

УДК 534.26

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ДЛЯ ПЕРЕХОДНОГО АДМИТАНСА ПЛАСТИНЫ, КОЛЕБЛЮЩЕЙСЯ В СРЕДЕ

© 2001 г. М. Б. Коротяев, Д. П. Коузов

Санкт-Петербургский государственный морской технический университет
190008 Санкт-Петербург, ул. Лоцманская 3
E-mail: Kouzov@ipme.ru

Поступила в редакцию 02.11.2000 г.

Рассматриваются изгибные колебания пластины, находящейся в одностороннем контакте с идеальной сжимаемой жидкостью. Пластина возбуждается гармонической силой, равномерно распределенной вдоль некоторой прямой. Показано, что переходный адмитанс пластины как функция расстояния от линии приложения силы может быть представлен в виде суммы целой функции и целой функции, умноженной на логарифм. Описан способ нахождения степенных разложений этих функций и найдены их начальные члены. Для некоторых конкретных значений числовых параметров произведено сравнение приближений, даваемых полученными начальными членами и асимптотическим разложением на бесконечности с результатами численных расчетов. Как вспомогательная рассмотрена задача о колебаниях жидкости с импедансной нагрузкой на поверхности, для которой получены начальные члены степенных разложений целых функций, входящих в выражение для переходного адмитанса. Полученные разложения позволяют существенно повысить скорость вычисления адмитанса в окрестности точки приложения силы.

ВВЕДЕНИЕ

Вычисление входного и переходного адмитанса пластины, находящейся в одностороннем или двустороннем контакте с акустической средой и возбуждаемой распределенной вдоль прямой гармонической силой, было произведено вначале в связи с исследованием внешнего акустического поля однородной пластины [1–3]. В дальнейшем интерес к этим величинам был в основном вызван изучением внешнего акустического поля пластин, имеющих нарушения упругих свойств (в связи с наличием трещин, опор, ребер жесткости и т.п.) вдоль прямой или набора параллельных прямых [4–6]. Мы упомянули только первые работы, авторы которых использовали точные аналитические представления для входного и переходного адмитанса пластины, колеблющейся в среде. Полный список работ по второй тематике исключительно обширен, и основная масса публикаций приходится на семидесятые и восьмидесятые годы. Однако и в настоящее время эта тематика остается актуальной [7–12]. В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением случая одностороннего контакта пластины с жидкостью, причем будем учитывать лишь изгибные движения пластины, для описания которых привлечем уравнение Кирхгофа. Двусторонний контакт может быть рассмотрен аналогично, итоговые выражения отличаются от приводимых ниже лишь удвоением некоторых параметров. Заметим, что предлагаемая методика получения степенных разложений годится для достаточно широкого круга задач. В частности,

она применима для любых известных моделей колебания пластины, в том числе и учитывающих продольные движения.

Схема модели пояснена на рис. 1. Хорошо известно интегральное представление для скорости изгибных смещений пластины, которое может быть легко получено с помощью преобразования Фурье [13]:

$$v(x) = F_0 A(x),$$

где величина

$$A(x) = -\frac{i\omega}{2\pi B} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\gamma(\lambda) \exp(i\lambda x)}{(\lambda^4 - k_p^4)\gamma(\lambda) - \mu k_p^4} d\lambda, \quad (1)$$

представляет собой переходный адмитанс пластины, колеблющейся в среде. Здесь m – поверхностная плотность и B – изгибная жесткость пласти-

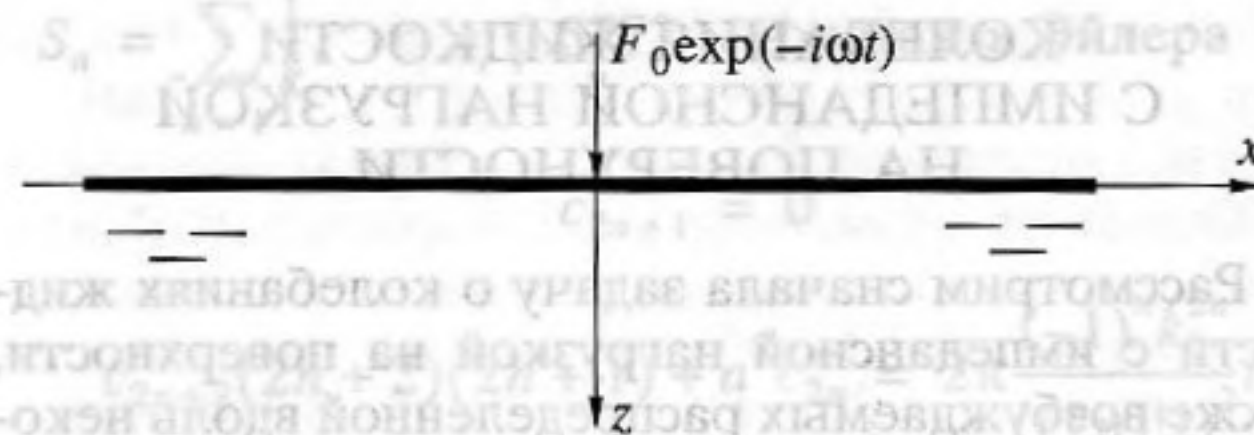


Рис. 1. Схема модели.

