

УДК 534.22

## ВЫТЕКАЮЩИЕ ВОЛНЫ СТОУНЛИ НА ДВИЖУЩЕЙСЯ МЕЖФАЗНОЙ ГРАНИЦЕ

© 2001 г. Ю. В. Гуляев, Н. С. Шевяков\*

Институт радиотехники и электроники РАН  
103907 Москва, ул. Моховая 11

\*Институт радиотехники и электроники РАН, Ульяновское отделение

432011 Ульяновск, ул. Гончарова 48

E-mail: ufire@MV.ru

Поступила в редакцию 25.07.2000 г.

Обсуждается возможность существования вытекающей волны Стоунли на равномерно движущейся межфазной границе в виде скачка акустических параметров изотропной упругой среды. Показано, что движение межфазной границы оказывает неодинаковое ориентирующее действие на волновые нормали парциальных волн, образующих волну Стоунли, что обуславливает различные доплеровские сдвиги их частот в лабораторной системе отсчета.

Параметрическое преобразование поверхностных акустических волн (ПАВ) под влиянием поперечного движения удерживающих границ рассматривалось в [1, 2] для электрозвуковых волн на 180-градусных доменных стенках сегнетоэлектриков и на скачке поляризующего поля в материале с электрострикцией. Основным результатом явилось предсказание “флюгерного эффекта” – поворота вектора волновой нормали электрозвуковой волны в сторону движения границы на острый угол. Так, индуцируемая неколлинеарность (строже сказать, – некомпланарность) границы волнового вектора электрозвуковой волны не отражается на ее способности к граничной локализации и к стационарному (без затухания) распространению вдоль границы.

Обсудим теперь особенности локализации мод для ПАВ других типов и для других разновидностей движущихся границ в твердых телах. Способностью к высокоскоростному, самоподдерживающемуся (автоволновой режим) или вынужденному движению с числами Маха  $\beta < 10^{-1}$  ( $\beta = V/c$ ,  $V$  – скорость движения границы,  $c$  – характерная скорость звука в твердом теле) обладают, например, стенки упругих доменов при мартенситных или сегнетоэластических фазовых переходах [3], фронт взрывной кристаллизации аморфного материала [4], поверхность горения негазифицируемого твердого взрывчатого вещества [5].

В большинстве случаев допустимо абстрагироваться от деталей протекающего без изменения агрегатного состояния вещества межфазного перехода, а движение межфазной границы (МГ) полагать заданным и равномерным. Воспользуемся моделью геометрически тонкой (в масштабе длин волн) движущейся границы раздела изо-

тропных сред, на которой скачком меняются модули упругости и плотность материала. Например, для МГ в виде плоского фронта взрывной кристаллизации аморфного вещества [4], модули упругости и плотность аморфной фазы можно полагать ниже соответствующих значений для кристалла ввиду наличия у вещества в аморфном состоянии избыточного свободного объема и происходящего в результате кристаллизации увеличения средней силы межатомного взаимодействия.

Без специальных предположений относительно характера граничных условий на движущейся МГ<sup>1</sup> для выдвинутой модели бегущего скачка акустических параметров изотропной упругой среды альтернативой электрозвуковым волнам [1, 2] являются волны Стоунли [6]. В отличие от электрозвуковых волн и ПАВ Рэлея, они не принадлежат к разряду безусловно существующих волн и поэтому для них роль методов прямого экспериментального наблюдения неуклонно возрастает (см. [7, 8]).

Условимся, что МГ с координатой  $z_s = Vt$  ( $t$  – время) разделяет область  $z < z_s$ , занятую средой с плотностью  $\rho$  и коэффициентами Ламэ  $\lambda, \mu$ , от области  $z > z_s$ , где вещество характеризуется плотностью  $\rho_0$  и коэффициентами Ламэ  $\lambda_0, \mu_0$ . Галилеевская связь координат лабораторной системы отсчета  $xOyz$  с координатами системы покоя  $\tilde{x}O\tilde{y}\tilde{z}$  придает волновым уравнениям для скалярных

<sup>1</sup> Например, на стенке упругих доменов, как следствие дислокационного механизма возможных разрывов упругих связей, следует, видимо, отменить запрет на проскальзывание, а касательные напряжения заменить действием силы трения при проскальзывании.

