

АКУСТИКА СТРУКТУРНО НЕОДНОРОДНЫХ
ТВЕРДЫХ СРЕД, ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ АКУСТИКА

УДК 534.222

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ
АКУСТИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ В ИЗВЕСТНЯКЕ

© 2007 г. В. Е. Назаров, А. Б. Колпаков, А. В. Радостин

*Институт прикладной физики РАН
603950 Нижний Новгород, Ульянова 46
E-mail: nazarov@hydro.appl.sci-nnov.ru
Поступила в редакцию 11.05.05 г.*

Приведены результаты экспериментальных исследований нелинейных акустических эффектов (амплитудно-зависимых потерь и сдвига резонансной частоты, генерации второй и третьей гармоник и затухания звука на звуке) в стержневом акустическом резонаторе из известняка. Аналитическое описание наблюдаемых эффектов проведено в рамках феноменологических уравнений состояния, содержащих низкочастотную гистерезисную и высокочастотную диссипативную нелинейности. Из сравнения экспериментальных и аналитических зависимостей нелинейных эффектов определены значения параметров гистерезисной и диссипативной нелинейностей исследуемого образца известняка.

PACS: 43.25

ВВЕДЕНИЕ

Исследования нелинейных волновых процессов в различных микронеоднородных средах (в частности, в поликристаллических горных породах и металлах) необходимы и актуальны по многим причинам, одной из которых (и, пожалуй, самой главной) является наличие у таких твердых тел сильной акустической нелинейности [1–10]. Как правило, нелинейность подобных сред содержит низкочастотную (НЧ) гистерезисную и высокочастотную (ВЧ) диссипативную составляющие, наиболее важные отличия которых связаны с их различными зависимостями от амплитуды и (или) частоты акустического воздействия [4, 5, 7, 9]. Знание этого обстоятельства позволяет разделять вклады гистерезисной и диссипативной нелинейностей в проявление различных эффектов и проводить эксперименты таким образом, чтобы влияние той или другой нелинейности в конкретный исследуемый эффект было доминирующим.

Подробное экспериментальное изучение нелинейных эффектов (НЭ) в контролируемых – лабораторных условиях, способствует выявлению физических механизмов акустической нелинейности. Изучение НЭ способствует также созданию реологических и физических моделей микронеоднородных сред, что, в свою очередь, является основой для развития нелинейных акустических (и сейсмоакустических) методов диагностики их структуры и состояния. Так, например, зная уровень какого-либо НЭ и условия эксперимента, можно, в принципе, в рамках адекватной физической модели микронеоднородной среды, определить концентрацию дефектов, ко-

торые и ответственны за ее нелинейность. Для примера реализации такой процедуры, можно отметить несомненные успехи в нелинейной акустической диагностике газожидкостных сред, где концентрация пузырьков газа в жидкости определяется по уровню нелинейно-генерируемых волн комбинационных частот (например, второй гармонике, разностной частоте и т.д.).

Экспериментальные исследования показывают, что в различных микронеоднородных средах нелинейные акустические эффекты проявляются по-разному, причем часто это отличие носит не столько количественный, сколько качественный характер. Причина последнего связывается с проявлением сугубо индивидуальных нелинейных акустических свойств таких сред, и, как следствие, отсутствие для них единого универсального нелинейного уравнения состояния, вообще говоря, не выводимого и из общих термодинамических принципов (как, например, уравнения пятиконстантной теории упругости, описывающей деформирование однородных твердых тел [11]). А между тем, нелинейное уравнение состояния той или иной микронеоднородной среды может быть определено (по крайней мере, в общих его чертах) на основе анализа амплитудно-частотных зависимостей НЭ, экспериментально установленных для этой среды, при этом особую “информативную ценность” имеют результаты экспериментов с такими материалами, “нелинейное акустическое поведение” которых не соответствует традиционно установившимся представлениям, характерным для однородных слабонели-

нейных твердых тел. К подобным материалам относятся многие горные породы.

В настоящей работе приводятся результаты экспериментальных исследований нелинейных эффектов взаимодействия НЧ и ВЧ акустических волн в стержневом резонаторе из известняка. Аналитическое описание наблюдаемых НЭ проведено в рамках феноменологических уравнений состояния, содержащих НЧ гистерезисную и ВЧ диссипативную нелинейности; из сравнения расчетов с результатами эксперимента определяются значения параметров этих нелинейностей для исследуемого образца. Основной целью проведения таких работ является поиск и "расширение списка" материалов, обладающих диссипативной нелинейностью, а также изучение и выявление закономерностей и возможных причин (и связей) диссипативной нелинейности с другими ее видами, в частности, с гистерезисной.

СХЕМА ЭКСПЕРИМЕНТА

Эксперименты проводились со стержневым резонатором, изготовленным из горной породы – сухого пористого известняка: длина стержня $L = 26$ см, его сечение – квадрат со стороной 2 см. Плотность известняка составляла 2.5 гр/см³. Блок-схема эксперимента изображена на рис. 1. Резонатор I возбуждался НЧ пьезокерамическим излучателем 2, одна сторона которого была приклеена к массивной металлической нагрузке 3, а другая – к торцу стержня. К другому – свободному его торцу приклеивались ВЧ пьезокерамический излучатель 4 – для излучения ультразвуковых импульсов и акселерометр 5 – для измерения НЧ волны накачки. Вблизи излучателя накачки – для приема ультразвуковых импульсов, прошедших через стержень, и измерения их относительных амплитуд, приклеивался акселерометр 6 (тонкая, толщиной ~1 мм, пьезокерамическая пластинка диаметром 4 мм), реагирующий на продольную (вдоль стержня) компоненту ускорения. Такой стержень является акустическим резонатором с жесткой и мягкой границами, собственные частоты которого определяются выражением: $F_p = (2p - 1)C_0/4L$, C_0 – скорость НЧ продольной волны в стержне, p – номер моды. Погрешности измерения частот и амплитуд НЧ и ВЧ акустических волн составляли соответственно $\pm 5 \times 10^{-1}$ Гц, $\pm 5 \times 10^{-2}$ дБ и $\pm 1.6 \times 10^{-1}$ дБ. Резонансные частоты F_p и добротности Q_p резонатора, при малой амплитуде его возбуждения, когда нелинейные эффекты не наблюдались, определялись традиционным методом, т.е. по максимуму амплитуды колебаний резонатора и ширине $\Delta F_{0.71}$ его резонансной кривой на уровне 0.71: $Q_p \cong F_p/\Delta F_{0.71}$. Для первых трех продольных мод F_p и Q_p составляли: $F_1 \cong 3750$ Гц, $F_2 \cong 11180$ Гц, $F_3 \cong 18050$ Гц и $Q_1 \cong 224$, $Q_2 \cong 223$, $Q_3 \cong 228$. Таким резонансным

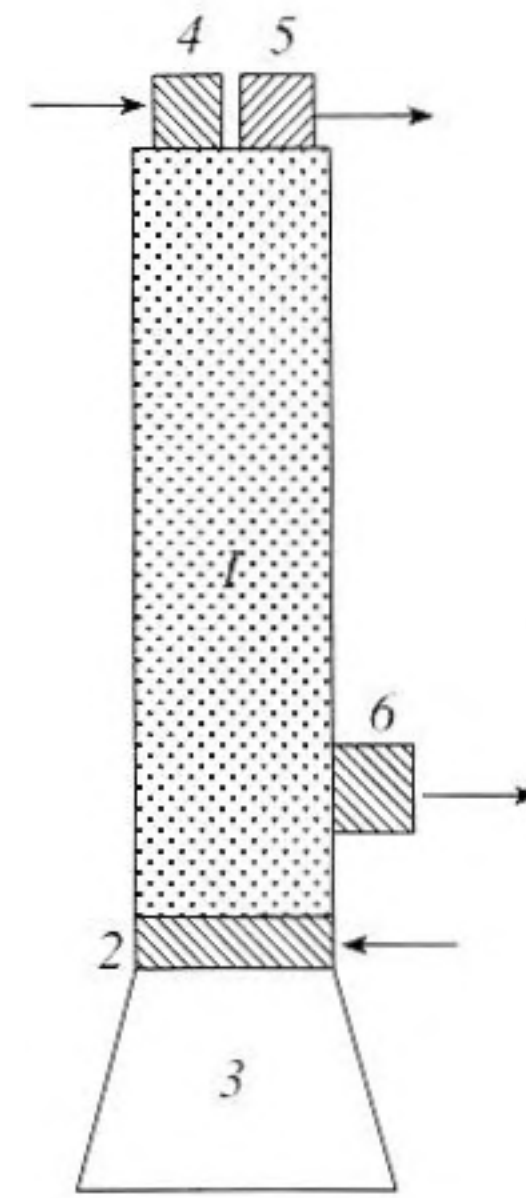


Рис. 1. Схема экспериментальной установки.