ны, $\mu = \rho/m$, ρ – плотность среды, $k_p = (m\omega^2/B)^{1/4}$, $\gamma(\lambda) = \sqrt{\lambda^2 - k_0^2}$, k_0 – акустическое волновое число. Радиал предполагается арифметическим при $\lambda > k_0$ и $\lambda < -k_0$, прочие значения радикала определяются с помощью аналитического продолжения по λ . Зависимость от времени, имеющая вид $\exp(-i\omega t)$, в дальнейшем будет опускаться. Интегрирование производится вдоль вещественной оси, при этом в соответствии с принципом предельного поглощения особые точки подынтегральной функции, лежащие на отрицательной части вещественной оси, обходятся сверху, а лежащие на положительной части – снизу. Показатель экспоненты в формуле (1) взят для удобства с другим знаком, чем в [13]. Благодаря четности функции $A(x)$ такая замена возможна.

Непосредственно из формулы (1) видно, что последовательное дифференцирование по x интеграла, стоящего в правой части, приводит к тому, что он становится расходящимся. Таким образом, степенное разложение переходного адмитанса в нуле традиционным путем построить не удастся, поэтому его аналитические свойства в окрестности нуля долгое время оставались неизвестными. По-видимому, наибольшее продвижение в исследовании аналитических свойств переходного адмитанса пластины как функции расстояния от линии приложения гармонической силы содержится в работе Крайтона [13], показавшего, что асимптотика этого адмитанса для малых расстояний от источника содержит степенные и логарифмические слагаемые. В этой работе была описана процедура нахождения начальных членов асимптотического ряда, основанная на методе факторизации. Однако численные значения были получены только для тех коэффициентов разложения, которые могут быть найдены элементарным путем (см. дискуссию [14, 15]). Ниже показывается, что ряды, приведенные Крайтоном, – не только асимптотические. Они сходятся для любых значений аргумента, так что переходный адмитанс пластины, рассматриваемый как функция расстояния от линии приложения возмущающей силы, есть сумма целой функции и целой функции, умноженной на логарифм.

КОЛЕБАНИЯ ЖИДКОСТИ С ИМПЕДАНСНОЙ НАГРУЗКОЙ НА ПОВЕРХНОСТИ

Рассмотрим сначала задачу о колебаниях жидкости с импедансной нагрузкой на поверхности, также возбуждаемых распределенной вдоль некоторой прямой гармонической по времени силой. Предположим, что на жидкость действует сила с

линейной плотностью F_0 , распределенная вдоль оси Oz . Тогда переходный адмитанс имеет вид

$$A_0(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\gamma(\lambda) \exp(i\lambda x)}{\gamma(\lambda) - \alpha} d\lambda, \quad \alpha \in C. \quad (2)$$

В случае, когда импеданс порождается распределенной массовой нагрузкой на поверхности плотности μ , рассмотренном в [13], $\alpha = -\mu$. В параграфе 3 будет показано, что изучение свойств переходного адмитанса пластины может быть сведено к исследованию таких интегралов. В дальнейшем будем рассматривать только положительные значения координаты x , так как в силу симметрии рассматриваемой задачи $A_0(x) = A_0(|x|)$.

Как и в [13], представим интеграл (2) в виде суммы трех слагаемых:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(i\lambda x) d\lambda + \alpha^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(i\lambda x)}{\lambda^2 - (k_0^2 + \alpha^2)} d\lambda + \alpha \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\gamma(\lambda) \exp(i\lambda x)}{\lambda^2 - (k_0^2 + \alpha^2)} d\lambda = I_1 + I_2 + I_3, \quad (3)$$

где

$$I_1 = 2\pi\delta(x)$$

$$I_2 = i\pi\alpha^2 \frac{\exp(iax)}{a}$$

Здесь a – то значение $\sqrt{k_0^2 + \alpha^2}$, которое принадлежит множеству C_+ точек комплексной плоскости C , определяемому как объединение верхней полуплоскости $\text{Im}\lambda > 0$ и положительной части вещественной оси.

Для I_3 в формуле (3) имеем:

$$I_3 = \alpha \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\gamma(\lambda) \exp(i\lambda x)}{\lambda^2 - a^2} d\lambda = \alpha \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(i\lambda x)}{\gamma(\lambda)} d\lambda + \alpha^3 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(i\lambda x)}{(\lambda^2 - a^2)\gamma(\lambda)} d\lambda = i\alpha\pi H_0^{(1)}(k_0 x) + \alpha^3 i\pi \frac{\exp(iax)}{a\sqrt{\alpha^2}} + 2\alpha^3 u(x), \quad \alpha \in C, \quad \text{Re}\sqrt{\alpha^2} > 0,$$

где

$$u(x) = \int_{k_0}^{k_0 + i\infty} \frac{\exp(i\lambda x)}{(\lambda^2 - a^2)\gamma(\lambda)} d\lambda. \quad (4)$$

Так же, как и интеграл, стоящий в правой части формулы (1), $u(x)$ не имеет степенного разложения в окрестности нуля, так как после двукрат-

ного дифференцирования интеграл в правой части (4) становится расходящимся.

Для того чтобы исследовать поведение функции $u(x)$ более детально, рассмотрим ее аналитическое продолжение на комплексную полуплоскость $\text{Re} z > 0$.

Асимптотическое разложение полученной функции для больших значений аргумента может быть получено с помощью леммы Ватсона. Первые три члена этого разложения имеют следующий вид:

$$u(z) = \frac{\exp\left(i\frac{5i}{4}\right)\sqrt{\pi} \exp(ik_0 z)}{2a\sqrt{2k_0} \sqrt{z}} \times \left\{ -\frac{2ai}{\alpha^2} + \frac{(8k_0^2 - \alpha^2)a}{4k_0\alpha^4 z} + \frac{3ai}{64k_0^2\alpha^6} (128k_0^4 + 16k_0^2\alpha^2 + 3\alpha^4) \frac{1}{z^2} + O\left(\frac{1}{z^3}\right) \right\}. \quad (5)$$

Для того чтобы определить поведение $u(z)$ в ближней зоне, рассмотрим, как она изменяется при обходе точки $z = 0$ по замкнутому контуру: при изменении $\arg z$ от 0 до 2π направление наискорейшего убывания подынтегральной функции в выражении для $u(z)$ изменяется соответственно от $\pi/2$ до $-3\pi/2$. Этот вопрос рассмотрен в [16], его более подробному изучению посвящена работа [17]. В результате имеем:

$$u(z \exp(2\pi i)) = u(z) + u_0(z),$$

где

$$u_0(z) = \oint_L \frac{\exp(i\lambda z)}{(\lambda^2 - a^2)\gamma(\lambda)} d\lambda. \quad (6)$$

L – замкнутый контур, обходящий по часовой стрелке точки ветвления и оба полюса подынтегральной функции.

