

УДК 534.222

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ САМОВОЗДЕЙСТВИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В СИСТЕМАХ С ДИССИПАТИВНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

© 2001 г. В. Е. Назаров, А. В. Радостин, Ю. А. Степаняц*

Институт прикладной физики РАН
603600 Нижний Новгород, ул. Ульянова 46
E-mail: nazarov@hydro.appl.sci-non.ru

* Australian Nuclear Science and Technology Organization

Поступила в редакцию 06.10.2000 г.

Представлены результаты экспериментального исследования и аналитического описания самовоздействия акустических волн в стеклянной трубке, заполненной сухим и водонасыщенным речным песком. На основе анализа экспериментальных результатов предложены феноменологические уравнения состояния таких систем и определены значения их параметров.

Экспериментальные исследования нелинейных акустических эффектов составляют основу для выявления механизмов акустической нелинейности различных сред и разработки нелинейных методов диагностики их структуры и состояния. Одно из перспективных направлений при решении подобных задач связано с поиском сред и материалов, а также созданием систем-резонаторов, звуководов и т.д., в которых (при прочих равных условиях) нелинейные эффекты проявляются наиболее интенсивно. Такими свойствами обладают микронеоднородные среды (в частности, некоторые горные породы [1, 2] и металлы [3]) и, соответственно, системы, построенные на основе этих сред. Их акустическая нелинейность часто содержит как упругую (реактивную), так и неупругую (диссипативную) составляющие, причем, в ряде случаев, неупругая нелинейность значительно превышает упругую. Так, например, в работах [4, 5] было обнаружено, что при распространении акустических волн в стеклянной трубке, заполненной речным песком, наблюдается эффект самопросветления, проявляющийся в уменьшении коэффициента затухания волны при увеличении ее амплитуды. Эксперименты, описанные в этих работах, проводились с сухим и полностью водонасыщенным песком. Для аналитического описания самопросветления при малых и больших амплитудах акустических волн использовалось уравнение состояния, содержащее диссипативную нелинейность, являющуюся степенной функцией скорости деформации.

В настоящей работе представлены результаты подробного экспериментального исследования и аналитического описания эффекта самопросветления в аналогичной системе при различной водонасыщенности песка; на основе анализа эксперимен-

тально установленных амплитудных зависимостей эффекта предложены уравнения состояния таких систем и определены значения их параметров.

Схема экспериментальной установки представлена на рис. 1. В эксперименте использовалась стеклянная трубка 1 с внутренним диаметром – 9 мм, внешним – 11 мм и длиной $L = 37$ см. Вначале трубка была заполнена уплотненным сухим песком, а нижний и верхний торцы трубки были плотно закрыты и заклеены металлическими пробками 2. Средний размер песчинок составлял около 2×10^{-2} см. В стенке трубки (сверху и снизу) имелось два отверстия диаметром около 2.5 мм, в каждое из которых были вклеены гибкие трубки 5. При помощи шприца, соединенного с одной из гибких трубок, в песке контролиру-

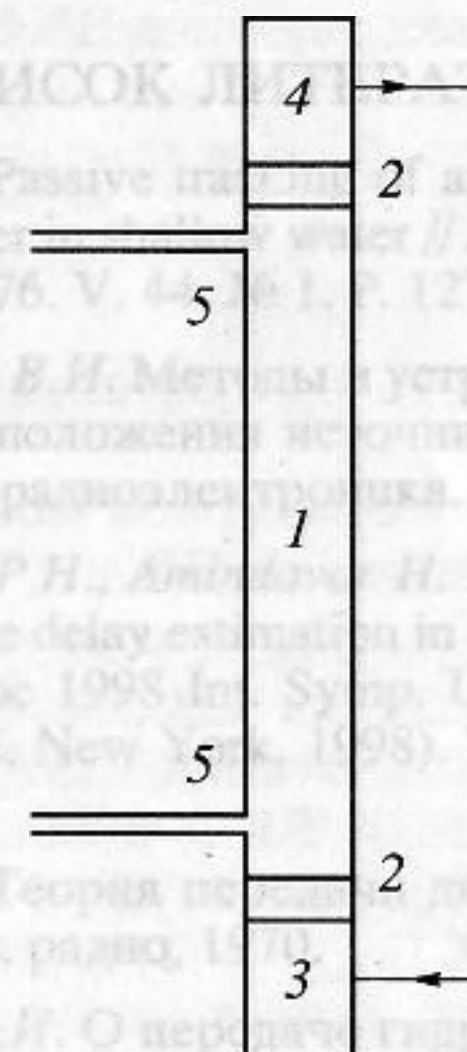


Рис. 1. Схема экспериментальной установки.

мым образом изменялось содержание воды. Степень водонасыщенности песка ξ определялась как отношение объема воды в трубке к его максимально возможному значению и изменялась в пределах от 100 до 44%. Для полностью водонасыщенного песка объемное содержание воды в трубке составило 5.9 см^3 , при этом расчетная пористость песка составляла около 31%. Нижняя пробка была приклеена к акустическому излучателю 3 продольных волн, на который с усилителя мощности поступали высокочастотные импульсы с несущей частотой $f = 100 \text{ кГц}$, длительностью $\tau = 300 \text{ мкс}$ и частотой повторения $F = 30 \text{ Гц}$. Пршедшие через трубку акустические импульсы принимались приклеенным к верхней пробке пьезо-акселерометром 4. С помощью двух лучевых осциллографов проводилось измерение амплитуд A_1 и A_2 излученного и принятого сигналов. В описываемых экспериментах эти амплитуды были пропорциональны амплитудам смещений U_0 и $U(L)$ излучаемого и принимаемого акустических импульсов. Предварительная проверка системы излучатель-приемник показала ее линейность, т.е. $A_2 \sim A_1$. В контрольных экспериментах со стеклянным стержнем и трубкой без песка также не было замечено отклонения от этой зависимости. Скорость распространения акустической волны в такой системе, измеренная по временной задержке принятого импульса относительно излученного, составляла около $3.7 \times 10^5 \text{ см/с}$ и слабо зависела от водонасыщенности песка и амплитуды импульса.

