

УДК 534.422

© 1993 г. А. Ф. Полянский, Л. И. Скурин

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ЧАСТОТЫ ЗВУКА,
ГЕНЕРИРУЕМОГО ВИХРЕВОЙ КАМЕРОЙ

Предполагается, что автоколебательные режимы течения внутри вихревых камер представляют собой периодический процесс перехода между двумя известными типами решения. Приводится полученная расчетом зависимость характерного времени перехода от турбулентного числа Рейнольдса и предлагается формула для расчета частоты такого процесса. Расчетные данные неплохо согласуются с полученными ранее опытными данными как для различных значений степени закрутки потока, так и для различных (дозвуковых) значений перепадов давления.

В ряде публикаций, и в частности в книге [1], отмечается, что для поля течения внутри вихревой камеры характерны пульсации параметров и что вихревые камеры генерируют звук. В работах [2, 3] исследуются экспериментально вихревые генераторы звука, представляющие собой по существу вихревую камеру с примыкающей к ней трубой. В работах [2—5] строится качественная картина течения внутри вихревой трубы. В основе ее лежат экспериментальные наблюдения за полем течения внутри вихревой трубы и в струе, истекающей из нее, свидетельствующие о трехмерном нестационарном характере течения, характеризующем авторами как прецессия вихревого ядра потока относительно оси симметрии трубы.

В работах [1, 6] строится модель поля течения в вихревой камере, основанная на автомоделном решении стационарной задачи о поле течения во вращающейся круглой пористой трубе. Указано на то, что эта задача имеет два решения, соответствующих одним и тем же граничным условиям. Решению первого типа соответствует поле осевой составляющей вектора скорости, имеющей направление лишь в сторону выхода из трубы (положительное направление). В решении второго типа осевая составляющая имеет отрицательное направление вблизи оси симметрии потока. Указано также, что экспериментальные наблюдения подтверждают наличие обоих режимов течения, а также свидетельствуют о возможности перехода от одного режима к другому при наличии возмущений.

Естественно предположить, что автоколебательные режимы течения внутри вихревых камер и связанная с ними генерация звука представляют собой периодический процесс перехода от одного типа решения к другому и обратно под воздействием каких-либо возмущений. (Эти автоколебания могут в принципе инициировать вниз по потоку и трехмерные автоколебательные режимы, о которых упомянуто выше.) Цель настоящей работы — проверка указанного предположения с помощью расчетного исследования характерного времени такого перехода и сопоставления расчетных данных с имеющимися в литературе опытными данными по частотам вихревых генераторов звука.

Процесс перехода от одного типа решения к другому будем описывать нестационарной системой уравнений Навье — Стокса для несжимаемой жидкости с учетом закрутки потока, записанной в цилиндрической системе координат z, r, φ для случая, когда поле течения не зависит от окружной координаты φ . Такая система содержит уравнение неразрывности и три уравнения, выражающие баланс проекции вектора количества движения на соответствующие координатные

направления. Этой системой определяются поля осевой v_z , радиальной v_r и окружной v_φ составляющих вектора скорости и давление P . Будем считать, что, как и в [1, 6], v_r и v_φ не зависят от z и что $v_z = zw(r, t)$, $\partial P / \partial t = -4\alpha^2 z$, $\alpha = \alpha(t)$.

Будем рассматривать безразмерные переменные — составляющие скорости отнесены к модулю радиальной составляющей \bar{v}_* вектора скорости на стенке проницаемой трубы радиуса \bar{a} , координаты отнесены к \bar{a} , давление — к $\bar{p} \bar{v}_*$, где \bar{p} — плотность жидкости, время — к \bar{a} / \bar{v}_* . Здесь и далее черта означает размерную величину.