Таким образом,

$$u(z) = u_1(z) - \frac{i}{2\pi} u_0(z) \ln \frac{zk_0}{2}.$$

В этой формуле $u_1(z)$ – целая функция аргумента z , $u_0(z)$, определяемая формулой (6), так же, очевидно, целая функция z . Легко показать, что $u_0(0) = u_0'(0) = 0$.

Для функции $u(z)$ можно составить дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2 u}{dz^2} + a^2 u = -\frac{i\pi}{2} H_0^{(1)}(k_0 z). \quad (7)$$

Дополнив его двумя очевидными начальными условиями

$$\begin{cases} u(0) = \int_{k_0}^{k_0+i\infty} \frac{d\lambda}{(\lambda^2 - a^2)\gamma(\lambda)} \\ u(0) = \int_{k_0}^{k_0+i\infty} \frac{i\lambda d\lambda}{(\lambda^2 - a^2)\gamma(\lambda)}, \end{cases} \quad (8)$$

получим замкнутую задачу относительно функции $u(z)$.

Будем искать $u(z)$ с помощью метода неопределенных коэффициентов в виде

$$u(z) = \sum_{k=0}^{\infty} c'_k z^k - \frac{i}{2\pi} \sum_{k=2}^{\infty} c''_k z^k \ln \frac{zk_0}{2}, \quad (9)$$

где c'_k и c''_k – неизвестные коэффициенты, подлежащие определению. Подставив (9) в (7) и (8), получим для начальных членов разложения

$$c'_0 = -\frac{i\pi}{2a\sqrt{\alpha^2}} - \frac{\sinh^{-1}(\sqrt{\alpha^2}/k_0)}{a\sqrt{\alpha^2}},$$

$$c'_1 = \begin{cases} \frac{\pi}{2\sqrt{\alpha^2}}, & \alpha^2 \in C_+, \\ -\frac{\pi}{2\sqrt{\alpha^2}}, & \alpha^2 \notin C_+, \end{cases}$$

$$c'_2 = \frac{1}{2} \left(-\frac{i\pi}{2} + c - \frac{3}{2} - a^2 c'_0 \right),$$

$$c''_2 = i\pi, \quad c''_4 = -\frac{i\pi}{24} (k_0^2 + 2a^2).$$

Последующие члены могут быть найдены с помощью рекуррентных соотношений

$$c'_{2n+1} (2n+1) 2n + a^2 c'_{2n-1} = 0$$

$$c'_{2n+2} (2n+2) (2n+1) + a^2 c'_{2n} - \frac{i}{2\pi} c''_{2n+2} (4n+3) =$$

$$= \frac{(-1)^n k_0^{2n}}{((2n)!!)^2} \left[-\frac{i\pi}{2} + c - S_n \right], \quad (n = 1, 2, \dots)$$

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}, \quad c = 0.5772 - \text{константа Эйлера} \quad (10)$$

$$c''_{2n+1} = 0$$

$$c''_{2n+2} (2n+2) (2n+1) + a^2 c''_{2n} = 2\pi \frac{(-1)^n k_0^{2n}}{((2n)!!)^2} i, \quad (n = 1, 2, \dots)$$