На рис. 2 представлена зависимость амплитуды A_2 принятого сигнала от амплитуды A_1 излученного для трубки, заполненной сухим и водонасыщенным речным песком ($\xi = 0$). Из этого рисунка видно, что при увеличении амплитуды излучаемого импульса, амплитуда принимаемого импульса растет следующим образом: при малых и больших амплитудах наблюдаются линейные зависимости A_2 от A_1 , а при средних — A_2 растет быстрее A_1 . В системе с сухим песком при увеличении амплитуды излучаемого импульса в 3×10^2 раз амплитуда принятого импульса увеличивалась в 1.4×10^3 раз, т.е. коэффициент G относительного роста принятого сигнала (по отношению к излученному) составлял около 4.5. Такой эффект называется самопросветлением; он обусловлен диссипативной нелинейностью среды и проявляется в том, что коэффициент затухания акустической волны уменьшается при увеличении ее амплитуды. На рис. 2 представлены также экспериментальные зависимости амплитуды A_2 принимаемого сигнала от амплитуды A_1 излучаемого для частично ($\xi = 0.59$) и полностью ($\xi = 1$) водонасыщенного песка. Из этого рисунка видно, что и в трубке, содержащей водонасыщенный речной песок, также имеет место эффект самопросветления, при этом коэффициент G изменяется (в зависимости от водонасыщенности песка) в пределах от 4.5 — для трубки с сухим песком до 7×10^3

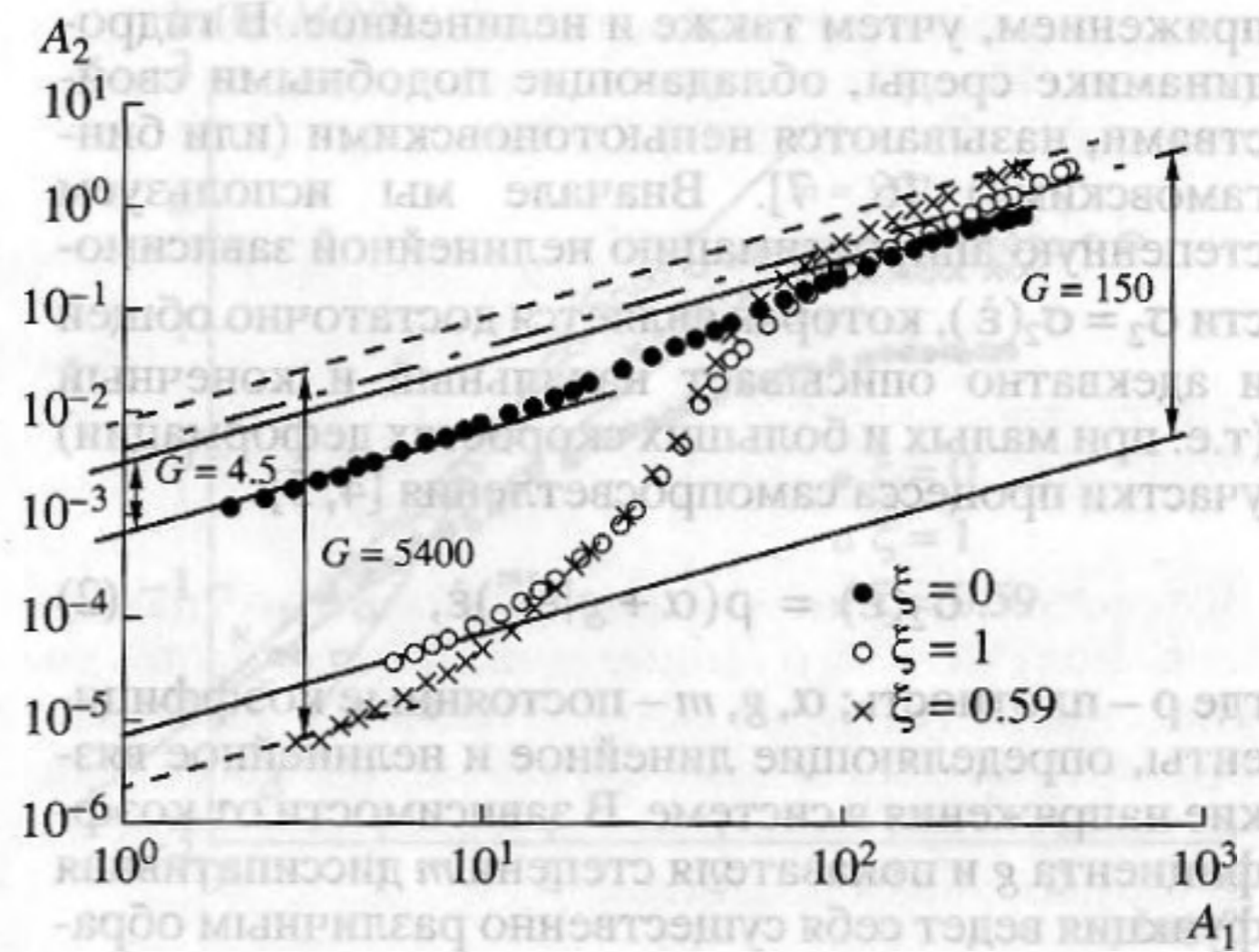


Рис. 2. Амплитудные зависимости для сухого ($\xi = 0$), полностью ($\xi = 1$) и частично водонасыщенного ($\xi = 0.59$) песка.