частотам соответствует $C_0 \cong 3.95 \times 10^5$ см/с. Все эксперименты проводились при комнатной температуре.

В контрольных экспериментах со стеклянным стержнем никаких нелинейных эффектов (даже при несколько больших амплитудах НЧ волны) не наблюдалось, и, следовательно, обнаруженные ниже НЭ и установленные их амплитудные зависимости обусловлены нелинейностью исследуемого образца горной породы.

ЭФФЕКТЫ НЧ ГИСТЕРЕЗИСНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ

В первой серии экспериментов исследовались НЧ эффекты амплитудно-зависимого внутреннего трения (АЗВТ), обусловленные гистерезисной нелинейностью известняка: нелинейные потери и сдвиг резонансной частоты (пропорциональный дефекту модуля упругости), а также генерация второй и третьей гармоник частоты накачки [1–3, 5–10]. В этих экспериментах излучателем накачки I в резонаторе 2 возбуждались НЧ акустические колебания на частоте F , близкой к частоте F_p одной из первых трех его продольных мод, и измерялись амплитудные зависимости нелинейных сдвига резонансной частоты $\Delta F_{nl} = F - F_p < 0$ и коэффициента затухания μ_{nl} , а также амплитуды второй и третьей гармоник частоты накачки. На рис. 2 приведены зависимости амплитуды деформации ϵ_m стержня (в резонансе) от амплитуды электрического напряжения U на излучателе накачки I при возбуждении резонатора на первых трех продольных модах. Из этого рисунка видно, что при увеличении амплитуды возбуждения резонатора зависимости $\epsilon_m = \epsilon_m(U)$ становятся нели-

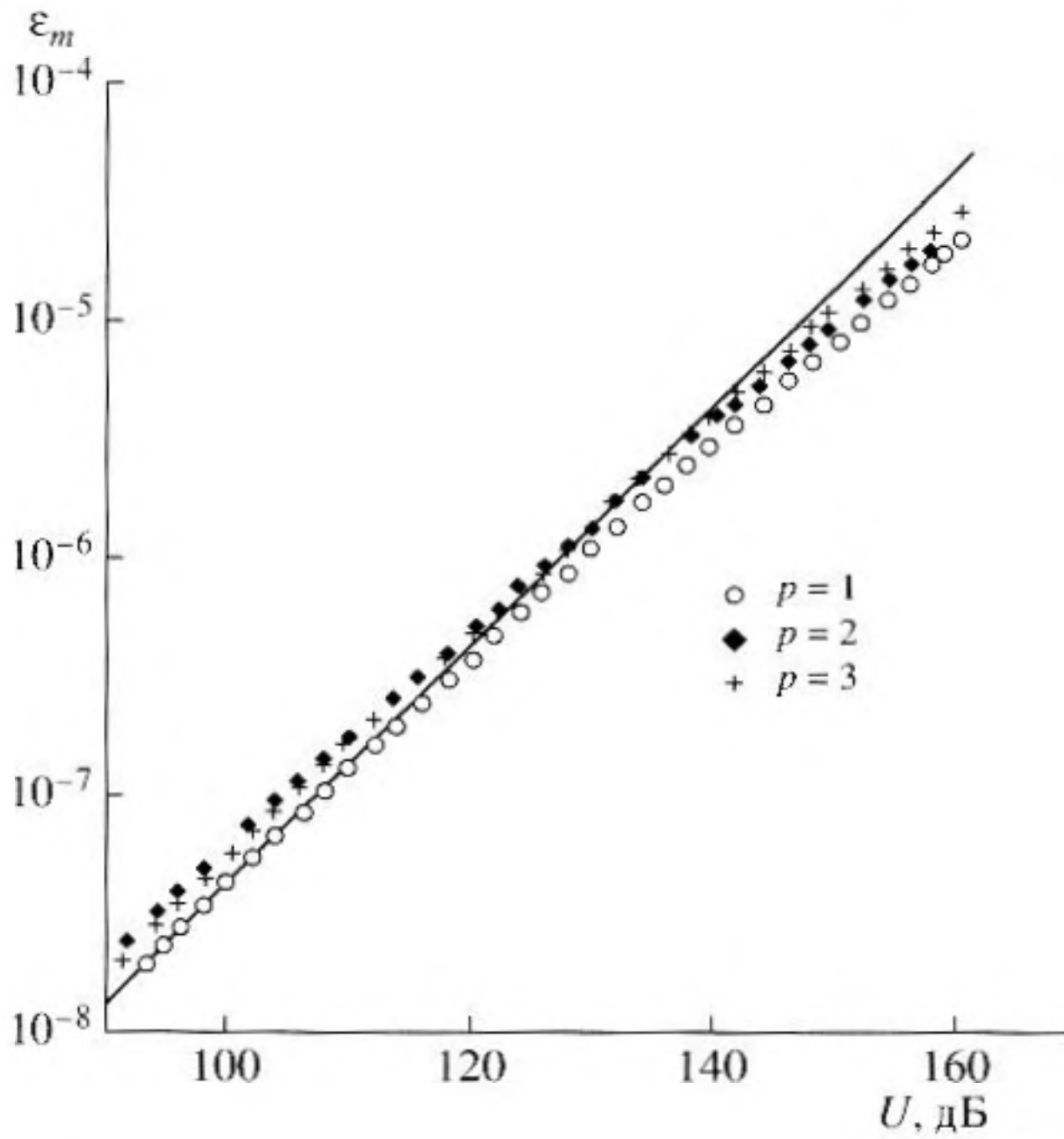


Рис. 2. Зависимость амплитуды волны в резонаторе от амплитуды напряжения на излучателе накачки (в дБ относительно 1 мкВ). Прямая линия соответствует зависимости $\epsilon_m \sim U$.

нейными; это свидетельствует о наличии амплитудно-зависимых потерь известняка. На рис. 3а, 3б представлены графики зависимостей относительных модуля нелинейного сдвига резонансной частоты $|\Delta F_{nl}/F_p|$ и коэффициента нелинейного затухания μ_{nl}/μ_p от ϵ_m , где $\mu_p = (\Omega_p Q_p)^{-1}$, $\Omega_p = 2\pi F_p$, $p = 1, 2, 3$. Относительный коэффициент нелинейного затухания μ_{nl}/μ_p определялся по отклонению наблюдаемой зависимости $\epsilon_m = \epsilon_m(U)$ на рис. 2 от линейной, проведенной через начальные экспериментальные точки (U_1, ϵ_{m1}) , соответствующие малым амплитудам возбуждения резонатора, когда нелинейные потери пренебрежимо малы и $\epsilon_m \sim U$ [3, 4]:

$$\frac{\mu_{nl}}{\mu_p} = \frac{\epsilon_{m1} U}{\epsilon_m U_1} - 1.$$

Из рис. 3а, 3б следует, что для каждой моды резонатора в зависимостях $|\Delta F_{nl}/F_p|$ и μ_{nl}/μ_p от ϵ_m можно выделить два амплитудных диапазона: первый (I) диапазон — $\epsilon_{cr} \approx (5-7) \times 10^{-8} < \epsilon_m < \epsilon^* = (1-3) \times 10^{-7}$, где $|\Delta F_{nl}/F_p| \sim \epsilon_m^2$, $\mu_{nl}/\mu_p \sim \epsilon_m^2$, и второй (II) — $\epsilon^* < \epsilon_m \leq 3 \times 10^{-5}$, где $|\Delta F_{nl}/F_p| \sim \epsilon_m^{2/3}$, $\mu_{nl}/\mu_p \sim \epsilon_m^{2/3}$. (Отметим, что квадратичные зависимости ΔF_{nl} и μ_{nl} от ϵ_m наблюдались также в мраморе [4], поликристаллических свинце [5] и цинке [7], а дробно-степенные, с показателем степени 1/2, — в отожденной меди [3] и свинце [5].) Наличие одинаковых