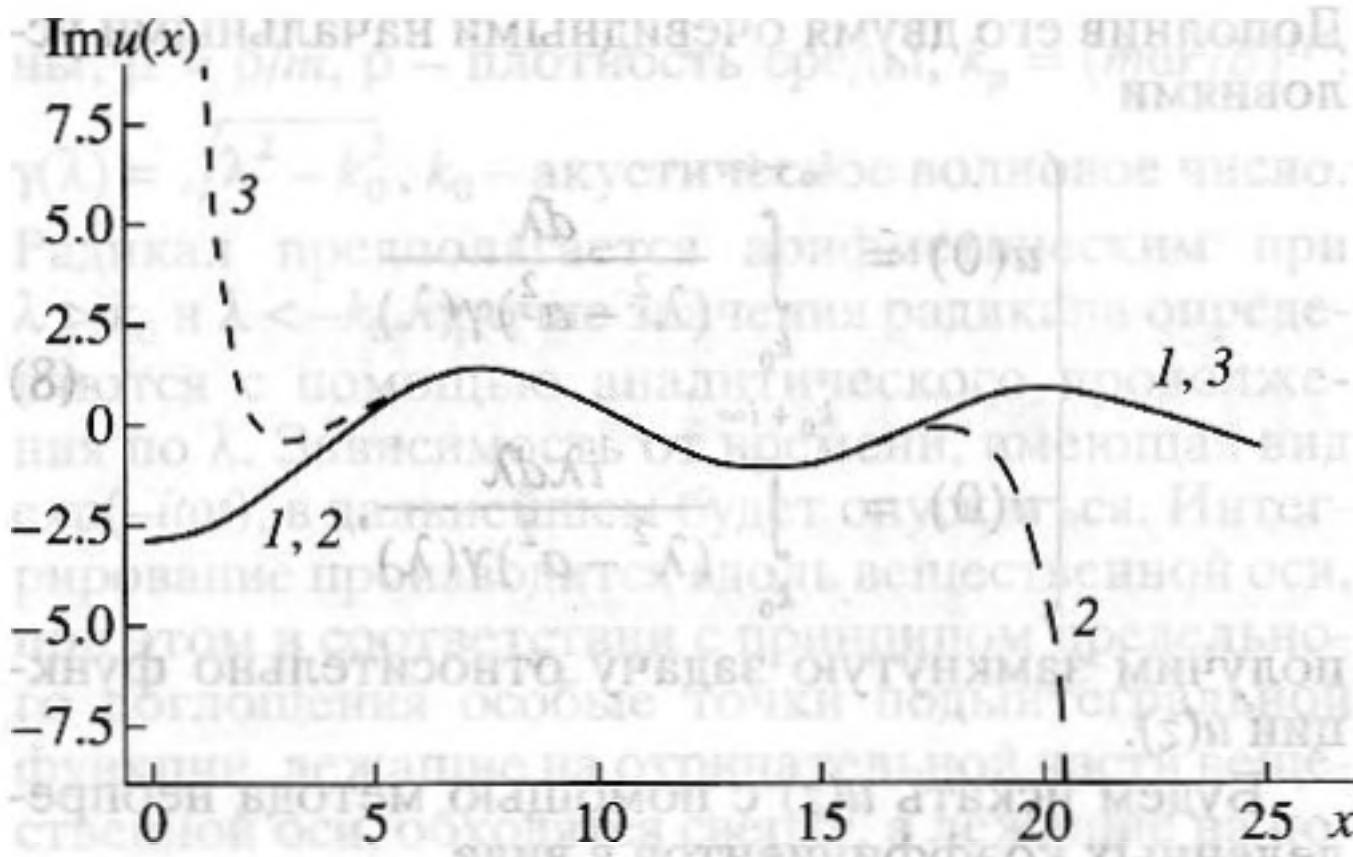


Рис. 2. График $\text{Im}u(x)$.

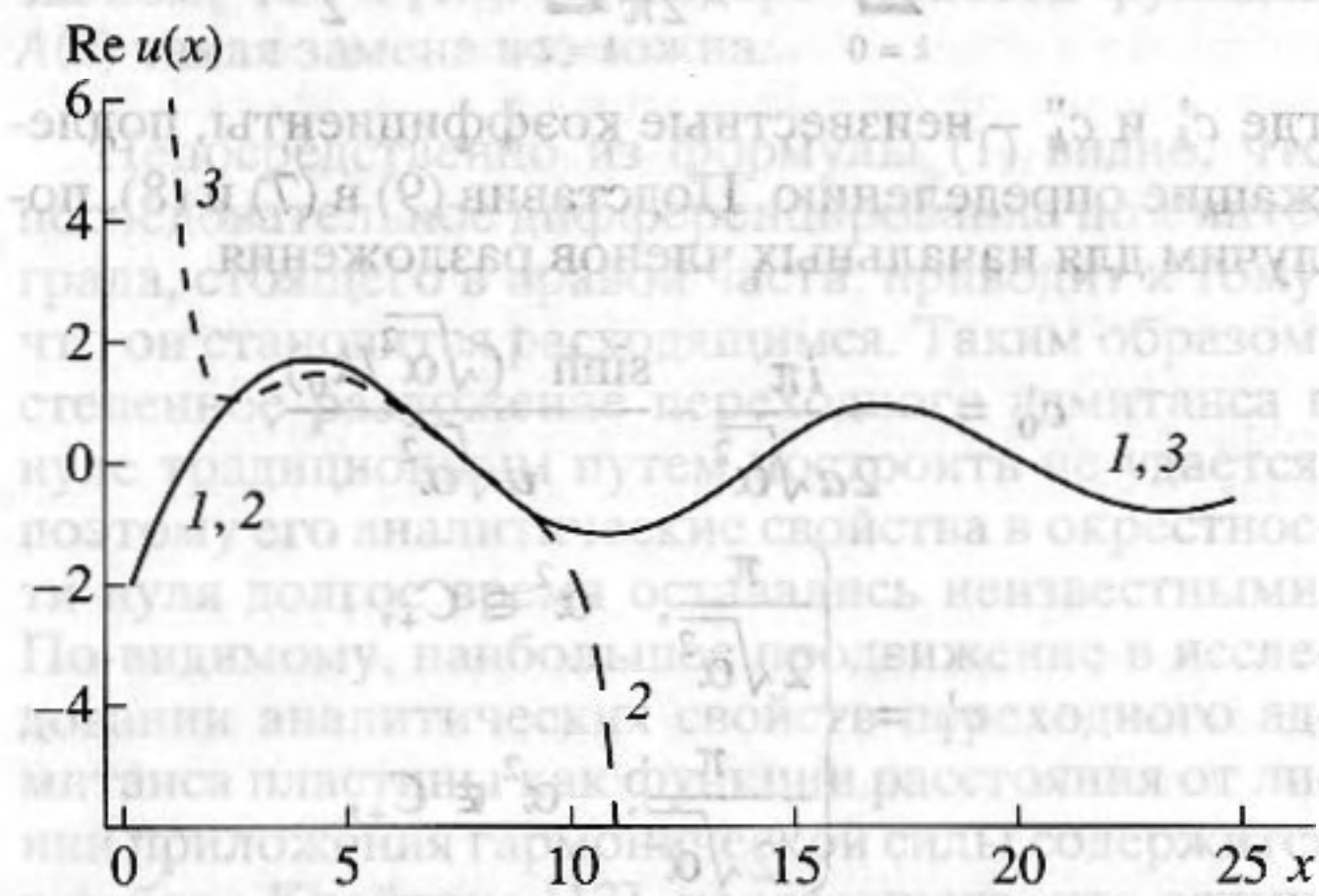


Рис. 3. График $\text{Re}u(x)$.