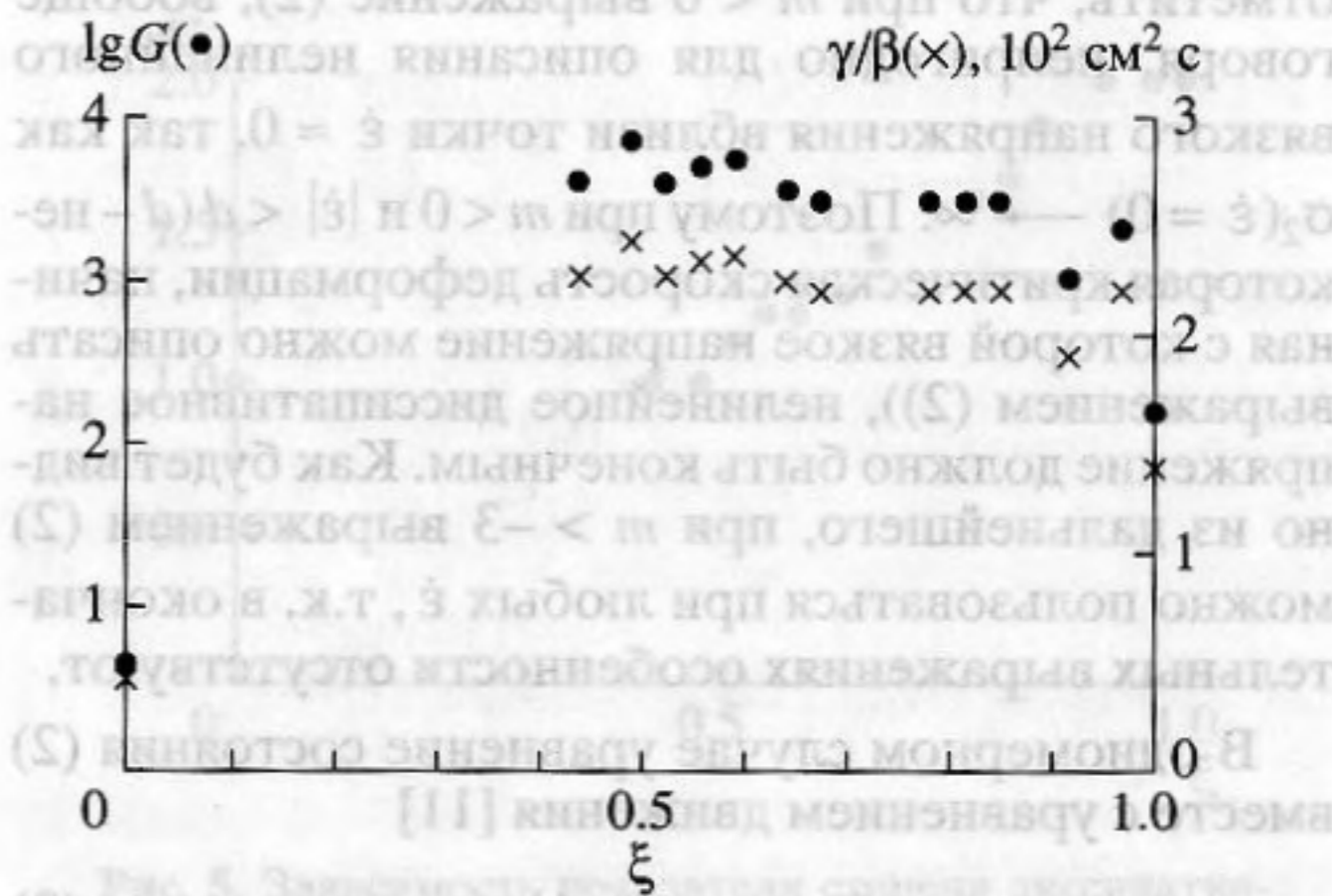


Рис. 3. Зависимости коэффициента G и отношения γ/β от относительной водонасыщенности песка.

— для трубки с частично водонасыщенным песком ($\xi = 0.49$). Зависимость коэффициента G от водонасыщенности песка ξ показана на рис. 3.

Аналитическое описание эффекта самопросветления проведем в рамках уравнения состояния для среды, эквивалентной системе “стеклянная трубка — речной песок” [4, 5]:

$$\sigma(\epsilon, \dot{\epsilon}) = \sigma_1(\epsilon) + \sigma_2(\dot{\epsilon}), \quad (1)$$

где σ — продольное напряжение, $\sigma_1(\epsilon)$ и $\sigma_2(\dot{\epsilon})$ — упругая и неупругая части уравнения состояния соответственно, $\epsilon = U_x$ — продольная деформация, $\dot{\epsilon}$ — скорость деформации, U — продольное смещение.