$\varphi(z < z_s)$ ,  $\varphi_0(z > z_s)$  и векторных  $\psi(z < z_s)$ ,  $\psi_0(z > z_s)$  потенциалов вид

$$\left[ \left( \frac{\partial}{\partial \tilde{t}} - V \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \right)^2 - \begin{pmatrix} c_l^2 \\ c_{l_0}^2 \end{pmatrix} \tilde{\nabla}^2 \right] \begin{pmatrix} \varphi \\ \varphi_0 \end{pmatrix} = 0, \tag{1}$$

$$\left[ \left( \frac{\partial}{\partial \tilde{t}} - V \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \right)^2 - \begin{pmatrix} c_t^2 \\ c_{t_0}^2 \end{pmatrix} \tilde{\nabla}^2 \right] \begin{pmatrix} \psi \\ \psi_0 \end{pmatrix} = 0,$$

где  $\tilde{t}$  – время,  $\tilde{\nabla}^2 = \partial^2/\partial \tilde{x}^2 + \partial^2/\partial \tilde{z}^2$ ,  $c_l, c_{l_0}$  – скорости продольных, а  $c_t$  и  $c_{t_0}$  – скорости поперечных волн в областях  $z < z_s$  ( $\tilde{z} < 0$ ) и  $z > z_s$  ( $\tilde{z} > 0$ ) соответственно.

Для волн, распространяющихся вдоль МГ по направлению оси  $\tilde{x}$ , решение уравнений (1) имеет общий фазовый множитель  $\exp(i\phi)$ ,  $\phi = k\tilde{x} - \Omega\tilde{t}$ , где  $k$  – волновое число, а  $\Omega$  – частота волны Стоунли в системе покоя. Поэтому с учетом требования ограниченности потенциалов напишем

$$\begin{pmatrix} \varphi \\ \varphi_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F \\ F_0 \end{pmatrix} e^{i\phi} \begin{pmatrix} \exp(q_l \tilde{z}) \\ \exp(-q_{l_0} \tilde{z}) \end{pmatrix}, \tag{2}$$

$$\begin{pmatrix} \psi \\ \psi_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G \\ G_0 \end{pmatrix} e^{i\phi} \begin{pmatrix} \exp(q_t \tilde{z}) \\ \exp(-q_{t_0} \tilde{z}) \end{pmatrix}.$$

Характеристические коэффициенты  $q_l, q_{l_0}, q_t, q_{t_0}$  в (2) определяются формулой

$$q_s = (-1)^m i \frac{\beta_s}{1 - \beta_s^2} k_s + \frac{1}{1 - \beta_s^2} \sqrt{k^2(1 - \beta_s^2) - k_s^2}, \tag{3}$$

где  $k_s = \Omega/c_s$  – волновые числа, а  $\beta_s = V/c_s$  – числа Маха парциальных волн с индексом  $s$ , принимающим значения  $l, t, l_0, t_0$ . При этом  $m = 2$  для  $s = l, t$  и  $m = 1$ , если  $s = l_0, t_0$ .

Граничные условия непрерывности смещений и напряжений, выражаемых стандартным образом через потенциалы (см. [6]), не содержат временных производных и поэтому не претерпевают изменений при переходе из лабораторной системы отсчета в систему покоя. Подстановка в них выражений (2) приводит к системе однородных алгебраических уравнений, из требования разрешимости которой получаем дисперсионное соот-