Коэффициенты c_{2n}'' могут быть также найдены прямо из формулы (6) взятием вычета подынтегральной функции на бесконечности:

$$u_0(z) = \oint_L \frac{\exp(i\lambda z)}{(\lambda^2 - a^2)\gamma(\lambda)} d\lambda = 2\pi i \text{Res}_{\lambda=\infty} \frac{\exp(i\lambda z)}{(\lambda^2 - a^2)\sqrt{\lambda^2 - k_0^2}} = 2\pi i \text{Res}_{\lambda=\infty} \frac{1}{\lambda^3} \left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(i\lambda z)^k}{k!} \right) \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{S_{2n}}{\lambda^{2n}} \right) =$$

$$= -2\pi i \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n S_{2n-2}}{(2n)!} z^{2n}.$$

Здесь

$$S_0 = 1, S_{2n} = a^{2n} + \sum_{l=1}^n \frac{(-1)^{l-1} a^{2(n-l)} (2l-1)!! k_0^{2l}}{l! 2^l}.$$

Возвращаясь к выражению (2), в соответствии с формулой (10), для $A_0(x)$ имеем:

$$A_0(x) = \frac{i}{2\pi m\omega} [2\pi\delta(x) - i\pi\mu H_0^{(1)}(k_0x) - 2\mu^3 u(x)] = \frac{i\delta(x)}{m\omega} - \frac{i}{m\omega} [A \ln x + B + Cx + Dx^2 + Ex^2 \ln x] + O(x^3),$$

где

$$A = -\mu/\pi, B = -\frac{\mu}{\pi} \left(\ln \frac{k_0}{2} + c \right) + \frac{i\mu}{2} - \frac{\mu^2 i}{2a} - \frac{\mu^2}{a\pi} \sinh^{-1} \frac{\mu}{k_0},$$

$$C = \mu^2/2, D = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\mu(2\mu^2 + k_0^2)}{2} \ln \frac{k_0}{2} + \frac{k_0^2 \mu}{4} (2(c-1) - i\pi) + \mu^3 \left(-\frac{i\pi}{2} + c - \frac{3}{2} - a^2 \left[\frac{i\pi}{2a\mu} + \frac{1}{2a\mu} \sinh^{-1}(\mu/k_0) \right] \right) \right],$$

$$E = \frac{\mu}{2\pi} \frac{2\mu^2 + k_0^2}{2}.$$

Первые три коэффициента были получены в [13] как коэффициенты асимптотического представления при $x \rightarrow 0$.

Как следует из проведенных рассуждений, переходный адмитанс в этом случае можно представить в виде комбинации функции Ханкеля и функции $u(x)$ (экспоненциальные слагаемые сокращаются). Приведенные на рис. 2 и 3 графики позволяют визуально оценить область пригодности полученного точного разложения функции $u(x)$, а также область, в которой оно переходит в асимптотическое при некоторых произвольно выбранных значениях импеданса ($m = 1500$) и частоты ($\omega = 500$) для колебаний, распространяющихся в воде. Здесь и далее цифрой 1 обозначается результат численного расчета с использованием интегрального представления, цифрой 2 — результат счета с помощью построенного ряда, цифрой 3 — результат счета с использованием асимптотического разложения. Данные табл. 1 и 2 демонстрируют достаточную точность приближения, даваемого первыми членами построенного разложения для тех же значений параметров. Несмотря на то, что скорость, с которой сходятся построенные разложения, быстро падает по мере удаления от нуля (при построении графиков и таблиц были использованы первые 40 членов), предлагаемые ряды представляются достаточно полезными. Во-первых, они позволяют полностью избежать трудоемких вычислений осцилли-

Таблица 1

Im $u(x)$	$x = 0.1$	$x = 1.0$	$x = 2.0$	$x = 5.0$	$x = 7.0$	$x = 10.0$	$x = 12.0$	$x = 20.0$	$x = 50.0$
1	-2.82547	-2.63424	-2.09152	0.41195	1.34888	0.50509	-0.60165	0.87032	-0.3496
2	-2.82547	-2.63424	-2.09152	0.41195	1.34888	0.50509	-0.60171	-3.52011	-1.3E+09
3	4519.57	14.0254	0.89774	0.51416	1.31221	0.47557	-0.60881	0.86953	-0.3497

Таблица 2

Re $u(x)$	$x = 0.1$	$x = 1.0$	$x = 2.0$	$x = 5.0$	$x = 7.0$	$x = 10.0$	$x = 12.0$	$x = 20.0$	$x = 50.0$
1	-1.75833	-0.2978	0.80858	1.58732	0.47096	-1.1126	-0.9498	0.148829	-0.44131
2	-1.75833	-0.2979	0.80856	1.58731	0.47052	-1.9149	-36.178	-1.4E+06	-2.2E+14
3	4237.597	7.75179	1.06703	1.37286	0.39003	-1.1062	-0.9342	0.145603	-0.44120

рующих интегралов, входящих в интегральное выражение (1). Во-вторых, даже небольшой начальный отрезок ряда дает хорошее приближение для адмитанса в непосредственной близости от линии возбуждения. В-третьих, они дают выигрыш в скорости вычислений в случае, когда требуется рассчитывать адмитанс в нескольких точках одной и той же пластины, поскольку коэффициенты разложений вычисляются только один раз, в то время как при использовании представления (1) приходится вычислять интегралы заново для каждой точки.