Мы будем пренебрегать упругой нелинейностью системы и считать, что $\sigma_1(\epsilon) = E\epsilon$, где E — модуль упругости. Для описания ее диссипативных свойств наряду с обычным линейным вязким на-

пряжением, учтем также и нелинейное. В гидродинамике среды, обладающие подобными свойствами, называются неньютоновскими (или бингамовскими) [6, 7]. Вначале мы используем степенную аппроксимацию нелинейной зависимости $\sigma_2 = \sigma_2(\dot{\epsilon})$, которая является достаточно общей и адекватно описывает начальный и конечный (т.е. при малых и больших скоростях деформации) участки процесса самопросветления [4, 5]:

$$\sigma_2(\dot{\epsilon}) = \rho(\alpha + g|\dot{\epsilon}|^m)\dot{\epsilon}, \quad (2)$$

где ρ – плотность; α, g, m – постоянные коэффициенты, определяющие линейное и нелинейное вязкие напряжения в системе. В зависимости от коэффициента g и показателя степени m диссипативная функция ведет себя существенно различным образом: при $g > 0$ эффективная вязкость среды растет с ростом скорости деформации при $m > 0$ и падает – при $m < 0$; при $g < 0$ эффективная вязкость среды падает при $m > 0$ и растет – при $m < 0$. Следует отметить, что при $m < 0$ выражение (2), вообще говоря, непригодно для описания нелинейного вязкого напряжения вблизи точки $\dot{\epsilon} \approx 0$, так как $\sigma_2(\dot{\epsilon} = 0) \rightarrow \infty$. Поэтому при $m < 0$ и $|\dot{\epsilon}| < d$ (d – некоторая критическая скорость деформации, начиная с которой вязкое напряжение можно описать выражением (2)), нелинейное диссипативное напряжение должно быть конечным. Как будет видно из дальнейшего, при $m > -3$ выражением (2) можно пользоваться при любых $\dot{\epsilon}$, т.к. в окончательных выражениях особенности отсутствуют.

В одномерном случае уравнение состояния (2) вместе с уравнением движения [11]

$$\rho U_{tt} = \sigma_x(\epsilon, \dot{\epsilon}), \quad (3)$$

и граничным условием на излучателе

$$U(x=0, t) = U_0 \sin \omega t, \quad (4)$$

описывает нелинейное распространение продольных акустических волн и, в частности, самопросветление среды. Подставляя выражения (1), (2) в (3), получаем нелинейное волновое уравнение для смещений U :

$$U_{tt} - C_0^2 U_{xx} = \alpha U_{txx} + g[|U_{xt}|^m U_{xt}]_x, \quad (5)$$

где $C_0^2 = E/\rho$.

Будем предполагать, что нелинейность уравнения (5) мала, и его можно решать методом возмущений. Для этого необходимо выполнение условия:

$$g U_0^m \omega^{2m-1} / C_0^{m+2} \ll 1. \quad (6)$$

В этом случае решение уравнения (5) можно искать в виде гармонической волны на основной ча-

стоте с медленно меняющейся амплитудой $U(x)$ и фазой $\Phi(x)$:

$$U(x, t) = U(x) \sin[\omega t - kx + \Phi(x)], \quad (7)$$

$$\omega = C_0 k.$$

Подставим (7) в (5), разложим нелинейное слагаемое в правой части уравнения (5) в ряд Фурье и, оставляя в этом уравнении слагаемые на основной частоте, получим:

$$U_x \cos \vartheta - U \Phi_x \sin \vartheta = -\delta U \cos \vartheta - \mu U^{m+1} \cos \vartheta, \quad (8)$$

где $\delta = \alpha \omega^2 / 2 C_0^3$, $\mu = \frac{g \Gamma(m/2 + 3/2) \omega^{2(m+1)}}{\pi^{1/2} \Gamma(m/2 + 2) C_0^{m+3}}$, $\vartheta = \omega t - kx + \Phi(x)$, $m > -3$.

Решение этого уравнения с граничным условием (4) имеет вид [12]:

$$U(x) = U_0 \exp(-\delta x) \{1 + a U_0^m [1 - \exp(-\delta x m)]\}^{-1/m}, \quad (9)$$

$$\Phi_x = 0,$$

где $a = \mu/\delta$.

Из сравнения выражения (9) с результатами измерений (рис. 2) можно, в принципе, определить параметры системы – коэффициент g и показатель m диссипативной нелинейности, но, вследствие того, что измерения были относительными, удастся определить только показатель m [4, 5]. Однако из общего вида зависимостей $A_2 = A_2(A_1)$ следует, что при малых скоростях деформации $g < 0$, $m > 0$, а при больших – $g > 0$, $m < 0$, т.е. при малых амплитудах волны исследуемая система обладает свойствами псевдопластичной среды, а при больших – дилатантной [6, 7].

При малой амплитуде U_0^* волны, создаваемой излучателем, когда влияние нелинейности пренебрежимо мало, из выражения (9) имеем:

$$U^*(x) = U_0^* \exp(-\delta x). \quad (10)$$

Поделим (9) на (10) и, вводя обозначения $M = U(x)/U^*(x)$, $N = U_0/U_0^*$, $b = a U_0^{*m} [1 - \exp(-m\delta x)] < 0$, получим:

$$M/N = [1 + b N^m]^{-1/m}. \quad (11)$$

Дважды логарифмируя это уравнение при $|b N^m| \ll 1$, получаем выражение для определения показателя степени m диссипативной нелинейности в уравнении (2) при малых скоростях деформации:

$$\ln(\ln(M/N)) = \ln(-b/m) + m \ln N. \quad (12)$$

Используя результаты измерений (рис. 2), были построены графики зависимостей $\ln(\ln(M/N))$ от $\ln N$ для системы при различном водонасыщении песка (рис. 4). Из этого рисунка, по тангенсу угла наклона зависимости $\ln(\ln(M/N))$ от $\ln N$, был определен показатель диссипативной нелинейности m в

зависимости от процентного содержания ξ воды в песке. График зависимости m от ξ приведен на рис. 5. Из этого рисунка следует, что для трубки с сухим песком $m = 1$, а при изменении содержания воды в песке от 44% до 100% (полностью водонасыщенный песок) показатель m диссипативной нелинейности изменяется от 1 до 2.