ношение для волны Стоунли на движущейся границе в виде равенства нулю детерминанта  $\Delta_{ST}$ :

$$\Delta_{ST} = \frac{\mu}{\mu_0} (q_{l_0} q_{t_0} - k^2) \tilde{\Delta}_R + \frac{\mu_0}{\mu} (q_l q_t - k^2) \tilde{\Delta}_{R_0} + 2k^2 [k_{l_0}^2 + 2(q_{l_0} q_{t_0} - k^2)] [k_t^2 + 2(q_l q_t - k^2)] + k_{l_0}^2 k_t^2 (q_{l_0} q_{t_0} + q_l q_t) - \mathcal{D}(k, V) \equiv 0. \tag{4}$$

Величины  $\tilde{\Delta}_R$  и  $\tilde{\Delta}_{R_0}$  в (4) представляют собой рэлеевские определители, модифицированные движением МГ. Именно,

$$\begin{pmatrix} \tilde{\Delta}_R \\ \tilde{\Delta}_{R_0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta_R \\ \Delta_{R_0} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\lambda + 2\mu}{\mu} \Gamma_l \Gamma_t \\ \frac{\lambda_0 + 2\mu_0}{\mu_0} \Gamma_{l_0} \Gamma_{t_0} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \left[ 2k^2 \left( 1 - \frac{\mu_0}{\mu} \right) - k_t^2 \right] \left( \Gamma_t + \frac{\lambda + 2\mu}{\mu} \Gamma_l \right) \\ \left[ 2k^2 \left( 1 - \frac{\mu}{\mu_0} \right) - k_{l_0}^2 \right] \left( \Gamma_{t_0} + \frac{\lambda_0 + 2\mu_0}{\mu_0} \Gamma_{l_0} \right) \end{pmatrix}, \tag{5}$$

где  $\Delta_R = (2k^2 - k_t^2)^2 - 4k^2 q_l q_t$ ,  $\Delta_{R_0} = (2k^2 - k_{l_0}^2)^2 - 4k^2 q_{l_0} q_{t_0}$  – обычные детерминанты Рэля [6]. Функция  $\mathcal{D}(k, V)$  представляет аддитивную добавку к детерминанту Стоунли за счет движения МГ и определяется равенством

$$\frac{\mathcal{D}(k, V)}{k^2 + q_{l_0} q_t} = \left[ \frac{\lambda + 2\mu}{\mu} (k_{l_0}^2 - \Gamma_{l_0}) \Gamma_l + k_t^2 \Gamma_{t_0} \right] + \frac{k^2 + q_l q_{t_0}}{k^2 + q_{l_0} q_t} \left[ \frac{\lambda_0 + 2\mu_0}{\mu_0} (k_t^2 - \Gamma_t) \Gamma_{l_0} + k_{l_0}^2 \Gamma_t \right]. \tag{6}$$

В выражениях (5), (6)  $\Gamma_s = i\beta_s q_s (2k_s - i\beta_s q_s)$ .

Несмотря на громоздкий вид, выражения (2)–(6) ясно показывают, что в отсутствие движения МГ, когда все коэффициенты  $\beta_s$  и  $\Gamma_s$  равны нулю, построенное решение описывает классическую волну Стоунли. Действительно, в этом случае  $\tilde{\Delta}_{R, R_0} \rightarrow \Delta_{R, R_0}$ ,  $\mathcal{D}(k, V) \rightarrow 0$ , а  $\Delta_{ST}$  принимает вид стандартного детерминанта Стоунли [6] с положительно определенными характеристическими коэффициентами (3), которые приобретают смысл коэффициентов амплитудного спада парциальных волн (2). Из (2), (3) также следует, что под влиянием движения МГ парциальные волны, подобно электрозвуковой волне на движущейся 180-градусной доменной стенке сегнетоэлектрика [1, 2], получают поправки к волновым векторам, ориентированные в сторону движения границы. Они определяются мнимыми частями характеристических коэффициентов и выража-