ПЕРЕХОДНЫЙ АДМИТАНС ПЛАСТИНЫ

Вернемся к рассмотрению колебаний пластины. Если представить знаменатель (1) как многочлен пятой степени от γ и разложить его на множители, то после разложения подынтегральной функции на простейшие дроби равенство (1) примет вид:

$$A(x) = -\frac{i\omega}{2\pi B} \sum_{n=1}^5 A_n \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\gamma(\lambda) \exp(-i\lambda x)}{\gamma(\lambda) - \alpha_n} d\lambda, \quad (11)$$

где

$$A_n = 1 / \prod_{j \neq n} (\alpha_n - \alpha_j),$$

α_n – корни знаменателя и подынтегрального выражения в (1).

Очевидно, интегралы в правой части формулы (11) – интегралы вида (2), следовательно, для них можно получить разложения, описанные в

параграфе 2. Тогда после формальных выкладок получим:

$$A(x) = -\frac{i\omega}{B} \delta(x) \sum_{n=1}^5 A_n + \frac{\omega}{2B} H_0^{(1)}(k_0 x) \sum_{n=1}^5 A_n \alpha_n + \frac{\omega}{B} \sum_{\alpha_n \in C_+} A_n \alpha_n^2 \frac{\exp(i a_n x)}{a_n} - \frac{i\omega}{\pi B} U(x), \quad (12)$$

где

$$a_n = \sqrt{k_0^2 + \alpha_n^2}, \quad U(x) = \sum_{n=1}^5 A_n \alpha_n^3 u_n(x).$$

В выражении для $U(x)$ функции $u_n(x)$ определяются формулой (4), где вместо α подставлено α_n .

Равенство (12) с учетом того, что

$$\sum_{n=1}^5 A_n = 0 \text{ и } \sum_{n=1}^5 A_n \alpha_n = 0$$

упрощается и принимает окончательный вид

$$A(x) = \frac{\omega}{B} \sum_{\alpha_n \in C_+} A_n \alpha_n^2 \frac{\exp(i a_n x)}{a_n} - \frac{i\omega}{\pi B} U(x). \quad (13)$$

Последнее слагаемое формулы (13) представляет, очевидно, наибольший интерес. С помощью метода, описанного в параграфе 2, его можно представить в виде суммы целой функции и целой функции, умноженной на логарифм, и найти коэффициенты степенных разложений этих функций.

На рис. 4 и 5 представлены графики $A(x)$, позволяющие оценить область пригодности приближения к функции $U(x)$, даваемого начальными членами построенных разложений (снова были рассмотрены первые 40 членов), для случая колебаний стальной пластины на поверхности воды (циклическая частота колебаний $\omega = 500$, толщина пластины $h = 0.01$ м). Данные табл. 3 и 4 позво-

Таблица 3

$\text{Im } A(x)$	$x = 0.01$	$x = 0.1$	$x = 1.0$	$x = 2.0$	$x = 3.0$	$x = 4.0$	$x = 5.0$	$x = 6.0$	$x = 7.0$
1	-5945.74	818.933	2576.65	2310.95	-409.465	-2684.32	-2047.58	810.1223	2789.075
2	-5945.74	818.932	2581.54	1.5E+07	6.4E+10	2.4E+13	2.4E+15	1.1E+17	2.6E+18
3	-3.0E+08	-859587	2349.92	2561.08	-273.825	-2615.82	-2013.82	825.7273	2795.145

Таблица 4

$\text{Re } A(x)$	$x = 0.01$	$x = 0.1$	$x = 1.0$	$x = 2.0$	$x = 3.0$	$x = 4.0$	$x = 5.0$	$x = 6.0$	$x = 7.0$
1	6121.326	4066.22	1312.24	-1650.6	-2808.3	-921.19	1965.10	2719.90	524.462
2	6121.326	4066.22	1312.24	-1650.6	-2808.3	-921.59	1938.34	1799.774	-18839.3
3	3.1E+08	1.0E+06	4942.61	-1177.1	-2714.4	-909.85	1956.39	2707.974	514.1173

ляют судить о точности рассматриваемых приближений. Результаты численных расчетов для входного адмитанса в этом случае для довольно широкого диапазона циклических частот были опубликованы Найаком в [18].

Следует отметить, то при получении данных, приведенных в таблицах и на графиках, первое слагаемое в формуле (13) справа считалось стан-

дартными методами с большой степенью точности, так что единственным источником погрешностей были приближения функции $U(x)$.