При больших амплитудах U_0^* волны, создаваемой излучателем, влияние нелинейности также мало, и из выражения (9) получаем:

$$U^*(x) = U_0^* \exp(-\delta x). \quad (13)$$

Аналогично предыдущему, поделим (13) на (9) и, вводя обозначения $P = U^*(x)/U(x)$, $R = U_0^*/U_0$, $b = aU_0^* [1 - \exp(-m\delta x)] < 0$, получим (при $|bR^{-m}| \ll 1$):

$$\ln(\ln(P/R)) = \ln(b/m) - m \ln R. \quad (14)$$

Здесь также, используя результаты измерений (рис. 2), были построены графики зависимостей $\ln(\ln(P/R))$ от $\ln R$ для трубки с песком при различном водонасыщении (рис. 6). Из этих рисунков следует, что при больших скоростях деформации $m \cong -2$ и не зависит от содержания воды в песке.

Таким образом, при выборе диссипативной составляющей в уравнении состояния системы с сухим и водонасыщенным песком, описывающим процесс самопросветления во всем диапазоне амплитуд акустических волн, необходимо учесть следующие требования:

- при малых и больших скоростях деформации система является линейной и характеризуется двумя различными коэффициентами затухания, отношение которых определяет коэффициент G относительного роста амплитуд на выходе и входе системы;

- при малых скоростях деформации параметр диссипативной нелинейности $g < 0$, а показатель степени m изменяется (в зависимости от водосодержания) от 1 до 2;

- при больших скоростях деформации параметр диссипативной нелинейности $g > 0$, а показатель степени $m = -2$ (независимо от водосодержания).

Рассмотрим теперь соответствующие уравнения состояния для данных систем. Наиболее простое выражение для диссипативной составляющей, соответствующей указанным выше требованиям, имеет система с полностью водонасыщенным песком; ее можно представить в виде:

$$\sigma_2(\dot{\epsilon}) = \alpha \rho \dot{\epsilon} - \frac{\gamma |\dot{\epsilon}|^2}{1 + \beta |\dot{\epsilon}|^2} \rho \dot{\epsilon}, \quad (15)$$

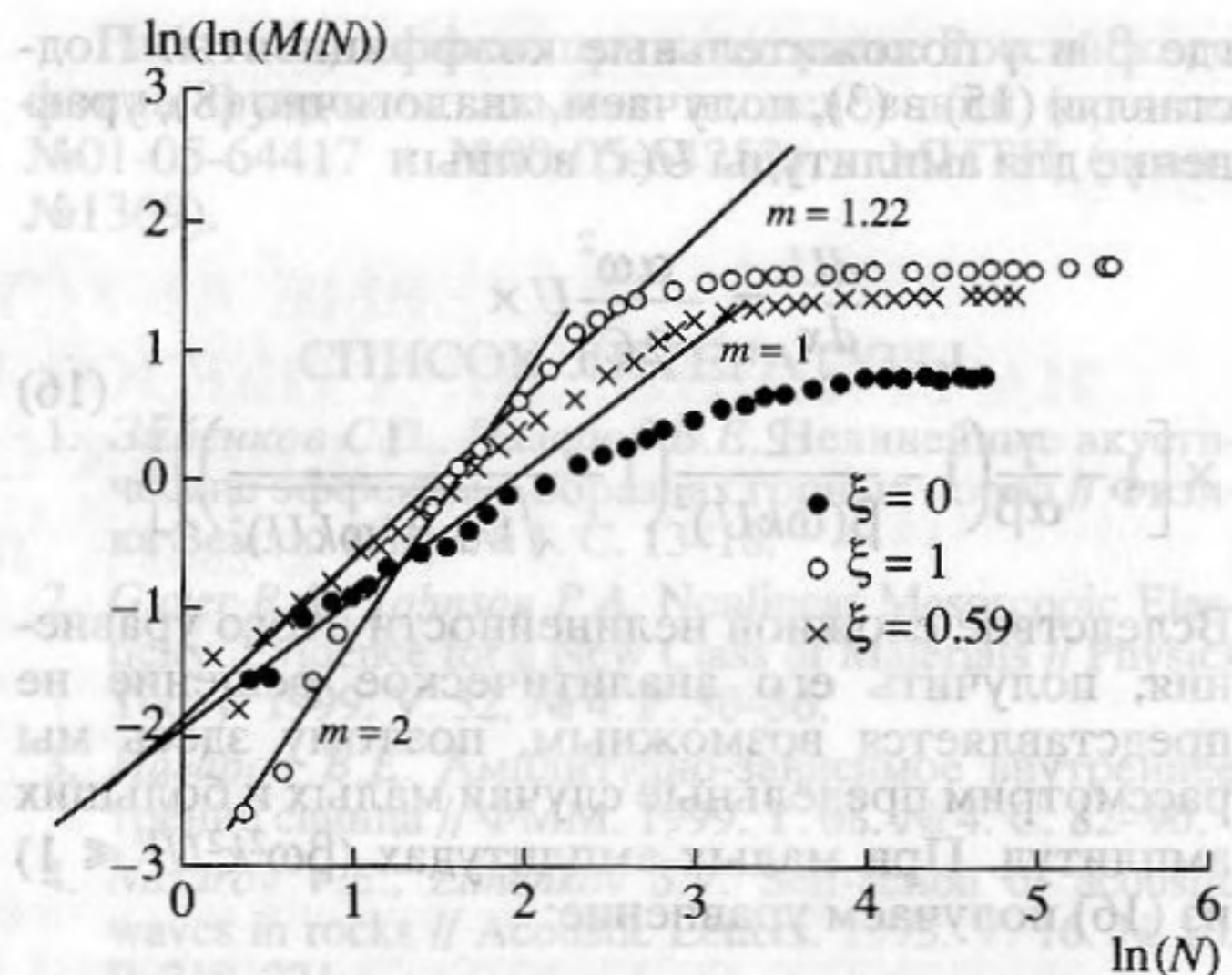


Рис. 4. Амплитудные зависимости для сухого, частично и полностью водонасыщенного песка при малых амплитудах.