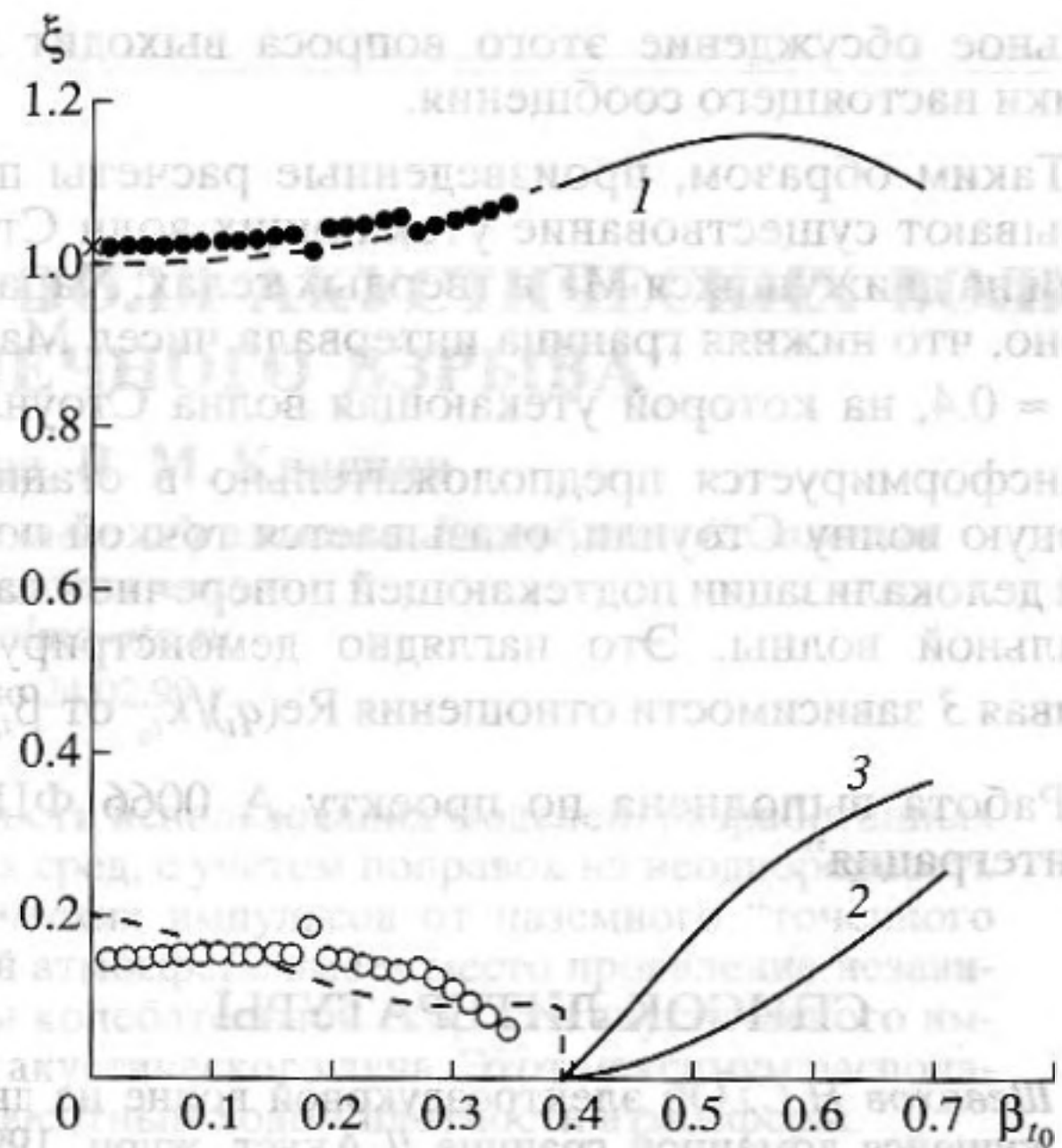
ют “флюгерный эффект” отклонения волновых нормалей парциальных волн от границы, т.е. линии пересечения сагиттальной плоскости  $xOz$  с плоскостью границы. Образующийся веер волновых векторов с общей проекцией на границу позволяет классифицировать волну Стоунли как неколлинеарную, в общем случае – многокомпонентную по пространственному спектру граничную волну.