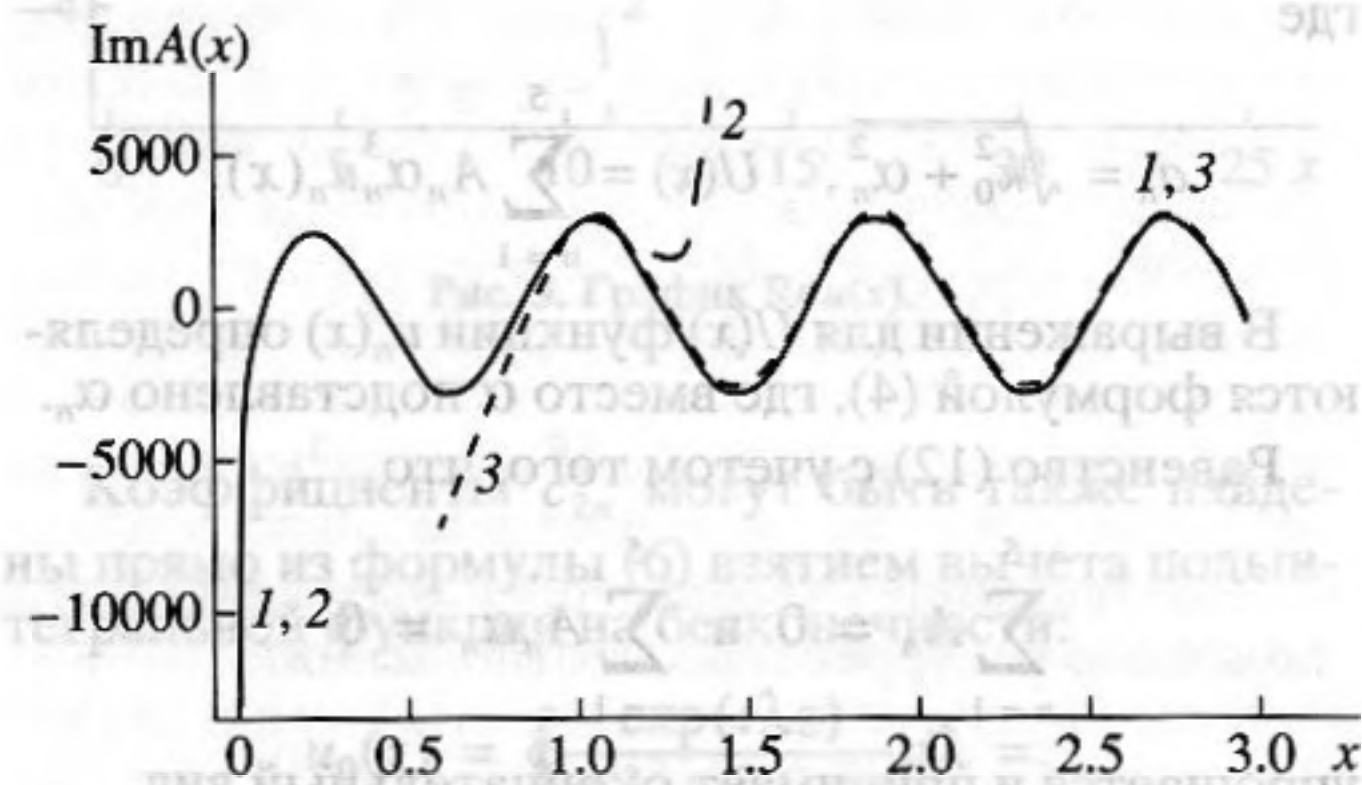
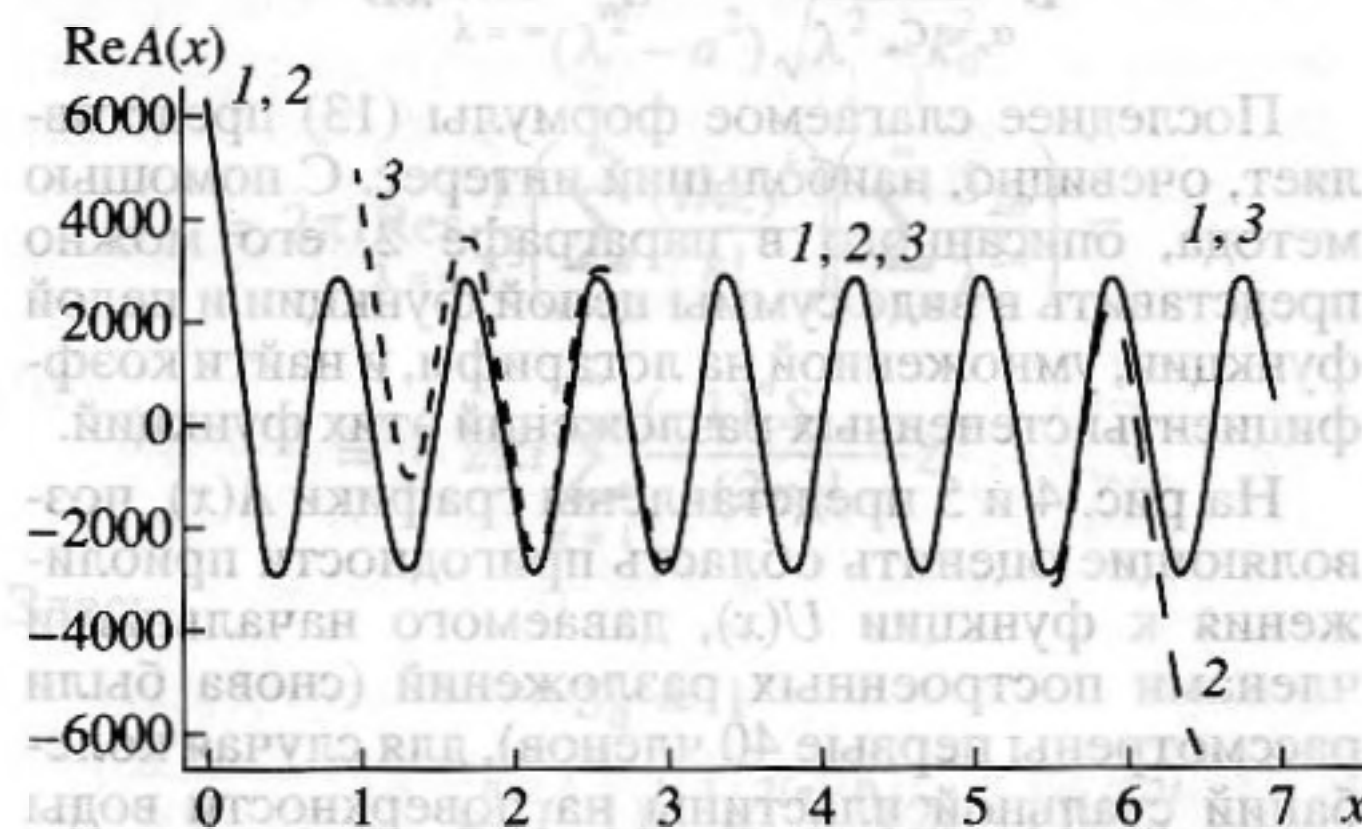
ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение хотелось бы отметить существенное сходство в поведении рассмотренного переходного адмитанса и цилиндрических функций (функции Ханкеля, в первую очередь). Ясно, что это сходство объясняется не только тем формальным обстоятельством, что функция Ханкеля входит в правую часть линейного дифференциального уравнения (7) для функции $u(x)$, но и сходством физических ситуаций, при рассмотрении которых они возникают.