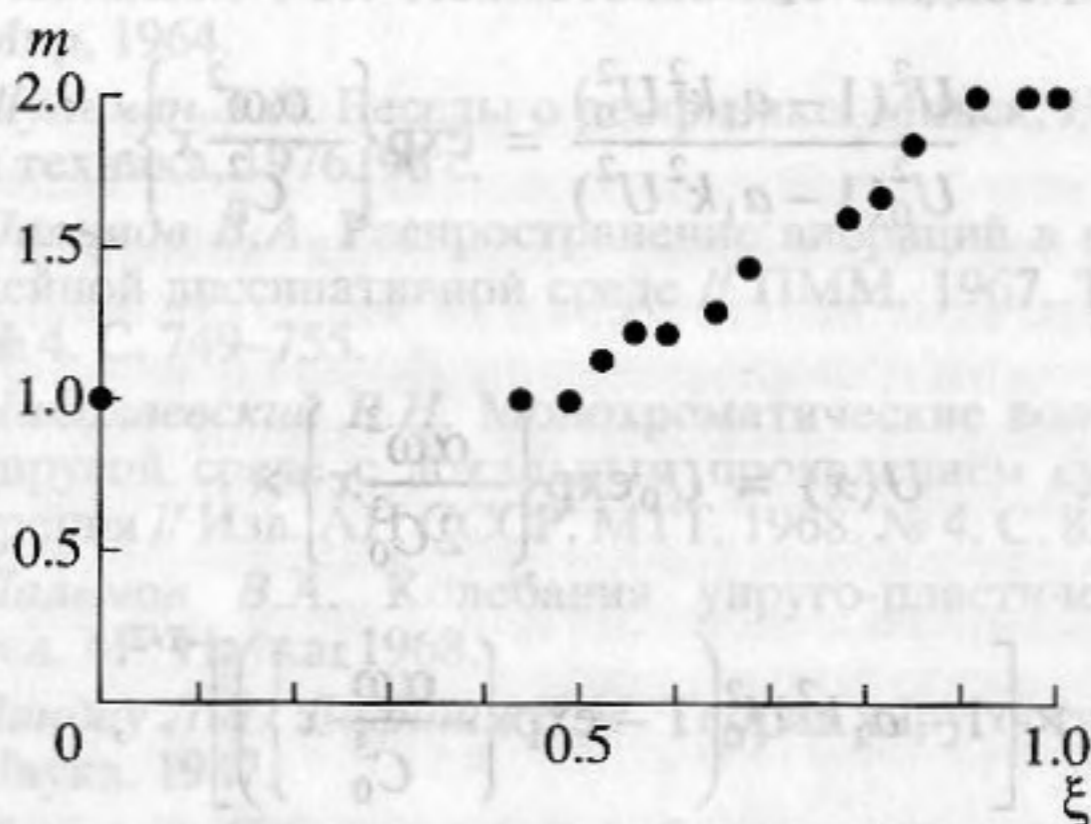


Рис. 5. Зависимость показателя степени диссипативной нелинейности m от относительной водонасыщенности песка.