С переходом в лабораторную систему отсчета, как следствие относительности спектрального представления в зависимости от позиции наблюдателя, моночастотность спектра волны Стоунли исчезает: спектральная линия  $\Omega$  подвергнется доплеровскому расщеплению на дуплеты  $\omega_{l,t} = \Omega/(1 - \beta_{l,t}^2)$ ,  $\omega_{i_0,t_0} = \Omega/(1 - \beta_{i_0,t_0}^2)$ . Присутствие этих дуплетов в частотном спектре регистрируемого сигнала и смена одного другим при пересечении МГ позиции приемника представляются решающими аргументами для идентификации волны Стоунли на движущейся МГ. Значение аналогичного рода доплеровских эффектов отмечалось в акустической голографии течений с источниками шума. Контрастирование последних существенно изменяется с переходом в систему координат, сопутствующую потоку [9].

Общая ориентация  $z$ -компонент волновых векторов всех парциальных волн (2) по направлению движения МГ позволяет рассматривать волну Стоунли как комбинацию подтекающих ( $\tilde{z} < 0$ ) и оттекающих ( $\tilde{z} > 0$ ) волн. При этом из-за разницы между волновыми векторами однотипных парциальных волн по разные стороны МГ следует, вообще говоря, ожидать дисбаланса средних по времени результирующих потоков энергии  $p_+, p_-$ , направленных к МГ ( $\tilde{z} < 0$ ) и от нее ( $\tilde{z} > 0$ ). Отсюда вытекает необходимость решения уравнения (4) в комплексной плоскости  $k = k' + ik''$ , когда задача численного счета сводится к стандартной процедуре поиска нуля-минимума  $|\Delta_{ST}|$ .

В зависимости от соотношения величин  $p_+, p_-$  возможны варианты:  $p_+ > p_-, k'' < 0$  – волна Стоунли усиливается за счет движения МГ и в целом представляет собой волну подтекающего типа;  $p_+ < p_-, k'' > 0$  – волна Стоунли ослабляется в результате отбора энергии МГ и в целом оказывается волной утечки;  $p_+ \equiv p_-, k'' \equiv 0$  – стационарная волна Стоунли, аналогичная в этом качестве электрзвучковой волне на движущейся 180-градусной доменной стенке [1, 2].

На рисунке зависимостями величин  $\xi' = k'/k_{t_0}$  (кривая 1) и  $\xi'' = k''/k_{t_0}$  (кривая 2) от  $\beta_{t_0}$  представлены результаты численного решения уравнения (4) методом покоординатного спуска в точку нуля-минимума  $|\Delta_{ST}|$  для параметров  $\rho/\rho_0 = 1.25$ ,  $E/E_0 = 1.001$ ,  $\sigma = 0.001$ ,  $\sigma_0 = 0.21$  ( $E, E_0$  – модули Юнга,



Картина параметрического преобразования спектра утекающей волны Стоунли на движущейся межфазной границе в изотропном твердом теле.

$\sigma, \sigma_0$  – коэффициенты Пуассона материала при  $\tilde{z} < 0, \tilde{z} > 0$ ), допускающих существование классической волны Стоунли на неподвижной границе (соответствующая точка  $\xi$  при  $k > 0$  помечена косым крестом). Правильность расчетов контролировалась проверкой условия  $\Delta_{ST} \approx 0$ , которое с достаточной точностью выполнялось при  $\beta_{t_0} > 0.4$ . При меньших значениях  $\beta_{t_0}$  во всех случаях выполнялось равенство  $\xi'' = 0$ , что указывает на существование в этой области стационарной волны Стоунли. Однако из-за заметного здесь неравенства  $\Delta_{ST} \neq 0$ , показываемого ходом зависимостей  $\Delta_{ST}$  от  $\beta_{t_0}$  (см. нижнюю штриховую кривую для расчета  $\xi$  методом покоординатного спуска или последовательность светлых точек для случая минимизации  $\Delta_{ST}$  как одномерной функции с использованием схемы золотого сечения), результат решения (см. верхнюю штриховую кривую, служащую продолжением кривой 1 на область малых  $\beta_{t_0}$ , или последовательность жирных точек, полученных минимизацией одномерной функции) нельзя признать удовлетворительным.