В указанных предположениях уравнение неразрывности и уравнение баланса осевой составляющей вектора количества движения образуют замкнутую систему уравнений относительно v_r и w вида

$$\frac{\partial r v_r}{\partial r} + r w = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + v_r \frac{\partial w}{\partial r} + w^2 = 4\alpha^2 + \frac{1}{\text{Re } r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right).$$

Здесь $\text{Re} = \bar{v}_* \bar{a} / \nu_r$, где ν_r — коэффициент турбулентной вязкости, который считается не зависящим от координат, но зависящим от закрутки потока [6].

Как и в [6], для искоемых функций ставятся граничные условия вида

$$r = 0, \quad v_r = \partial w / \partial r = 0, \quad r = 1, \quad v_r = -1,$$

$$\partial w / \partial r = 0. \quad (2)$$

Наличие четырех условий на границах дает возможность определить из системы (1) и функцию $\alpha(t)$. В начальный момент времени $t = 0$ принималось: $w = w_n(r)$.

Численное исследование поставленной задачи проводилось на основе метода сеток с использованием неявной разностной схемы. Уравнения в частных производных (1) заменялись конечно-разностными аналогами с использованием центральных разностей для производных по r и односторонней разности для производной по t . В полученной таким образом системе нелинейных алгебраических уравнений для значений v_r и w в узловых точках на каждом временном слое производилась линеаризация по Ньютону. Система линейных уравнений решалась с использованием метода Хаусхолдера.

Функция w_n задавалась как возмущенное стационарное решение. Принималось $w_n = k w_i$, $i = 1, 2$, где $w_1(r)$ — решение первого типа, $w_2(r)$ — второго. Расчеты показали, что при $i = 2$ и $k > 1$ значения w начинают резко увеличиваться с ростом t . При $k < 1$ существует такое $k_*(\text{Re})$, что при $k > k_*$ возмущенное решение «возвращается» к решению второго типа, а при $k < k_*$ — сходится к решению первого типа. При $i = 1$, $k > 1$ решение сходится к решению первого типа. Заметим, что эти качественные результаты получены ранее в работе [7], посвященной исследованию устойчивости стационарных решений (соответствующих, правда, несколько иным граничным условиям). Для нас представляют интерес количественные данные о временах перехода от одного типа решения к другому. К анализу таких данных мы сейчас и обратимся.

На рис. 1 приводится расчетное изменение во времени функции w на оси трубы. Расчетные данные получены при задании значений k , близких к k_* . Из данных рис. 1 видно, что время t перехода к решению первого типа $w_1(r) = 2$ существенно зависит от числа Re . Зависимость $t_*(\text{Re})$ изображена на рис. 2.

Конечно, характерное время перехода от одного режима к другому зависит, вообще говоря, как от значения «возмущающего» коэффициента k , так и от