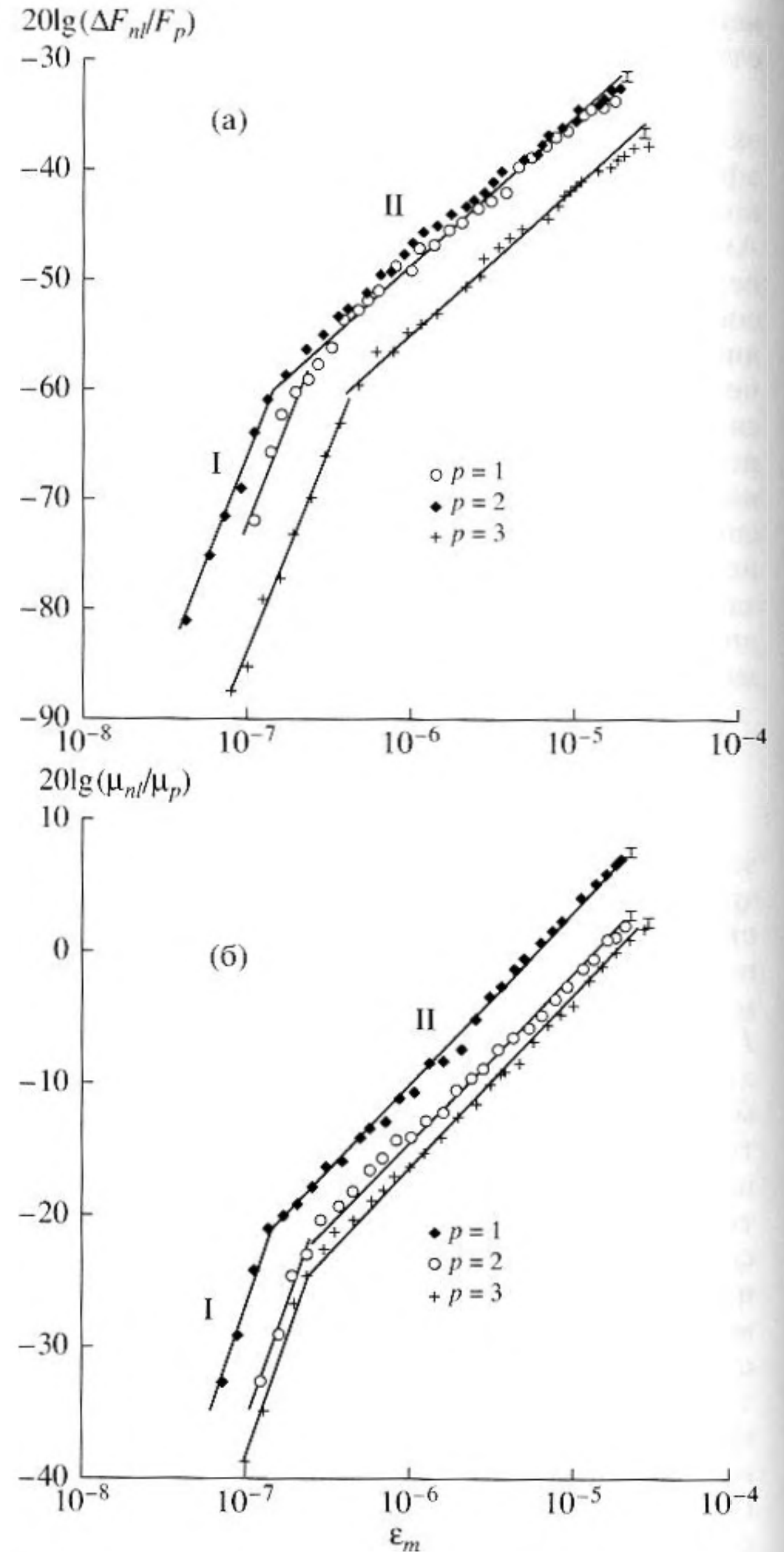


Рис. 3. Зависимости относительных нелинейных сдвига резонансной частоты (а) и коэффициента затухания (б) от амплитуды волны накачки в резонансе. Прямые линии соответствуют зависимостям: I — $|\Delta F_{nl}/F_p| \sim \epsilon_m^2$, $\Delta\mu_{nl}/\mu_p \sim \epsilon_m^2$, II — $|\Delta F_{nl}/F_p| \sim \epsilon_m^{2/3}$, $\Delta\mu_{nl}/\mu_p \sim \epsilon_m^{2/3}$. При $\epsilon_m \approx 2 \times 10^{-5}$ показаны максимальные погрешности измерения $|\Delta F_{nl}/F_p|$ и μ_{nl}/μ_p , связанные с нестационарностью АЗВТ.

зависимостей для $|\Delta F_{nl}/F_p|$ и μ_{nl}/μ_p от ϵ_m свидетельствует о проявлении гистерезисной нелинейности исследуемого образца [1, 2]. Из рис. 3а, 3б также видно, что при $\epsilon_m = \text{const}$ значения $|\Delta F_{nl}/F_p|$ и μ_{nl}/μ_p

заметно зависят от номера моды p , т.е. от частоты F_p возбуждения резонатора, причем $|\Delta F_{nl}/F_1| \approx |\Delta F_{nl}/F_2| > |\Delta F_{nl}/F_3|$, а $\mu_{nl}/\mu_2 > \mu_{nl}/\mu_1 > \mu_{nl}/\mu_3$; это свидетельствует об уменьшении гистерезисной нелинейности известняка при увеличении частоты НЧ волны от 3.8 кГц до 18 кГц.

Далее, при достаточно сильном возбуждении резонатора на первой моде (при $\epsilon_m > 10^{-6} > \epsilon^*$, т.е. во втором диапазоне) наблюдалась также генерация высших гармоник частоты накачки. На рис. 4 приведены графики зависимостей амплитуды смещения $U_2(L)$ свободного торца стержня на частоте второй гармоники и амплитуды деформации ϵ_3 стержня на частоте третьей гармоники от амплитуды деформации ϵ_m на первой моде (в резонансе). Из этих рисунков видно, что зависимости $U_2(L)$ и ϵ_3 от ϵ_m близки к степенной: $U_2(L), \epsilon_3 \sim \epsilon_m^d$, где $d \cong 5/3$. Легко заметить, что здесь показатель степени d на единицу больше $2/3$ – значения показателя степени в зависимостях $|\Delta F_{nl}/F_p|$ и μ_{nl}/μ_p от ϵ_m в этом же (втором) диапазоне (рис. 3а, 3б); именно такие закономерности для нелинейных потерь, дефекта модуля и амплитуд высших гармоник и должны наблюдаться для сред с гистерезисной (неаналитической) степенной нелинейностью [2–5, 7–9]. (Для таких сред показатели степени в зависимостях нелинейных потерь и сдвига резонансной частоты от амплитуды на единицу меньше показателей степени для амплитудных зависимостей высших гармоник.)

Следует отметить, что различие показателей степеней в зависимостях $|\Delta F_{nl}/F_p|$ и μ_{nl}/μ_p от ϵ_m в первом и втором диапазонах не связаны с проявлением временной зависимости АЗВТ [12, 13] (или “медленной динамики” [8, 14, 15]), поскольку временная зависимость АЗВТ была относительно мала (особенно на первой моде, по измерениям на которой и определены значения эффективных параметров гистерезисной нелинейности известняка). При максимальном возбуждении резонатора ($\epsilon_m \cong 2 \times 10^{-5}$) изменение относительного сдвига его резонансной частоты в течение длительного времени (около 45 мин – при длительности проведения одного эксперимента менее 25 мин) не превышало: 10^{-3} и 1.4×10^{-3} – на первой и второй модах (в то время как $\Delta F_{nl}/F_{1,2} \approx 1.4 \times 10^{-2}$), и 9×10^{-4} – на третьей моде (при $\Delta F_{nl}/F_3 \approx 1.1 \times 10^{-2}$). Таким образом, максимальные относительные погрешности измерения величин $\Delta F_{nl}/F_p$ на разных модах резонатора, обусловленные нестационарностью АЗВТ, не превышали, соответственно, 7%, 10% и 8%. Что же касается аналогичных относительных погрешностей измерения величин μ_{nl}/μ_p , то они были еще меньше и не превышали 4%. Следовательно, нестационарные эффекты “медленной динамики” АЗВТ были значительно