Правильный ход зависимости  $\xi' = \xi'(\beta_{t_0}), \xi'' = 0$  при  $\beta_{t_0} < 0.4$  можно достичь учетом дополнительного соотношения стационарности волны Стоунли  $p_+ = p_-$ , выступающего в роли типичного для оптимизационных задач [10] ограничительного условия, налагаемого на целевую функцию. Де-

тальное обсуждение этого вопроса выходит за рамки настоящего сообщения.

Таким образом, произведенные расчеты показывают существование утекающих волн Стоунли на движущихся МГ в твердых телах. Характерно, что нижняя граница интервала чисел Маха  $\beta_{t_0} \approx 0.4$ , на которой утекающая волна Стоунли трансформируется предположительно в стационарную волну Стоунли, оказывается точкой полной делокализации подтекающей поперечной парциальной волны. Это наглядно демонстрирует кривая 3 зависимости отношения  $\text{Re}(q_t)/k_{t_0}$  от  $\beta_{t_0}$ .

Работа выполнена по проекту А 0066 ФЦП "Интеграция".

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шевяхов Н.С. Об электрорезонансной волне на движущейся доменной границе // Акуст. журн. 1999. Т. 45. № 4. С. 570–571.
2. Гуляев Ю.В., Ельмешкин О.Ю., Шевяхов Н.С. Электрорезонансные поверхностные волны на движущихся границах // РЭ. 2000. Т. 45. № 3. С. 351–356.

3. Бойко В.С., Косевич А.М., Фельдман Э.П. Дислокационное описание стенки упругих доменов // ФТТ. 1987. Т. 29. № 1. С. 170–177.
4. Шкловский В.А., Кузьменко В.М. Взрывная кристаллизация аморфных веществ // УФН. 1989. Т. 157. № 2. С. 311–338.
5. Зельдович Я.Б., Баренблатт Г.И., Либрович В.Б., Михлиладзе Г.М. Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука, 1980. 318 с.
6. Бирюков С.В., Гуляев Ю.В., Крылов В.В., Плещинский В.П. Поверхностные акустические волны в неоднородных средах. М.: Наука, 1991. 415 с.
7. Mattei Ch., Jia X., Qentin G. Direct experimental investigations of acoustic modes guided by a solid-solid interface using optical interferometry // Journ. Acoust. Soc. Amer. 1997. V. 102. № 3. P. 1532–1539.
8. Potel C., Devolder S., Ur Rehmann A., de Belleval J.F., Cherbezza J.M., Leroy O., Wevers M. Experimental verification of the theory of multilayered Rayleigh waves // Journ. Appl. Phys. 1999. V. 86. № 2. P. 1128–1135.
9. Soon-Hong Park, Yang-Hann Kim. Effects of the speed of moving noise source on the sound visualization by means of moving frame acoustic holography // J. Acoust. Soc. Amer. 2000. V. 108. № 6. P. 2719–2728.
10. Гулл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. М.: Мир, 1985. 509 с.

## Leaky Stoneley Waves at a Moving Interphase Boundary

Yu. V. Gulyaev and N. S. Shevyakhov

The parametric transformation of surface acoustic waves (SAWs) under the effect of a transverse motion of guiding boundaries was considered in earlier publications [1, 2] for the case of electroacoustic waves guided by  $180^\circ$  domain walls in ferroelectrics and by a step of the polarizing field in electrostrictive materials. The main result of these studies was the prediction of the "weathercock effect", that is, an acute-angle turn of the wave-front normal vector of an electroacoustic wave towards the direction of the boundary motion. The thus induced noncollinearity (more precisely, noncoplanarity) of the wave vector of an electroacoustic wave with the boundary does not affect the capability of this wave for an interfacial localization and a stationary (undamped) propagation along the boundary.