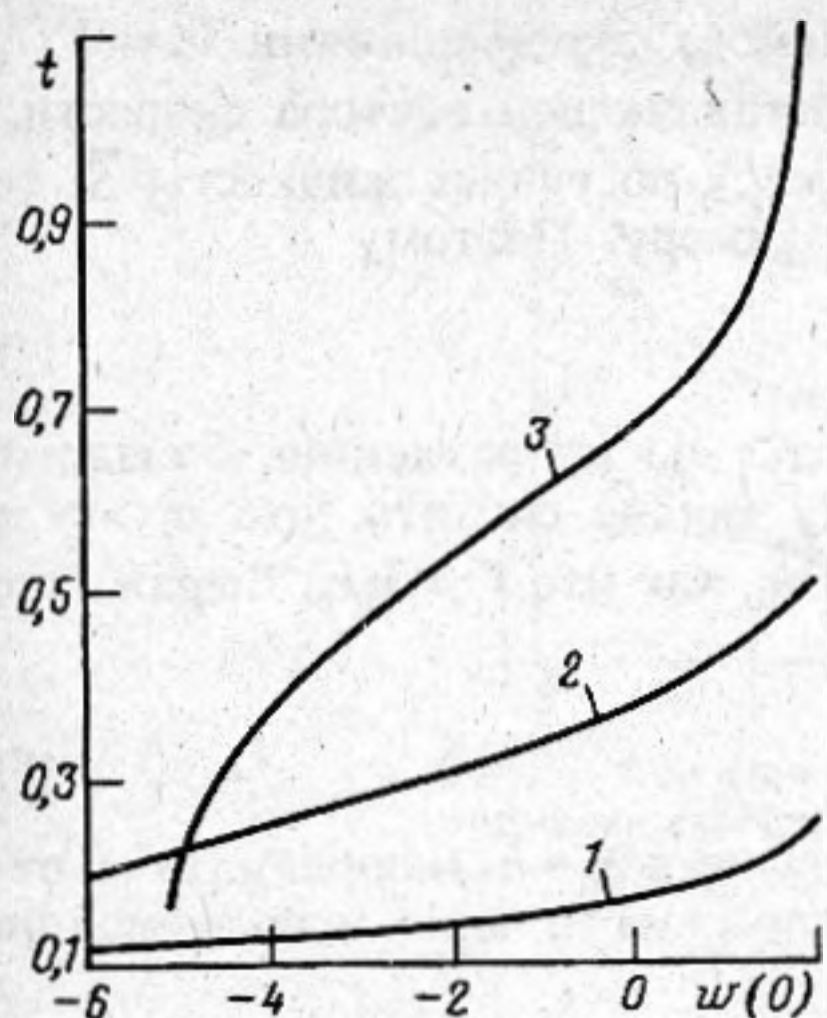


Рис. 1. Эволюция осевой составляющей вектора скорости. (1 — Re = 1; 2 — Re = 3; 3 — Re = 10)

