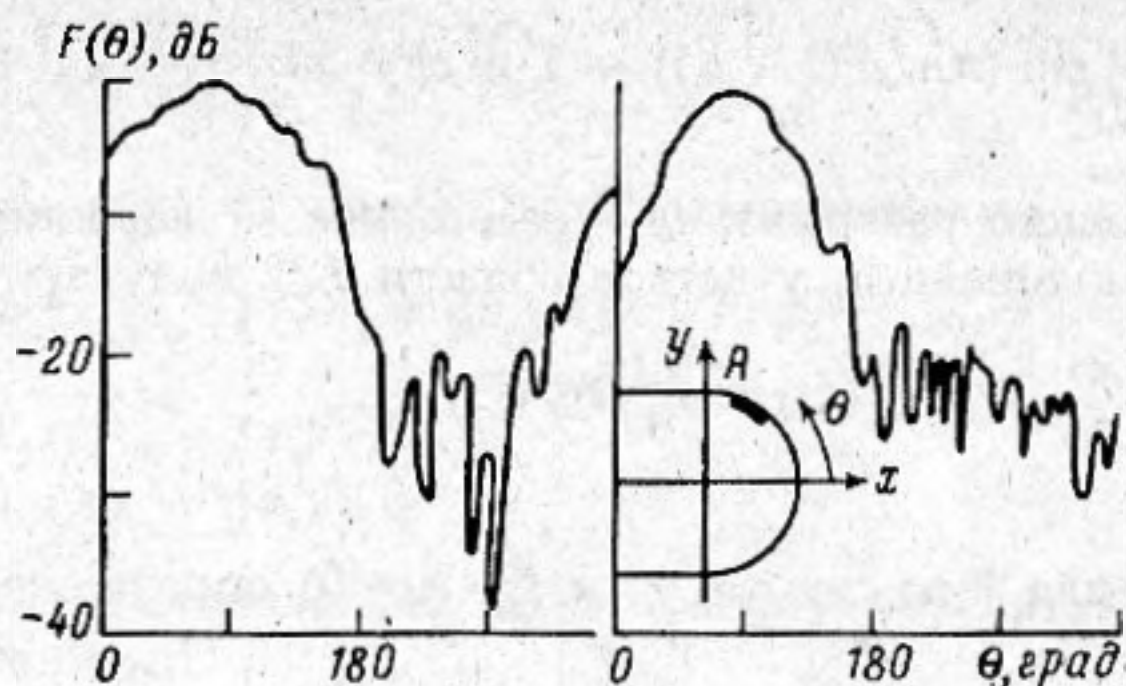


Рис. 2.