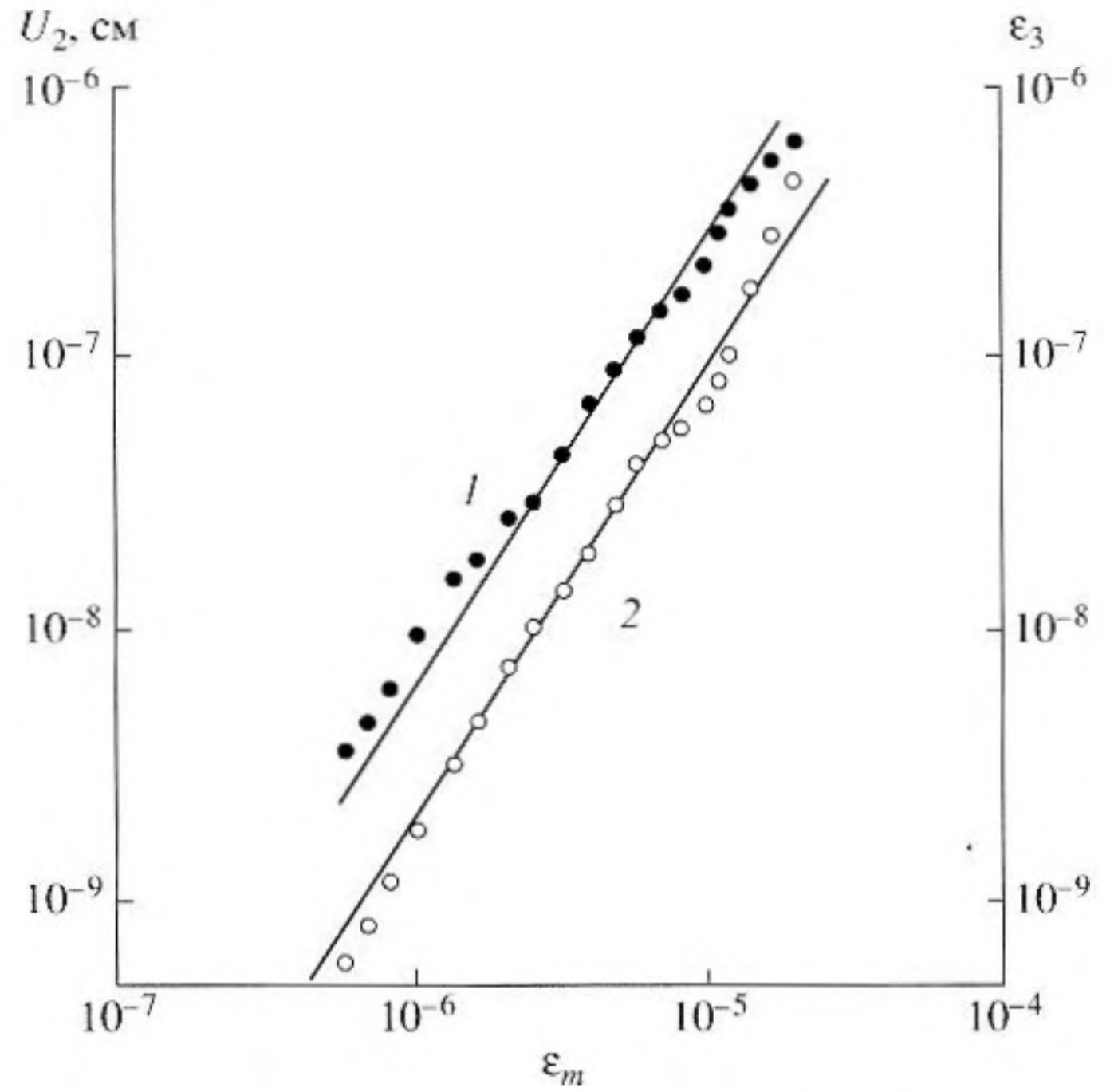


Рис. 4. Зависимости амплитуды смещения U_2 свободного торца стержня на частоте второй гармоники (1) и амплитуды деформации ϵ_3 на частоте третьей гармоники (2) от амплитуды волны накачки в резонансе. Прямые линии соответствуют зависимостям: $U_2, \epsilon_3 \sim \epsilon_m^{5/3}$.

слабее эффектов быстрой нелинейной динамики. (Вообще говоря, это не противоречит результатам работы [15], где отмечается сильный разброс временной зависимости нелинейных сдвига резонансных частот и добротностей для различных материалов.) Аргументом в пользу этого факта являются также следующие два обстоятельства, заключающиеся в том, что если бы временная зависимость АЗВТ вносила заметный вклад в зависимости $\Delta F_{nl}/F_p$ и $\Delta \mu_{nl}/\mu_p$ от ϵ_m во втором диапазоне, то, во-первых, показатели степеней этих зависимостей в этом же диапазоне были бы больше 2 – показателя степени аналогичных зависимостей в первом диапазоне (а они близки к $2/3$), и, во-вторых, что важнее, на показатели степеней в амплитудных зависимостях для второй и третьей гармоник это бы не отразилось и они бы были равны целому числу 3 (в соответствии с нелинейностью первого диапазона); эксперимент же (рис. 4) показывает, что эти степени равны $5/3$. Таким образом, амплитудные зависимости второй и третьей гармоник (вместе с соответствующими закономерностями нелинейных сдвига резонансной частоты и потерь) свидетельствуют о проявлении во втором диапазоне быстрой гистерезисной нелинейности с дробным показателем степени $5/3$.

При проведении аналитических расчетов и получении выражений, определяющих НЧ эффек-