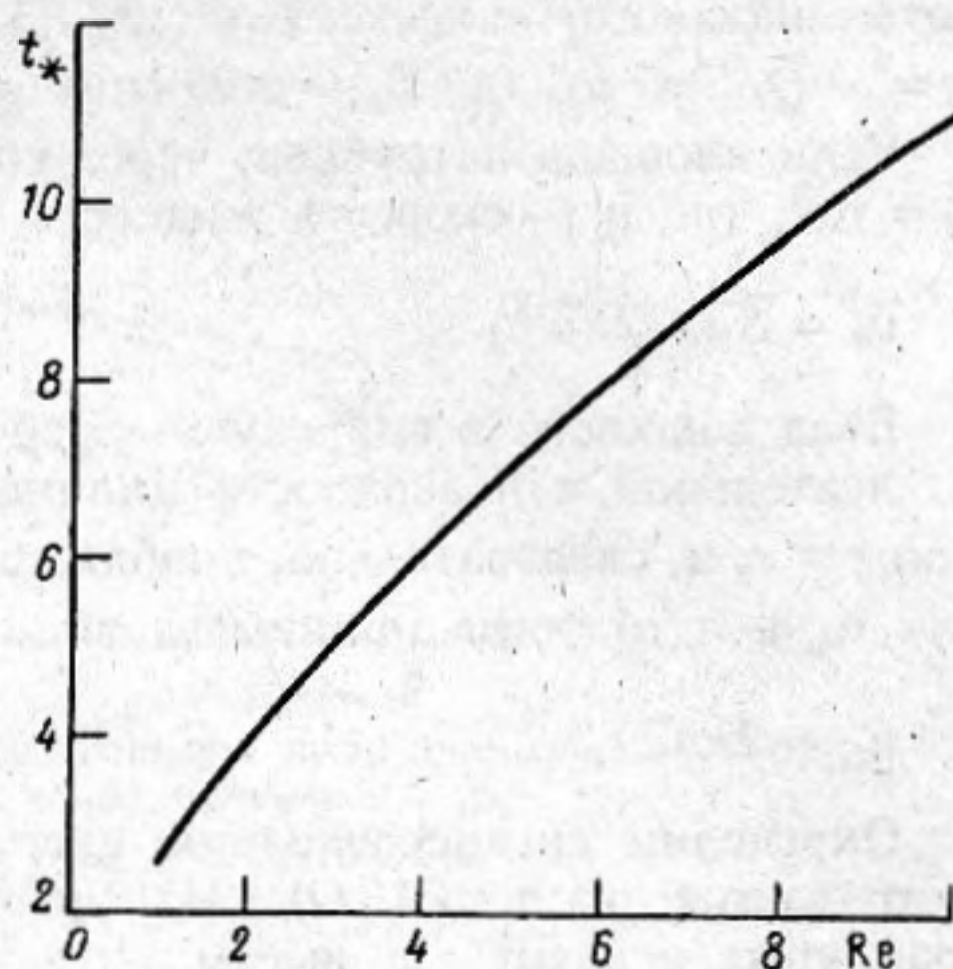


Рис. 2. Характерное время перехода

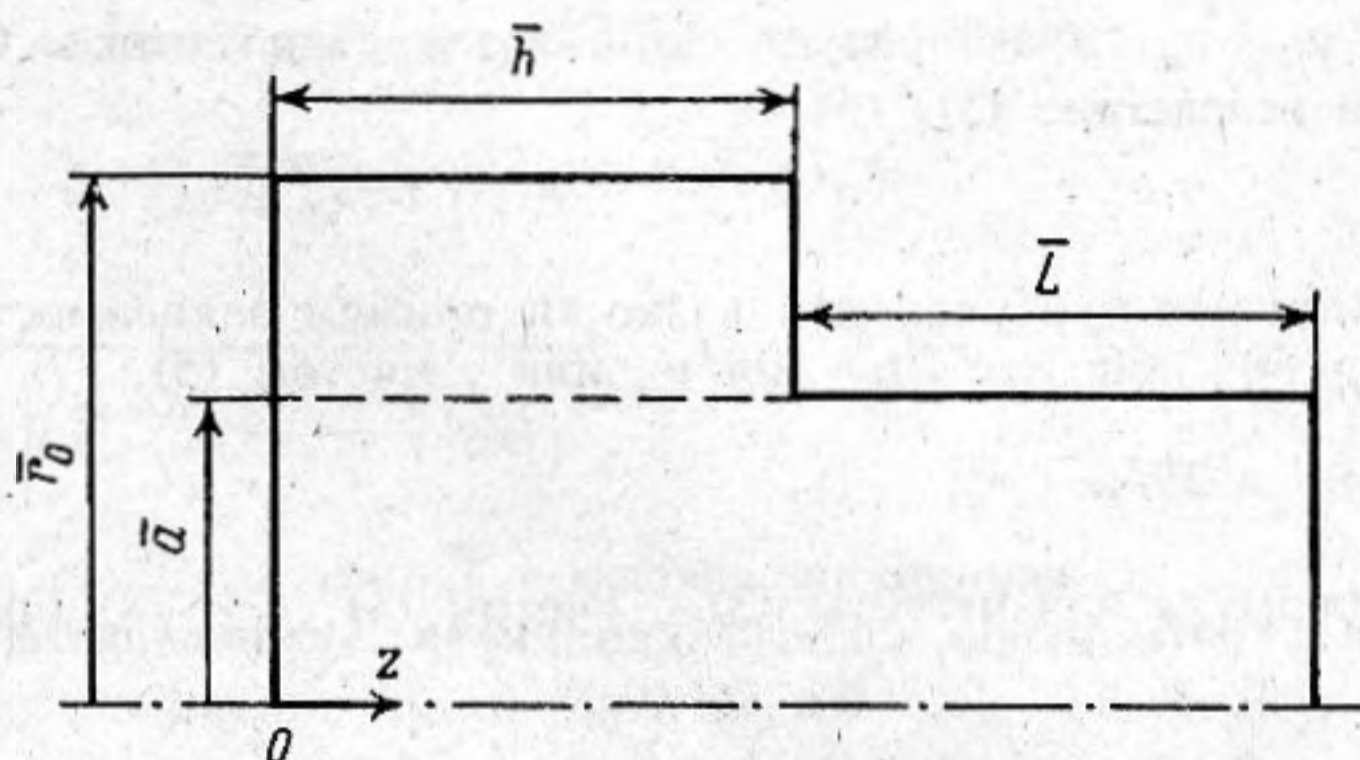


Рис. 3. Схема вихревого генератора звука

самого типа возмущения. Важно отметить, однако, что представленные ниже результаты сопоставления расчетных данных с экспериментальными свидетельствуют о том, что принятое в настоящей работе определение характерного времени дает результаты, согласующиеся с реальностью.