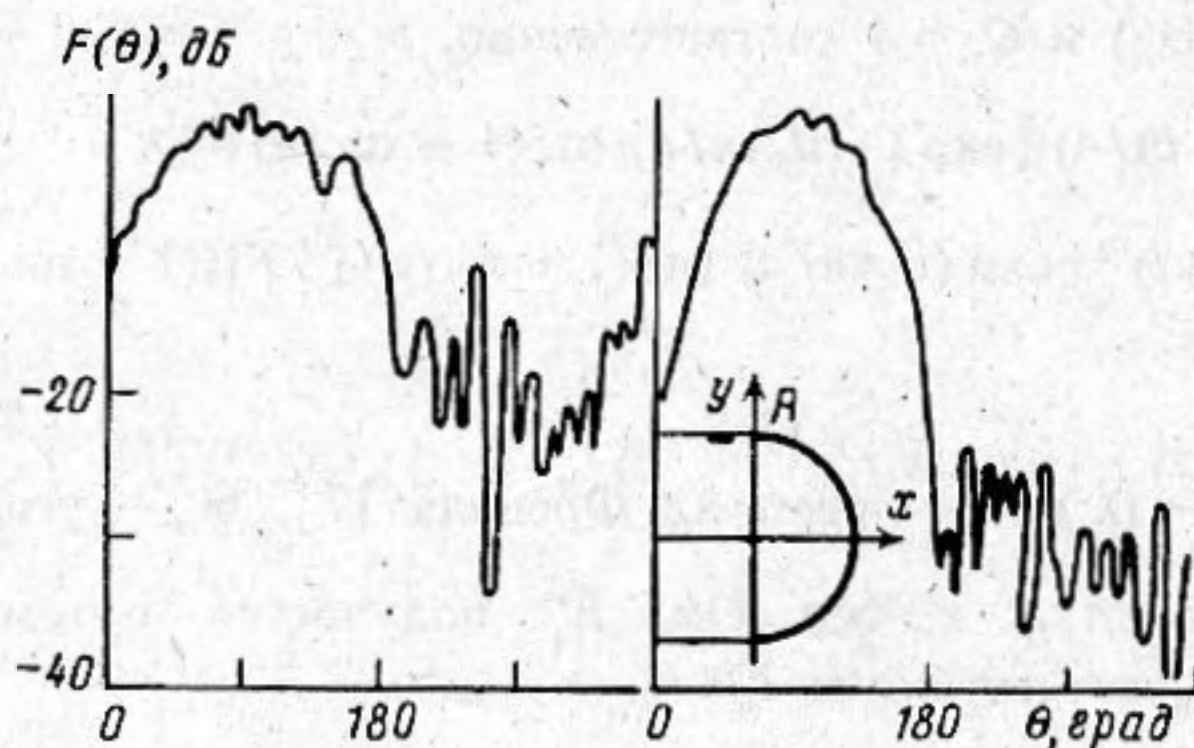


Рис. 3.

где  $I_0^{(n)}$ ,  $I_{1p}^{(n)}$  определяются следующими выражениями

$$I_0^{(n)} = \frac{\exp[-ib_m(\cos(\varphi_0 - \Theta) - (\varphi - \varphi_0)\sin(\varphi_0 - \Theta))] b_m}{(\pi n/a)^2 - \sin^2(\varphi_0 - \Theta)} \times$$

$$\times \{ \pi n/a \sin[\pi n/ab_m \varphi] + i \sin(\varphi_0 - \Theta) \times$$

$$\times \cos[\pi n/ab_m \varphi] \} |_{\varphi_0}^{\varphi_0 + \Delta\varphi}, \quad (13a)$$

$$I_{1p}^{(n)} = \frac{\exp[-ib_m v_{pm}^{(i)}(\varphi_0 + \varphi)] b_m}{(v_{pm}^{(i)})^2 - (\pi n/a)^2} \{ i v_{pm}^{(i)} \cos[\pi n/ab_m \varphi] -$$

$$- \pi n/a \sin[\pi n/ab_m \varphi] \} |_{\varphi_0}^{\varphi_0 + \Delta\varphi} \quad (13b)$$

для 1-го случая и

$$I_0^{(n)} = \frac{\exp[-ib_m(\cos(\varphi_0 - \Theta) - (\varphi - \varphi_0)\sin(\varphi_0 - \Theta))] \operatorname{ch}(i\Theta) b_m}{(\pi n/a)^2 - \sin^2(\varphi_0 - \Theta)} \times$$

$$\times \{ \sin(\varphi_0 - \Theta) \operatorname{sh}(ib_m \varphi \pi n/a) - \pi n/a \operatorname{ch}(ib_m \varphi \pi n/a) \} |_{\varphi_0}^{\varphi_0 + \Delta\varphi}, \quad (14a)$$

$$I_{1p}^{(n)} = \frac{\exp[-ib_m v_{pm}^{(i)}(\varphi_0 + \varphi)] b_m}{(v_{pm}^{(i)})^2 - (\pi n/a)^2} \{ \pi n/a \cos[\pi n/a \times$$

$$\times b_m \varphi] + i v_{pm}^{(i)} \sin[\pi n/ab_m \varphi] \} |_{\varphi_0}^{\varphi_0 + \Delta\varphi} \quad (14b)$$

для 2-го случая. Выражения для  $\tilde{I}_{1p}^{(n)}$  получаются путем замены  $\varphi$  на  $\Phi - \varphi$ . Углы  $\varphi_0, \Delta\varphi, \Phi$  определяют положение, угловую ширину волновода и угловой размер  $m$ -го криволинейного участка.

Соотношения (11)–(14) позволяют определить ДН произвольной системы волноводов, расположенной на различных гранях тела.