Как видно из предшествующего изложения, хорошо известные вычислительные процедуры, посредством которых получают численные значения для цилиндрических функций (точный ряд для ближнего поля и асимптотическое разложение для дальнего поля, совпадающие в промежуточной зоне) применимы и для расчета переходного адмитанса пластины.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Heckl M. Schallabstrahlung von Platten bei punktförmigen Anregung // *Acustica*. 1959. V. 9. № 5. P. 371–380.
2. Гутин Л.Я. Звуковое излучение бесконечной пластины, возбуждаемой нормальной к ней сосредоточенной силой // *Акуст. журн.* 1964. Т. 10. № 4. С. 431–434.
3. Maidanik G. The influence of fluid loading on the radiation from orthotropic plates // *J. of Sound and Vibrat.* 1966. V. 3. № 3. P. 289–299.
4. Коузов Д.П. Дифракция плоской гидроакустической волны на трещине в упругой пластине // *Прикл. мат. и мех.* 1963. Т. 27. № 6. С. 1037–1043.
5. Коузов Д.П. О явлении резонанса при дифракции плоской волны на системе трещин в упругой пластине

Рис. 4. График $\text{Im}A(x)$.Рис. 5. График $\text{Re}A(x)$.

- тине // Прикл. мат. и мех. 1964. Т. 28. № 3. С. 409–417.
6. Коновалюк И.П., Красильников В.Н. Влияние ребра жесткости на отражение плоской звуковой волны от тонкой пластины / Сб. "Дифракция и измерение волн", Изд. ЛГУ, 1965. Вып. 4. С. 149–165.
 7. Романов В.Н. Влияние сдвига и инерции вращения поперечного сечения пластины с ребром жесткости на ее излучение // Акуст. журн. 1988. Т. 44. № 3. С. 407–412.
 8. Andronov I.V., Belinskiy B.P. Acoustic scattering on an elastic plate distributed by Timoshenko model: contact conditions and uniqueness of the solution // J. Acoust. Soc. Amer. 1988. V. 103. P. 673–682.
 9. Grise R.M., Pinnington R.J. A method for the vibration analysis of built-up structures. Part I. Introduction and analytical analysis of plate-stiffened beams // J. of Sound and Vibrat. 2000. V. 230. № 4. P. 825–850.
 10. Grise R.M., Pinnington R.J. A method for the vibration analysis of built-up structures. Part II. Analysis of the plate-stiffened beam using a combination of finite element analysis and analytical impedances // J. of Sound and Vibrat. 2000. V. 230. № 4. P. 851–876.
 11. Craster R.V., Williams D.P. A reciprocity relation for fluid-loaded elastic plates that contain rigid defects // J. of Sound and Vibrat. 2000. V. 235. № 4. P. 655–670.
 12. Kessissoglou N.J., Pan J. The effect of structural coincidences on the acoustic field radiated from a ribbed plate under light fluid loading // International Journal of Acoustic and Vibration. 2000 March. V. 5. № 1. P. 15–22.
 13. Crighton D.G. Force and moment admittance of plates under arbitrary fluid loading // J. of Sound and Vibrat. 1972. V. 20. № 2. P. 209–218.
 14. Bentien G.W., Gonzalez M.A., Young U.W. Alternative analytic method for calculating fluid-loaded plate admittances // J. of Sound and Vibrat. 1976. V. 47. № 1. P. 136–137.
 15. Crighton D.G. Author's reply // J. of Sound and Vibrat. 1976. V. 47. № 1. P. 137–138.
 16. Kouzov D.P. On the possibility of regularisation of boundary contact integrals. Day on diffraction'97. International seminar, St. Petersburg, 1997. Abstracts. P. 22–24.
 17. Коузов Д.П. Аналитические свойства переходного адмитанса бесконечной пластины в среде и регуляризуемость гранично-контактных интегралов в акустике // Записки научных семинаров ПОМИ. Санкт-Петербург, 1997. Т. 257; Математические вопросы теории распространения волн. № 28. С. 116–136.
 18. Nayak P.R. Line admittance of infinite isotropic fluid-loaded plate // J. Acoust. Soc. Amer. 1970. V. 47. № 1. Pt. 2. P. 191–201.

Analytical Representations for the Transient Admittance of a Plate Vibrating in a Medium

M. B. Korotyaev and D. P. Kouzov

Flexural vibrations of a plate contacting on one side with an ideal compressible liquid are considered. The plate is driven by a harmonic force uniformly distributed along a straight line. The transient admittance of the plate as a function of the distance from the line of the force application is shown to be representable as a sum of an integer function and an integer function multiplied by a logarithmic function. A procedure for determining the power series expansions of these functions is described, and the initial terms of the expansions are derived. The approximations formed by these initial terms and the asymptotic expansion at infinity are compared with the results of numerical calculations for several particular values of the parameters. Vibrations of a liquid with an impedance load at its surface are considered as an auxiliary problem, and, in the framework of this problem, the initial terms of the power series expansions of the integer functions, which appear in the expression for the transient admittance, are determined. The expansions obtained make it possible to raise the speed of the admittance calculations near the points of application of the driving force.