Естественно предположить, что частота колебаний потока в вихревой камере пропорциональна t_*^{-1} , т. е. для размерной частоты можно записать формулу

$$f = \frac{c}{t_* (Re)} \frac{\bar{v}_*}{\bar{a}}, \quad (3)$$

где c — коэффициент пропорциональности, который можно рассматривать как эмпирическую постоянную. Чтобы по этой формуле можно было проводить расчеты, свяжем Re и v_* с конструктивными параметрами вихревой камеры.

Вихревая камера (см. рис. 3) представляет собой цилиндр радиуса \bar{r}_0 и длины \bar{h} , заглушенный слева и имеющий отверстие радиуса \bar{a} справа, через боковую поверхность которого внутрь равномерно поступает жидкость с расходом \bar{Q} и циркуляцией Γ , так что во внешней области $\bar{r}_0 > \bar{r} > \bar{a}$ имеет место течение типа

потенциального вихревого стока [1], определяемого соотношениями $\bar{v}_\varphi = \bar{\Gamma}/r$, $\bar{v}_r = -\bar{Q}/(2\pi r h)$, где \bar{v}_φ — значение окружной составляющей вектора скорости.

Если площадь патрубков, через которые в камеру поступает жидкость, \bar{S} , то $\bar{Q} = \bar{v}_0 \bar{S}$, где \bar{v}_0 — скорость жидкости на входе в камеру. Поэтому

$$\bar{v}_* = \bar{S} \bar{v}_0 / (2\pi \bar{a} h). \quad (4)$$

Ввод жидкости в вихревую камеру производится по направлению, близкому к касательной к поверхности цилиндра. Поэтому можно считать, что $v_\varphi^2 \gg v_r^2$ при $r = r_0$ и, следовательно, приближенно $v_\varphi(r_0) = v_0$, так что $\Gamma = v_0 r_0$. Выражение для $v_{\varphi a} \equiv v_\varphi(a)$ тогда принимает вид

$$v_{\varphi a} = 2h\pi \bar{a} \bar{r}_0 / \bar{S}. \quad (5)$$

Определим среднерасходную скорость v_{zc} в сечении $z = h$ (координата z отсчитывается от точки O). Из уравнения неразрывности при использовании граничных условий (2) имеем:

$$v_{zc} = 2 \int_0^1 v_z r dr = 2h. \quad (6)$$

Отношение $v_{\varphi a}$ к v_{zc} характеризует степень закрутки потока. Обозначив его через B , имеем вследствие (5), (6)

$$B = \pi \bar{a} \bar{r}_0 / \bar{S}. \quad (7)$$

Для коэффициента турбулентной вязкости примем зависимость, найденную в [6]: $\bar{\nu}_t = \bar{a}^2 \bar{v}_{\varphi a} / 50h$, так что $Re = 50h / v_{\varphi a}$ или с учетом (5), (7)

$$v_{\varphi a} = 2hB, \quad Re = 25/B. \quad (8)$$

Расчетная формула для частоты (3) с учетом (4), (7), (8) принимает вид

$$\bar{f} = \frac{c}{2Bt_* (B)} \frac{r_0}{h} \frac{\bar{v}_0}{\bar{a}}. \quad (9)$$