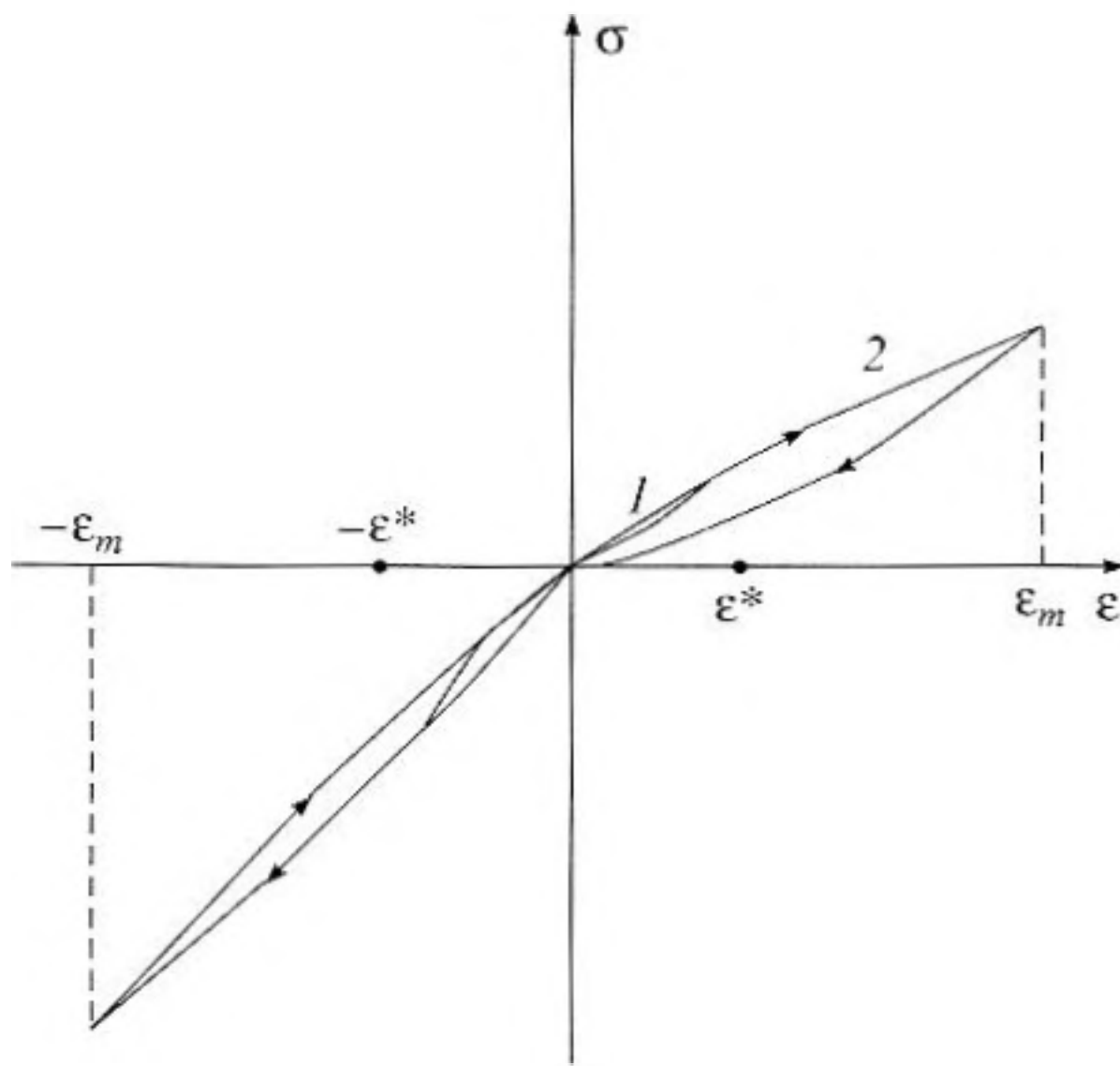


Рис. 5. Квазистатические зависимости $\sigma = \sigma(\epsilon, \text{sign} \dot{\epsilon}, \dot{\epsilon})$ для упругих гистерезисов (1), (2) при малых ($\epsilon_m < \epsilon^*$) – (1) и при больших амплитудах деформации ($\epsilon_m \gg \epsilon^*$) – (2).

ты АЗВТ, мы будем использовать два различных вида гистерезиса. (Согласно терминологии Асано [16], такие гистерезисы называются гистерезисами отрыва и трения, однако подобная их классификация нам представляется не совсем удачной, поскольку предложенный в работе [17] адгезионный гистерезис трещиноватых сред по физической сути является гистерезисом отрыва, а по форме – соответствует гистерезису трения. В связи с этим, здесь гистерезисы отрыва и трения мы будем называть, соответственно, упругим и неупругим гистерезисами [18].)

Обнаруженные амплитудные зависимости эффектов АЗВТ (рис. 2–4) можно объяснить и описать в рамках следующего уравнения состояния, содержащего различные упругие гистерезисы [5], качественно аналогичные дислокационному гистерезису Гранато–Люкке [1, 16]:

$$\sigma(\epsilon, \text{sign} \dot{\epsilon}, \dot{\epsilon}) = E[\epsilon - f(\epsilon, \text{sign} \dot{\epsilon})] + \alpha \rho \dot{\epsilon}, \quad (1)$$

$$f(\epsilon, \text{sign} \dot{\epsilon}) =$$

$$= \frac{1}{n} \begin{cases} \gamma_1 \epsilon^n, & \epsilon > 0, \quad \dot{\epsilon} > 0; \\ -\gamma_2 \epsilon^n + (\gamma_1 + \gamma_2) \epsilon_m^{n-1} \epsilon, & \epsilon > 0, \quad \dot{\epsilon} < 0; \\ -\gamma_3 \epsilon^n, & \epsilon < 0, \quad \dot{\epsilon} < 0; \\ \gamma_4 \epsilon^n - (\gamma_3 + \gamma_4) \epsilon_m^{n-1} \epsilon, & \epsilon < 0, \quad \dot{\epsilon} > 0, \end{cases} \quad (2)$$

где σ , ϵ , $\dot{\epsilon}$ – продольные напряжение, деформация и скорость деформации стержня, E – модуль Юнга, α – коэффициент вязкости, ρ – плотность, γ_i – па-

раметры гистерезисной нелинейности, $\epsilon_m = \epsilon_m(x)$ – локальная амплитуда деформации, $n = 3$ при $\epsilon_m < \epsilon^*$ и $n = 5/3$ при $\epsilon_m > \epsilon^*$, $|\gamma_i \epsilon_m^n| \ll 1$. В выражении (2) используется одна и та же индексация параметров γ_{1-4} при $\epsilon_m < \epsilon^*$ и $\epsilon_m > \epsilon^*$, но, конечно, значения этих параметров в различных диапазонах различны. Зависимости (1), (2), качественно иллюстрирующие такие гистерезисы (при $\epsilon_m < \epsilon^*$ и $\epsilon_m \gg \epsilon^*$), приведены на рис. 5.

Уравнения состояния (1), (2), вместе с уравнением движения $\rho W_{tt} = \sigma_x(\epsilon, \text{sign} \dot{\epsilon}, \dot{\epsilon})$ и граничными условиями на торцах: $W(x=0, t) = A_0 \cos \Omega t$, $W_x(x=L, t) = 0$, (где W – смещение, $\epsilon = W_x$, A_0 и Ω – амплитуда и частота колебаний излучателя накачки) описывают НЧ нелинейные волновые процессы в таком резонаторе [2, 4, 7].

В первом диапазоне ($\epsilon_m < \epsilon^*$), выражения для $\Delta F_{nl}/F_p$ и μ_{nl}/μ_p имеют вид [3, 5]:

$$\Delta F_{nl}/F_p = -b_1 \epsilon_m^2, \quad \mu_{nl}/\mu_p = a_1 Q_p \epsilon_m^2, \quad (3)$$

где $Q_p = C_0^2 / \alpha \Omega_p$, а коэффициенты a_1 , b_1 являются линейными комбинациями параметров γ_i : $a_1 =$

$$= \frac{1}{16\pi} (\gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_3 - \gamma_4), \quad b_1 = \frac{1}{32} \left\{ (\gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_3 - \gamma_4) + \frac{3}{4} (\gamma_1 - \gamma_2 - \gamma_3 + \gamma_4) \right\}.$$

Из сравнения экспериментальных результатов (рис. 3а, 3б) и выражений (3) при $p=1$ можно оценить значения коэффициентов a_1 , b_1 , а по ним и параметров $\gamma_1-\gamma_3$, $\gamma_2-\gamma_4$: $a_1 = 7.2 \times 10^9$, $b_1 = 2.2 \times 10^{10}$, $\gamma_1-\gamma_3 = 4.2 \times 10^{11}$, $\gamma_2-\gamma_4 = -6 \times 10^{10}$.

Во втором диапазоне ($\epsilon_m > \epsilon^*$), выражения для $\Delta F_{nl}/F_p$, μ_{nl}/μ_p , амплитуд смещения $U_2(L)$ и деформации ϵ_3 на частотах второй и третьей гармоник имеют вид:

$$\Delta F_{nl}/F_p = -b_1 \epsilon_m^{2/3}, \quad \mu_{nl}/\mu_p = a_1 Q_p \epsilon_m^{2/3}, \quad (4)$$

$$U_2(L) = \frac{4\sqrt{3}\pi\sqrt{a_2^2 + b_2^2}L}{55\Gamma(2/3)\Gamma(5/6)} \epsilon_m^{5/3}, \quad (5)$$

$$\epsilon_3 = \frac{9\sqrt{3}\pi}{56\pi} \frac{\Gamma(2/3)\Gamma(5/6)\Omega_p\sqrt{a_3^2 + b_3^2}}{[(\Omega_p/Q_{3p-1})^2 + 4(\delta_{nl} - \Delta\Omega_p/3)^2]^{1/2}} \epsilon_m^{5/3}, \quad (6)$$

где $\delta_{nl} = 2\pi\Delta F_{nl}$, $\Delta\Omega_p = 3\Omega_p - \Omega_{3p-1}$ – дисперсионная расстройка частоты $3\Omega_p$ от соответствующего резонанса,

$$a_1 = \frac{9\sqrt{3}\Gamma(2/3)\Gamma(5/6)}{64\pi^{5/2}} (\gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_3 - \gamma_4),$$

$$b_1 = \frac{405\Gamma^2(2/3)\Gamma^2(5/6)}{512\pi^3}(\gamma_1 - \gamma_2 - \gamma_3 + \gamma_4) + \pi a_1,$$

$$a_2 = -\left[\frac{2\sqrt{3}\pi}{11\Gamma(2/3)\Gamma(5/6)}(\gamma_1 - \gamma_2 + \gamma_3 - \gamma_4) + \frac{1}{3\pi}(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4) \right],$$

$$b_2 = -\frac{4}{33\pi}(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4),$$

$$a_3 = \frac{1}{56\pi}(\gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_3 - \gamma_4),$$

$$b_3 = -\frac{15\sqrt{3}\Gamma(2/3)\Gamma(5/6)}{224\pi^{3/2}}(\gamma_1 - \gamma_2 - \gamma_3 + \gamma_4).$$