С целью проверки предлагаемого метода были рассчитаны ДН одиночного волновода с раскрывом  $0,75\lambda$  на круглых цилиндрах радиусами  $1,273\lambda, 1,91\lambda, 3,82\lambda$  и  $5,73\lambda$  и одиночных волноводов с раскрывами  $0,42\lambda, 0,62\lambda, 1,0\lambda$  и  $2,23\lambda$  на большой стороне прямоугольного цилиндра  $29,54\lambda \times 1,13\lambda$ . Различие результатов с приведенными в [8, 9] не превышало 0,1 дБ.

На рис. 2, 3 показаны ДН одиночного волновода с раскрывом  $0,6\lambda$ , соответствующие двум положениям на теле. Тело представляет собой совмещение прямоугольника  $4,4\lambda \times 8,6\lambda$  и полуокружности радиусом  $4,3\lambda$ . При проведении расчетов шаг дискретизации  $\Delta$  выбран равным  $0,1\lambda$ , число кусочно-постоянных функций  $F = 5, P = 5$ , распределение поля в волноводе для обеих поляризации определялось основной гармоникой. В 1-м случае волновод располагается на полуокружности на расстоянии  $0,5\lambda$  от точки  $A$  (точки сопряжения полуокружности и верхней грани прямоугольника), во 2-м на верхней грани на расстоянии  $0,5\lambda$  от точки  $A$ . Левая часть рисунка соответствует граничным условиям вида (4б), правая — вида (4а). Сравнение результатов, полученных на основе предлагаемого подхода и кусочно-постоянной аппроксимации, показывает их совпадение с графической точностью.

Таким образом, предлагаемый метод обеспечивает достаточную точность расчетов, а меньший объем вычислений — в данном случае на два порядка — делает целесообразным его применение в ряде прикладных задач теории антенн.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Уэйт Д. Р. Электромагнитное излучение из цилиндрических систем. М.: Сов. радио, 1983. 236 с.
2. Резников Г. Б. Антенны летательных аппаратов. М.: Сов. радио, 1967. 416 с.
3. Захарьев Л. Н., Леманский А. А., Щеглов К. С. Теория излучения поверхностных антенн. М.: Сов. радио, 1989, 232 с.
4. Айзенберг Г. З., Ямпольский В. Г., Терешин О. Н. Антенны УКВ. Т. 1./Под ред. Айзенберга. Г. З. М.: Связь, 1977. 384 с.
5. Галишникова Т. Н., Ильинский А. С. Численные методы в задачах дифракции. М.: Изд-во МГУ, 1987. 208 с.
6. Габриэлян Д. Д., Тарасенко О. М., Шацкий В. В. Использование представления краевых волн в сочетании с методом интегральных уравнений при решении задач дифракции на идеально проводящих телах сложной формы//РЭ. 1990. Т. 35. № 6. С. 1159—1163.
7. Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды. М.: Наука, 1981. 600 с.
8. Balanis C. A., Peters L. Radiation from  $TE_{10}$  mode slots on circular and elliptical cylinders//IEEE Trans. 1970. V. AP-18. № 5. P. 5400—5403.
9. Balanis C. A., Peters L. Equatorial plane pattern of an axial-TEM slot on a finite size ground plane//IEEE Trans. 1969. V. AP-17. № 5. P. 351—359.

Ростовское высшее военное  
командно-инженерное училище  
ракетных войск

Поступила в редакцию  
12.05.93

D. D. Gabriel'an, M. Yu. Zvezdina

#### SURFACE ARRAYS RADIATION AT A COMPLEX SHAPE BODY OF LARGE WAVE DIMENSION

A method for directivity calculation of a wave field excited by a conformal radiating array located on the surface of a body of complex form is proposed. The field in the wave zone is determined as an integral of two functions product. The first function corresponds to the excitation field within the

radiating array and the second one is the solution to the problem of plane wave diffraction by this body. The function describing the diffraction boundary problem solution is found out in the form of an expansion with respect to a set of reference functions with unknown expansion coefficients. The reference functions are determined from the solutions of boundary problems at model structures, i. e. an infinite wedge and a circular cylinder. Unknown expansion coefficients are determined from the condition of set up boundary conditions validity at the body surface. In order to do this, the solution to be found out represented in the form of the expansion with respect to suggested reference functions is substituted into an integral equation, to the solution to which the boundary problem is reduced. The solution to this equation by known numerical methods allows to determine the expansion coefficients. Examples of directivity patterns calculations for a radiating array located at bodies of various geometry are given.