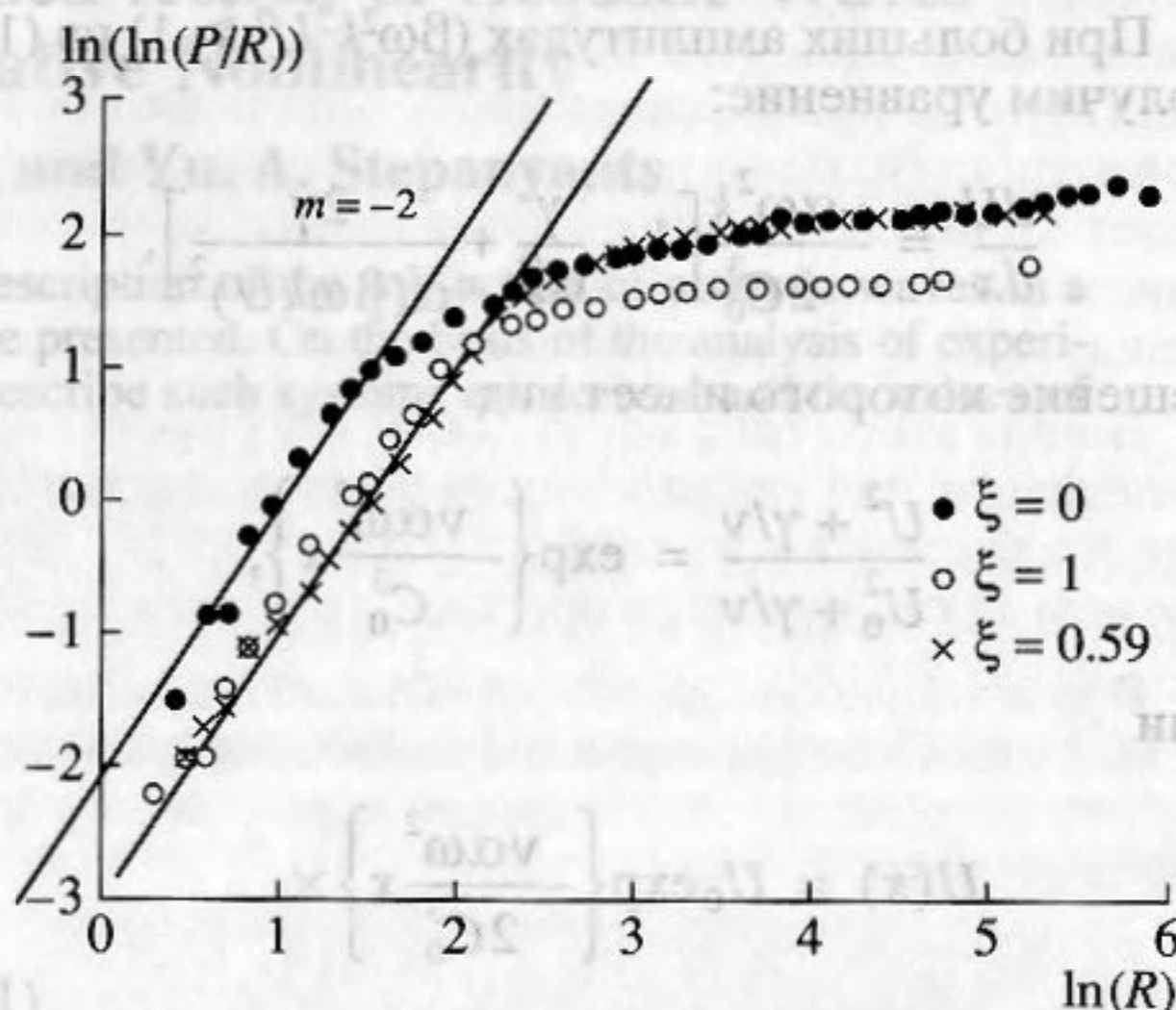


Рис. 6. Амплитудные зависимости для сухого, частично и полностью водонасыщенного песка при больших амплитудах.

где β и γ положительные коэффициенты. Подставляя (15) в (3), получаем, аналогично (8), уравнение для амплитуды $U(x)$ волны:

$$\frac{dU}{dx} = -\frac{\alpha\omega^2}{2C_0^3} U \times \left[1 - \frac{\gamma}{\alpha\beta} \left(1 - \frac{2}{\beta(\omega k U)^2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \beta(\omega k U)^2}} \right) \right) \right]. \quad (16)$$

Вследствие сложной нелинейности этого уравнения, получить его аналитическое решение не представляется возможным, поэтому здесь мы рассмотрим предельные случаи малых и больших амплитуд. При малых амплитудах ($\beta\omega^2 k^2 U^2 \ll 1$) из (16) получаем уравнение:

$$\frac{dU}{dx} = -\frac{\alpha\omega^2}{2C_0^3} U [1 - a_1(kU)^2],$$

которое имеет решение:

$$\frac{U^2(1 - a_1 k^2 U^2)}{U_0^2(1 - a_1 k^2 U_0^2)} = \exp\left\{-\frac{\alpha\omega^2}{C_0^2} x\right\},$$

или:

$$U(x) = U_0 \exp\left\{-\frac{\alpha\omega^2}{2C_0^3} x\right\} \times \left[1 - a_1 k^2 U_0^2 \left(1 - \exp\left\{-\frac{\alpha\omega^2}{C_0^3} x\right\} \right) \right]^{-1/2}, \quad (17)$$

где $a_1 = 3\gamma\omega^2/4\alpha$.

Легко заметить, что при $a = -a_1$ и $m = 2$ выражения (9) и (17) совпадают.

При больших амплитудах ($\beta\omega^2 k^2 U^2 \gg 1$) из (17) получим уравнение:

$$\frac{dU}{dx} = -\frac{\alpha\omega^2 k}{2C_0^3} \left[1 - \frac{\gamma}{\alpha\beta} + \frac{2\gamma}{\alpha(\beta\omega k U)^2} \right],$$

решение которого имеет вид

$$\frac{U^2 + \gamma/\nu}{U_0^2 + \gamma/\nu} = \exp\left\{-\frac{\nu\alpha\omega^2}{C_0^3} x\right\},$$

или

$$U(x) = U_0 \exp\left\{-\frac{\nu\alpha\omega^2}{2C_0^3} x\right\} \times \left[1 - \frac{a_2}{\nu\epsilon_0^2} \left(1 - \exp\left\{-\frac{\nu\alpha\omega^2}{C_0^3} x\right\} \right) \right]. \quad (18)$$

где $a_2 = 2\gamma/\alpha\beta^2\omega^2$, $\nu = 1 - \gamma/\alpha\beta$. Из сравнения выражений (9), (18) видно, что при $\delta = \nu\alpha\omega^2/2C_0^3$, $a = a_2/\nu$, $m = -2$ они совпадают и, следовательно, уравнение состояния (15) удовлетворяет вышеизложенным требованиям и может быть использовано для описания процесса самопросветления в трубке с полностью водонасыщенным песком.

Теперь можно определить коэффициент G , равный отношению U_2/U_1 , где U_2 и U_1 — амплитуды смещений на приемнике, выбранные на линейных участках зависимостей (18) и (17) соответственно, при одном и том же значении амплитуды на излучателе U_0 :

$$G = \exp\left\{\frac{\gamma\omega^2}{2\beta C_0^3} L\right\}. \quad (19)$$

Из выражения (19) видно, что коэффициент G определяется отношением параметров γ и β .