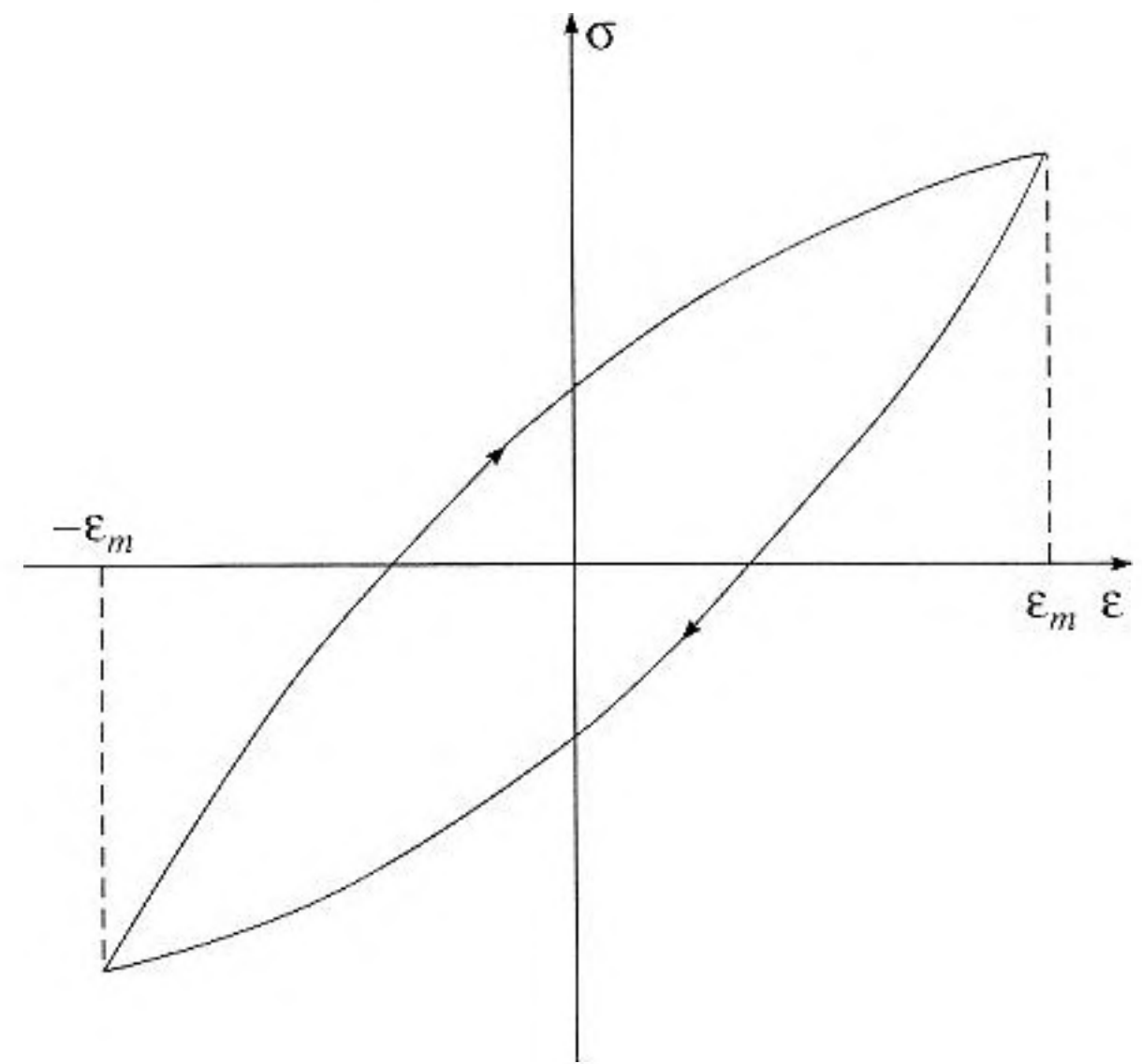


Рис. 6. Квазистатическая зависимости $\sigma = \sigma(\epsilon, \text{sign} \dot{\epsilon}, \dot{\epsilon})$ для неупругого гистерезиса (1), (7).

Здесь, при получении выражений (4)–(6), нелинейностью (2) первого диапазона пренебрегалось, поскольку амплитуда и длительность фазы (т.е. времени нахождения точки (ϵ, σ) на диаграмме $\sigma = \sigma(\epsilon, \text{sign} \dot{\epsilon}, \dot{\epsilon})$) для первого диапазона значительно меньше соответствующих величин для второго диапазона (отношение максимальных амплитуд для второго и первого диапазонов составляет $\sim 10^2$, аналогичной величине равно и отношение длительностей фаз второго и первого диапазонов). Таким образом, вкладом нелинейных эффектов за счет гистерезиса в первом диапазоне можно пренебречь, по сравнению с вкладом нелинейных эффектов за счет гистерезиса во втором диапазоне.

Из сравнения экспериментальных результатов (рис. 3) и выражений (4) при $p = 1$ находим коэффициенты a_1, b_1 и параметры $\gamma_1 - \gamma_3, \gamma_2 - \gamma_4$: $a_1 = 8, b_1 = 40, \gamma_1 - \gamma_3 = 330, \gamma_2 - \gamma_4 = 55$. Из сравнения выражений (5), (6) для амплитуд второй и третьей гармоник (при $p = 1, \Delta\Omega_1 = 440 \text{ с}^{-1}$) с измерениями, показанными на рис. 4, находим: $\sqrt{a_2^2 + b_2^2} = 14, \sqrt{a_3^2 + b_3^2} = 9.3$. Заметим, что значение последнего коэффициента можно также однозначно вычислить и из уже определенных (по нелинейным потерям и сдвигу частоты) параметров $\gamma_1 - \gamma_3$ и $\gamma_2 - \gamma_4$: $\sqrt{a_3^2 + b_3^2} = 9$. Как видно, определение коэффициента $\sqrt{a_3^2 + b_3^2}$ двумя различными и независимыми способами дает близкие результаты, что свидетельствует об адекватном выборе гистерезисного уравнения состояния (2) исследуемого образца и корректном аналитическом описании экспериментально наблюдаемых в нем НЧ эффектов АЗВТ.

В заключение этого раздела отметим следующий важный момент, связанный с тем, что НЧ

эффекты АЗВТ можно, вообще говоря, описывать не только упругим гистерезисом (2), но и гистерезисом неупругим [18]. Для неупругого гистерезиса, состоящего из двух ветвей, нелинейную функцию $f = f(\epsilon, \text{sign} \dot{\epsilon})$ (во втором диапазоне) зададим в следующем виде:

$$f(\epsilon, \text{sign} \dot{\epsilon}) = \beta \epsilon_m^{2/3} \epsilon + \gamma (\epsilon + \epsilon_m \text{sign} \dot{\epsilon})^{5/3} - 2^{2/3} \gamma \epsilon_m^{5/3} \text{sign} \dot{\epsilon}. \quad (7)$$

Качественный вид такого неупругого гистерезиса (1), (7) изображен на рис. 6. В этом уравнении всего два параметра нелинейности β и γ , причем негистерезисное слагаемое $\beta \epsilon_m^{2/3} \epsilon$ введено специально для увеличения числа “степеней свободы” до двух, поскольку независимых измерений – четыре, а свободный параметр (если не вводить слагаемое $\beta \epsilon_m^{2/3} \epsilon$) всего один – γ . В этом случае величины $\Delta F_{nl}/F_p, \mu_{nl}/\mu_p, U_2(L)$ и ϵ_3 определяются выражениями, аналогичными (4)–(6):

$$\Delta F_{nl}/F_p = -b_1 \epsilon_m^{2/3}, \quad \mu_{nl}/\mu_p = a_1 Q_p \epsilon_m^{2/3}, \quad (8)$$

$$U_2(L) = \frac{4\sqrt{3}\pi \sqrt{a_2^2 + b_2^2} L}{33\Gamma(2/3)\Gamma(5/6)} \epsilon_m^{5/3}, \quad (9)$$

$$\epsilon_3 = \frac{325\sqrt{3}/\pi}{504\pi} \times \frac{\Gamma(2/3)\Gamma(5/6)\Omega_p \sqrt{a_3^2 + b_3^2}}{[(\Omega_p/Q_{3p-1})^2 + 4(\delta_{nl} - \Delta\Omega_p/3)^2]^{1/2}} \epsilon_m^{5/3}, \quad (10)$$