Теоретическое определение скорости v_0 предполагает совместный расчет течения в патрубках, подводящих жидкость к камере, с течением внутри самой вихревой камеры. Поскольку условия в сечении выхода из камеры строго поставить нельзя, правая граница расчетной области должна находиться в невозмущенной среде. Решение такой задачи представляет самостоятельную проблему вычислительной гидромеханики и до сих пор не получено. В связи с этим для апробации формулы (9) воспользуемся экспериментальными данными работы [3], где исследованы характеристики вихревого генератора звука, работающего на воздухе. Генератор можно рассматривать как камеру с $\bar{r}_0 = 0,01$ м с трубой того же радиуса $\bar{a} = \bar{r}_0$. Тангенциальная подача воздуха осуществлялась через патрубки радиуса $r_s = 0,003$ м. Отметим сразу, что, согласно опытным данным, частота весьма слабо зависит от длины трубы L . Так, при изменении L от пяти до двух частота изменилась лишь на 2% [3]. В [3] приведены данные для трех значений степени закрутки: $B = 2,8; 5,6; 11,2$ (что соответствует параметру закрутки A , подсчитанному по определению работы [3], несколько отличающемуся от (7), $A = 2; 4; 8$) и для различных перепадов давления относительно атмосферного, определяющих расход. Поскольку нами в расчетах t_* использовалась система уравнений для несжимаемой жидкости, ограничимся сопоставлением данных, относящихся лишь к дозвуковым перепадам давления.

Для расчета скорости v_0 на входе в камеру воспользуемся соотношениями

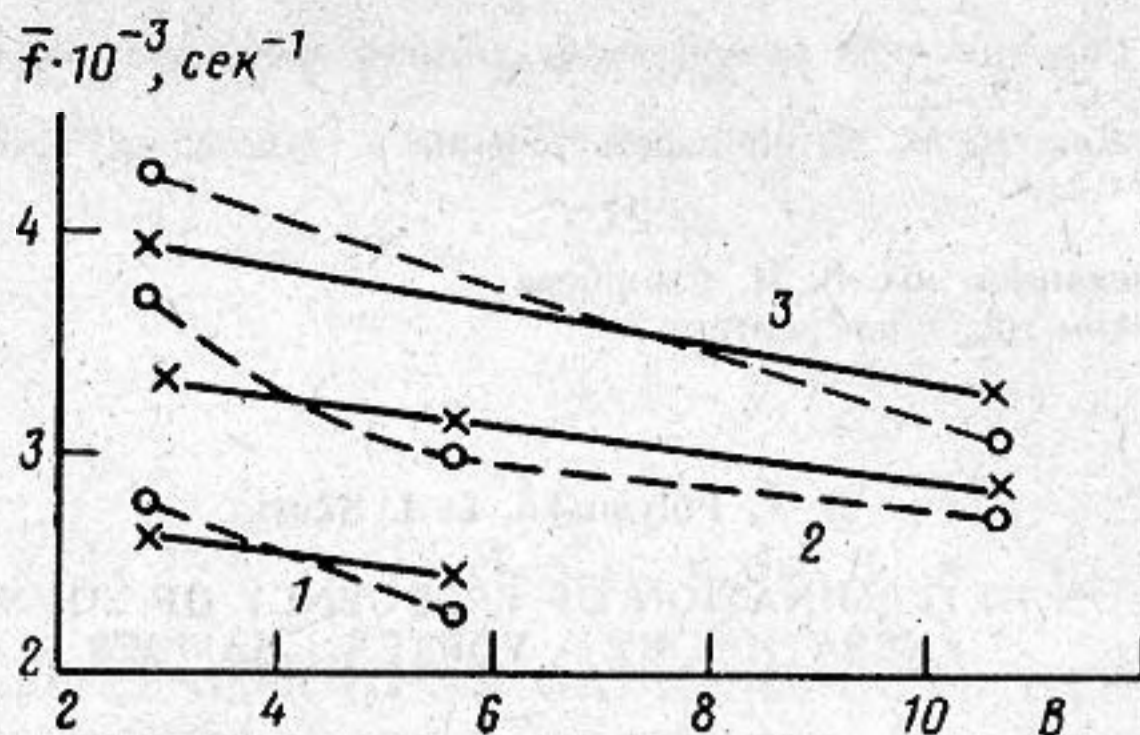


Рис. 4. Сопоставление расчетных данных с экспериментальными (крестик — эксперимент [3], кружочки — расчет по формуле (9)): 1 — $\Delta P = 0,24 \cdot 10^5$; 2 — $\Delta P = 0,49 \cdot 10^5$, 3 — $0,74 \cdot 10^5$ Н/м²