Для описания системы с сухим и частично водонасыщенным песком диссипативная составляющая уравнения состояния имеет более сложную, по сравнению с выражением (15), форму; ее можно представить в следующем виде:

$$\sigma_2(\dot{\epsilon}) = \alpha\rho\dot{\epsilon} - \frac{\gamma|\dot{\epsilon}|^m}{1 + \beta|\dot{\epsilon}|^m} \rho\dot{\epsilon} \{ H(\dot{\epsilon} + \dot{\epsilon}_{th}) - H(\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}_{th}) \} - \frac{\gamma}{\beta} \left(1 - \frac{\dot{\epsilon}_{th}^2}{|\dot{\epsilon}|^2(1 + \beta\dot{\epsilon}_{th}^m)} \right) \rho\dot{\epsilon} \{ 1 - H(\dot{\epsilon} + \dot{\epsilon}_{th}) + H(\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}_{th}) \}, \quad (20)$$

где $H(\dot{\epsilon})$ — функция Хевисайда, $\dot{\epsilon}_{th}$ — некоторое пороговое значение $\dot{\epsilon}$, при котором происходит непрерывный переход с одной нелинейности (второе слагаемое в уравнении (20)) на другую (третье слагаемое). Здесь также не трудно показать, что при малых и больших скоростях деформаций уравнения (2) и (20) качественно совпадают; поэтому решение уравнения движения с такой нелинейностью в предельных случаях малых и больших амплитуд будет совпадать с решением (9), для этого в выражении (9) необходимо положить: при малых

скоростях деформации $a = \frac{\gamma\omega^m}{\alpha\pi^{1/2}} \frac{\Gamma(m/2 + 3/2)}{\Gamma(m/2 + 2)}$, а

при больших — $a = \frac{3\gamma}{4\beta\delta} \frac{|\dot{\epsilon}_{th}|^2}{(1 + \beta\dot{\epsilon}_{th}^m)}$, $\delta = \left(\alpha - \frac{\gamma}{\beta} \right) \frac{\omega^2}{2C_0^3}$.

В этом случае коэффициент G будет определяться выражением (19), из которого можно найти отношение параметров γ и β . На рис. 3 приведена зависимость отношения γ/β от водонасыщенности песка ξ . Из этого рисунка следует, что наиболее сильно отношение γ/β изменяется в диапазоне $0 \leq \xi \leq 0.44$, а в диапазоне $0.44 \leq \xi \leq 1 - \gamma/\beta \approx \text{const}$, при

этом показатель степени m монотонно растет от 1 до 2.

Таким образом, в настоящей работе приведены результаты экспериментальных исследований самовоздействия акустических волн в стеклянной трубке, заполненной сухим и водонасыщенным речным песком: при увеличении амплитуды волны в такой системе наблюдается эффект самопросветления. На основе полученных в эксперименте амплитудных зависимостей предложены феноменологические уравнения состояния таких систем и определены значения их параметров. Установлено, что параметры диссипативной нелинейности системы зависят от степени водонасыщенности песка; это позволяет надеяться на возможность использования эффекта самопросветления для диагностики состояния пористых газо-водонасыщенных сред.

В заключение отметим, что выбор диссипативной нелинейности в уравнениях состояния (2), (15), (20) не является единственным, в том смысле, что коэффициент, определяющий нелинейную вязкость системы, может зависеть не только от скорости деформации, а также и от величины самой деформации. Это, однако, не изменит результатов аналитических расчетов показателя степени m диссипативной нелинейности, поскольку амплитудные зависимости при этом не изменяются, и приведет лишь к перенормировке постоянных коэффициентов g , γ и β . Для того чтобы уточнить, от чего зависит нелинейная вязкость системы (от ϵ или $\dot{\epsilon}$) необходимо проведение эксперимента по выявлению частотной зависимости диссипативной нелинейности [3]; о его результатах будет сообщено в следующей работе.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты №01-05-64417 и №00-05-64252) и МНТЦ (грант №1369).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Зименков С.В., Назаров В.Е.* Нелинейные акустические эффекты в образцах горных пород // *Физика Земли*. 1991. № 1. С. 13–18.
2. *Guyer R.A., Johnson P.A.* Nonlinear Mesoscopic Elasticity: Evidence for a New Class of Materials // *Physics Today*. 1999. V. 52. № 4. P. 30–36.
3. *Назаров В.Е.* Амплитудно-зависимое внутреннее трение свинца // *ФММ*. 1999. Т. 88. № 4. С. 82–90.
4. *Nazarov V.E., Zimenkov S.V.* Self-action of acoustic waves in rocks // *Acoustic Letters*. 1993. V. 16. № 10. P. 218–221.
5. *Назаров В.Е.* Самовоздействие акустических волн в средах с нелинейной диссипацией // *Акуст. журн.*, 1995. Т. 41. № 2. С. 349–352.
6. *Уилкинсон У.Л.* Неньютоновские жидкости. М.: Мир, 1964.
7. *Шульман З.П.* Беседы о реофизике. Минск, Наука и техника, 1976. 96 с.
8. *Пальмов В.А.* Распространение вибраций в нелинейной диссипативной среде // *ПММ*. 1967. Т. 31. № 4. С. 749–755.
9. *Николаевский В.Н.* Монохроматические волны в упругой среде с локальным проявлением сухого трения // *Изв. АН СССР. МТТ*. 1968. № 4. С. 85–92.
10. *Пальмов В.А.* Колебания упруго-пластических тел. М.: Наука, 1968.
11. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория упругости. М.: Наука, 1987.
12. *Камке Э.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1976.

Experimental Investigation of the Self-Action of Acoustic Waves in Systems with Dissipative Nonlinearity

V. E. Nazarov, A. V. Radostin, and Yu. A. Stepanyants

The results of experimental investigation and analytical description of the self-action of acoustic waves in a glass tube filled with dry and water saturated river sand are presented. On the basis of the analysis of experimental results, phenomenological equations of state that describe such systems are derived and the values of their parameters are determined.