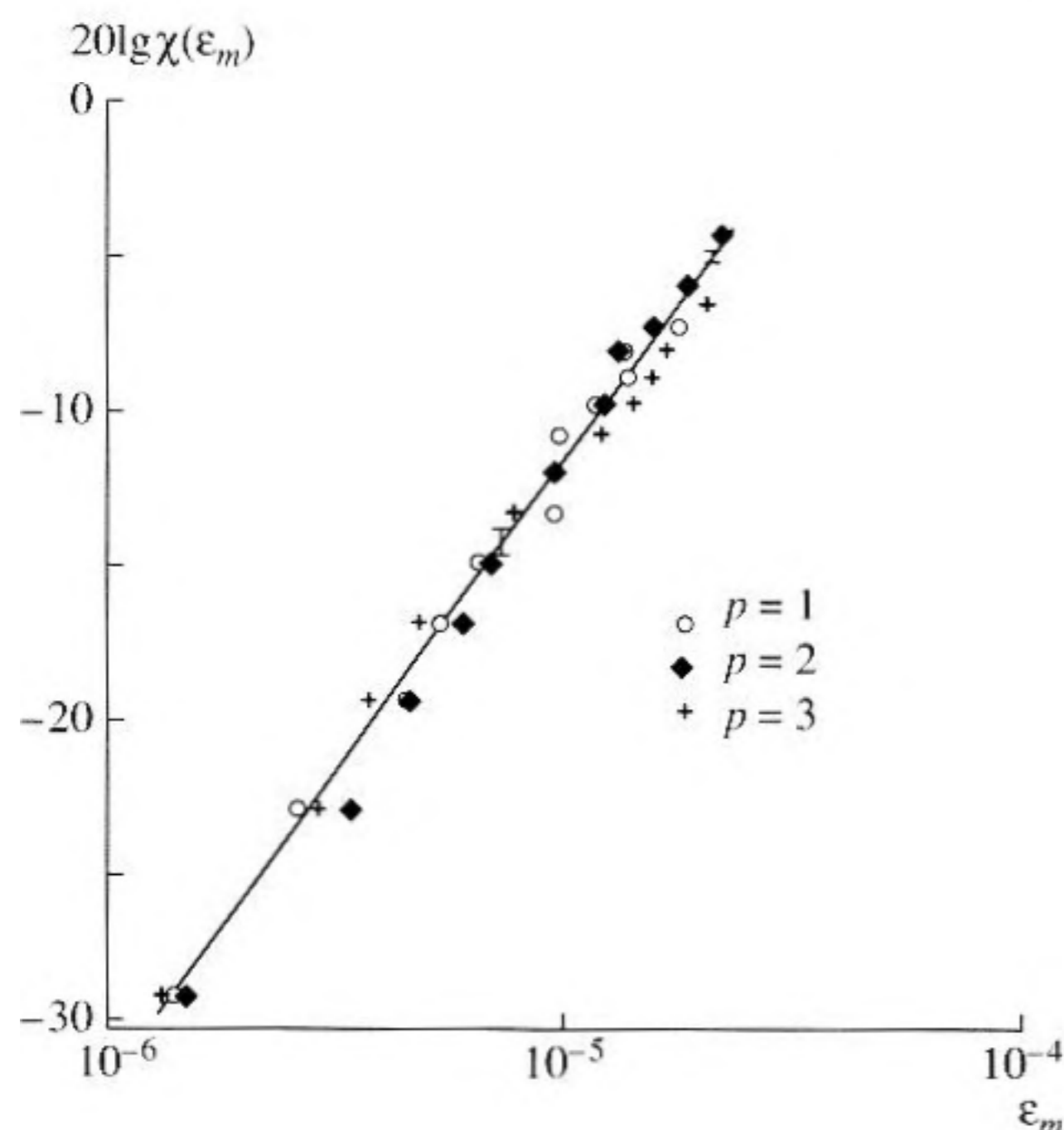


Рис. 7. Зависимость коэффициента нелинейного затухания ВЧ импульса от амплитуды НЧ волны накачки. Прямая линия соответствует зависимости $\chi(\epsilon_m) \sim \epsilon_m$.

$$\text{где } a_1 = \frac{2^{2/3}\gamma}{\pi}, b_1 = \beta + \frac{\gamma}{\pi} \left(1 + \frac{2^{2/3}7\Gamma(7/6)}{8\Gamma(5/3)} (1 + 2^{1/2} + \pi^{1/2}) \right), a_2 = \frac{7(5.75 + \sqrt{2})\Gamma(7/6)\gamma}{10\sqrt{2}\pi\Gamma(5/3)}, b_2 = 0, a_3 = -\frac{493 \times 2^{2/3}\gamma}{231\pi}, b_3 = \frac{\gamma}{22\pi} \left(\frac{2^{2/3}\sqrt{\pi}\Gamma(7/6)}{5\Gamma(5/3)} (146\sqrt{2} - 1939.5) - \frac{495}{14} \right).$$

Как видно из выражений (8)–(10), неупругий гистерезис (7) дает такие же, как и упругий гистерезис (2) при $n = 5/3$, амплитудные зависимости НЧ эффектов АЗВТ, однако определенные из сравнения аналитических и экспериментальных результатов значения параметра γ противоречат друг другу. Так, если определить параметры β и γ по традиционно измеряемым эффектам АЗВТ – нелинейным сдвигу резонансной частоты и потерям, то получим (при $p = 1$), что $\beta = 4.1$ и $\gamma = 25.5$ (здесь противоречий пока нет!). Однако, такое значение γ соответствует следующим

эффективным параметрам $\sqrt{a_2^2 + b_2^2}$ и $\sqrt{a_3^2 + b_3^2}$ гистерезисной нелинейности, определяющим амплитуды второй и третьей гармоник НЧ волны накачки: $\sqrt{a_2^2 + b_2^2} = 52.4$ и $\sqrt{a_3^2 + b_3^2} = 380.6$. Но эти же параметры можно определить и по амплитудным зависимостям высших гармоник (рис. 4). Из выражений (9), (10) и рис. 4 получаем: $\sqrt{a_2^2 + b_2^2} =$

$= 3.4$ и $\sqrt{a_3^2 + b_3^2} = 6350$. Как видно, значения параметров $\sqrt{a_2^2 + b_2^2}$ и $\sqrt{a_3^2 + b_3^2}$, определенных по второй и третьей гармоникам, оказываются, соответственно, в 15 раз меньше и в 17 раз больше значений этих же параметров, вычисленных по сдвигу резонансной частоты и нелинейным потерям. Таким образом, вследствие такого явного противоречия, неупругий гистерезис для описания НЧ эффектов АЗВТ в исследованном образце известняка не пригоден.

ПРОЯВЛЕНИЕ ВЧ ДИССИПАТИВНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ – ЭФФЕКТ ЗАТУХАНИЯ ЗВУКА НА ЗВУКЕ

Во второй серии экспериментов наблюдался и исследовался эффект затухания звука на звуке, связанный с проявлением ВЧ диссипативной нелинейности [4, 5, 7, 9]. В этих экспериментах, кроме возбуждения НЧ волны накачки, ВЧ излучателем 4 в резонаторе 2 создавались слабые ультразвуковые импульсы. Их длительность составляла 200 мкс, частота повторения 26 Гц, а частоты f находились в диапазоне от 60 кГц до 600 кГц. После прохождения через стержень импульсы принимались акселерометром 6, сигналы с которого поступали на осциллоскоп, где производилось измерение их относительной амплитуды $U_2(\epsilon_m)$. При увеличении амплитуды деформации ϵ_m волны накачки (в диапазоне $\epsilon_m > 10^{-6} > \epsilon^*$, т.е. во втором диапазоне) амплитуда принимаемого импульса $U_2(\epsilon_m)$ заметно уменьшалась. На рис. 7 приведены зависимости коэффициента нелинейного затухания импульса $\chi(\epsilon_m) = \ln[U_0/U_2(\epsilon_m)]$ (U_0 – амплитуда импульса без накачки) с частотой $f = 180$ кГц от амплитуды деформации ϵ_m (в резонансе) при возбуждении резонатора на трех первых модах. В этих измерениях было установлено, что коэффициент $\chi(\epsilon_m)$ не зависит от амплитуды слабого ВЧ импульса. Из рис. 7 видно, что коэффициент $\chi(\epsilon_m)$ не зависит от частоты F_p волны накачки и является линейной функцией ее амплитуды деформации ϵ_m , т.е. $\chi(\epsilon_m) \sim \epsilon_m$. Такие же зависимости наблюдались и для ультразвуковых импульсов с другими частотами f .