одномерного изоэнтропического стационарного потока газа в предположении о том, что он истекает из резервуара, давление P_T и температура T_T в котором заданы (в расчетах принято $T_T = 290$ К).

Если \bar{G} — массовый расход газа, то

$$\bar{p}_0 \bar{v}_0 = \bar{G}/\bar{S} = \bar{P}_T \sqrt{\kappa/\bar{R} T_T} M \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2\right)^{\frac{\kappa+1}{2(1-\kappa)}}, \quad (10)$$

$$\bar{v}_0 = M \sqrt{\kappa \bar{R} T_T \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2\right)^{-1}},$$

где κ — показатель адиабаты, \bar{R} — газовая постоянная.

Для заданного давления \bar{P}_T величина \bar{G} бралась по данным [3], из соотношения (10) вычислялось значение числа Маха M , из (11) — \bar{v}_0 , а из (9), где в соответствии с указанной геометрией генератора принималось $r_0 = 1$, $h = 2\bar{r}_B/\bar{a} = 0,6$, вычислялась частота \bar{f} . Расчетные значения \bar{f} получены при значении $c = 1$. На рис. 4 эти значения сопоставляются с опытными данными.

Видно, что имеет место неплохое соответствие между расчетными и опытными данными по зависимости частоты как от перепада давления, так и от степени закрутки потока.

То обстоятельство, что коэффициент c можно считать не зависящим от параметров задачи, позволяет сделать вывод о том, что частоты колебаний потока, который, судя по упомянутым в начале статьи опытными данным, является трехмерным в трубе и в струе, «заложены» в двумерных уравнениях: Формулу (9) можно использовать для оценки частоты вихревого генератора, вид которого схематически изображен на рис. 3, если известен расход через генератор газа или жидкости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гольдштик М. А. Вихревые потоки. Новосибирск: Наука, 1981. С. 366.
2. Vonnegut V. A. Vortex Whistle//J. Acoust. Soc. Amer. 1954. V. 26. № 1. P. 18—20.
3. Кныш Ю. А., Лукачев С. В. Экспериментальное исследование вихревого генератора звука//Акуст. журн. 1977. Т. 33. Вып. 5. С. 776—782.
4. Балухев Е. Д., Троянкин Ю. В. Исследование аэродинамической структуры газового потока в циклонной камере//Теплоэнергетика. 1967. № 1. С. 63—64.
5. Кныш Ю. А. О влиянии автоколебаний на гидравлическое сопротивление вихревой трубки//Инж.-физ. журн. 1979. Т. 37. № 1. С. 59—64.

6. Гольдштик М. А. Вариационная модель турбулентного вращающегося потока//Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 3. С. 22—32.

7. Гольдштик М. А., Ериш П. М. Устойчивость течения в трубе со вдувом//Изв. АН СССР. МЖГ. 1989. № 1. С. 63—71.

ИИИ математики и механики им. В. И. Смирнова
при Санкт-Петербургском гос. университете

Поступила в редакцию
04.03.93

A. F. Polyanskii, L. I. Skurin

ON DETERMINATION OF FREQUENCY OF SOUND
GENERATION BY A VORTEX CHAMBER

It is assumed that autovibrational regimes of flow inside a vortex chamber represent a periodical process of transition between two known types of solution. A calculated dependence of the characteristic transition time on the turbulent Reynolds number is given and a formula for the calculation of such process frequency is suggested. Calculated data are in good agreement with experimental results obtained earlier for both various values of flow whirl degree and various (subsonic) values of differential pressure.