Из сравнения рис. 3, 4 с рис. 7 следует, что гистерезисная и диссипативная нелинейности известняка (как и некоторых других поликристаллических твердых тел) качественно отличаются друг от друга, поскольку амплитудно-частотные зависимости НЧ гистерезисных эффектов не соответствуют зависимости $\chi = \chi(\epsilon_m)$. На основе этого факта можно сделать утверждение, что причины гистерезисной и диссипативной нелинейностей исследуемого образца известняка различны.

Необходимо, однако, отметить, что незначительное изменение амплитуды слабого ультразвукового импульса в поле мощной НЧ волны накачки возможно и в резонаторе с гистерезисной нелинейностью (2) (за счет изменения средней скорости распространения ВЧ импульса вдоль резонатора), но при этом зависимость коэффициента $\chi(\epsilon_m)$ от амплитуды ϵ_m будет отличаться от экспериментально установленной ($\chi(\epsilon_m) \sim \epsilon_m$), а его величина будет незначительной. Расчеты, аналогичные проведенным в [9] и основанные на решении уравнения движения и уравнения состояния (1), (2) при $n = 5/3$ и при заданной волне накачки $\epsilon_p(x, t) = \epsilon_m \cos K_p x \sin[\Omega_p t + \vartheta]$, $\vartheta = \text{const}$, показывают, что для такого резонатора коэффициент $\chi(\epsilon_m)$ определяется выражением:

$$\chi(\epsilon_m) = \frac{3}{20} \left[\frac{5\sqrt{3}\Gamma(2/3)\Gamma(5/6)}{2\pi^{3/2}} \times \right. \\ \left. \times (\gamma_1 - \gamma_2 - \gamma_3 + \gamma_4) + (\gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_3 - \gamma_4) \right] \epsilon_m^{2/3}. \quad (11)$$

Подставляя в (11) значение параметров $\gamma_1 - \gamma_3 = 330$ и $\gamma_2 - \gamma_4 = 55$ и $\epsilon_m = 10^{-5}$, получим: $\chi(\epsilon_m) = 4.9 \times 10^{-2}$, что в 5 раз меньше экспериментально измеренного значения $\chi(\epsilon_m) = 2.5 \times 10^{-1}$ при этой же амплитуде ϵ_m (см. рис. 7). Это позволяет не учитывать вклад гистерезисной нелинейности в эффект затухания ВЧ импульса в поле НЧ волны, обусловленный нелинейностью диссипативной.

Для объяснения и аналитического описания эффекта затухания звука на звуке необходимо предположить, что известняк обладает ВЧ диссипативной нелинейностью, а его уравнение состояния (в ВЧ диапазоне) имеет вид [5]:

$$\sigma(\epsilon, \dot{\epsilon}) = E\epsilon + \alpha\rho(1 + g|\epsilon|^S)\dot{\epsilon}, \quad (12)$$

где параметр g и показатель степени S определяются из условия согласования аналитической и экспериментальной зависимости $\chi = \chi(\epsilon_m)$. Выбор нелинейного диссипативного слагаемого, пропорционального $g|\epsilon|^S\dot{\epsilon}$, определяется тем, что, во-первых, коэффициент $\chi(\epsilon_m)$ является степенной функцией амплитуды деформации ϵ_m волны накачки и не зависит от ее частоты F_p и, во-вторых, $\chi(\epsilon_m)$ не зависит от амплитуды слабого ультразвукового импульса. Из решения уравнения движения и уравнения состояния (12) можно получить выражение для $\chi(\epsilon_m)$:

$$\chi(\epsilon_m) = \frac{\alpha g L \omega^2}{2\pi C_0^3} \left(\frac{\Gamma[(S+1)/2]}{\Gamma[(S+2)/2]} \right)^2 \epsilon_m^S. \quad (13)$$

Из сравнения выражения (13) с результатом эксперимента (рис. 7) находим показатель степени S и параметр g диссипативной нелинейности исследуемого образца известняка: $S = 1$, $g = 2.5 \times$

$\times 10^4$ ($\alpha\omega^2 L/2C_0^3 \approx 1$ при $f = 180$ кГц). Отметим, что диссипативная нелинейность известняка совпадает по показателю S и близка по параметру g с аналогичной нелинейностью для гранита [4] и свинца [6].

Наконец, подобно тому, как было показано, что гистерезисная нелинейность не влияет на эффект затухания звука на звуке, можно показать, что и диссипативная нелинейность не влияет на НЧ эффекты АЗВТ: для резонатора с диссипативной нелинейностью (12) нелинейные потери пренебрежимо малы и пропорциональны ϵ_m , сдвиг резонансной частоты и вторая гармоника отсутствуют, а амплитуда третьей гармоники пропорциональна ϵ_m^2 – все это не соответствует результатам первой серии экспериментов (рис. 3, 4).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе приведены результаты экспериментальных исследований нелинейных акустических эффектов (амплитудно-зависимых потерь и сдвига резонансной частоты, генерации второй и третьей гармоник НЧ волны и затухания ВЧ импульса под действием НЧ волны) в стержневом резонаторе из сухого пористого известняка. Анализ экспериментально установленных амплитудных зависимостей этих эффектов показал, что акустическая нелинейность исследуемого образца содержит две принципиально различные составляющие – НЧ гистерезисную и ВЧ диссипативную, каждая из которых характеризуется различными степенными функциями деформации. При относительно малой амплитуде деформации ($\epsilon_{cr} \approx 6 \times 10^{-8} < \epsilon_m < \epsilon^* \approx 2 \times 10^{-7}$) показатель степени гистерезисной нелинейности равен целому числу 3, а при большой ($\epsilon^* < \epsilon_m \leq 3 \times 10^{-5}$) – он изменяется на дробное число $5/3$; показатель же степени S диссипативной нелинейности (при $10^{-6} < \epsilon_m \leq 3 \times 10^{-5}$) равен 1. Аналитическое описание нелинейных эффектов проведено в рамках феноменологических уравнений состояния, содержащих, соответственно, НЧ гистерезисную и ВЧ диссипативную нелинейности. Из сравнения полученных аналитических выражений с результатами измерений определены эффективные параметры гистерезисной и диссипативной нелинейности исследованного образца; их значения существенно превышают аналогичные значения параметров нелинейности для однородных (бездефектных) слабо-нелинейных твердых тел (например, стекла и стали [19]). Важно заметить, что при описании НЧ эффектов АЗВТ были использованы модели как упругого, так и неупругого гистерезисов и при этом было показано, что модель упругого гистерезиса самоогласованным образом описывает результаты экспериментов с исследованным образцом известняка, а модель неупругого гистерезиса для

объяснения этих результатов не пригодна. Это утверждение, однако, не является универсальным и справедливым для всех твердых тел с несовершенной упругостью – для некоторых из них более приемлемым может оказаться неупругий гистерезис, при этом в каждом конкретном случае ответ на вопрос, каким гистерезисом описывать ту или иную среду, можно получить только на основе анализа результатов эксперимента. В связи с этим, поиск материалов (среди горных пород, металлов и т.д.), обладающих сильной “неклассической” нелинейностью, а также изучение и выявление механизмов их нелинейности, является одной из актуальных проблем современной нелинейной акустики микронеоднородных сред – он будет нами продолжен.

В заключение отметим, что в акустике дробно-степенные нелинейности встречаются значительно реже, чем целочисленные. Ранее, при проведении исследований НЧ эффектов АЗВТ в отожженной меди [3] и свинце [5] наблюдалась зависимость $\Delta F_{nl} \sim \epsilon_m^{1/2}$, соответствующая нелинейности упругого контакта Герца [11], когда $f(\epsilon) \sim |\epsilon|^{3/2}$, при этом для отожженной меди отмечалось увеличение такой нелинейности с ростом размеров зерна в ее структуре. Такого же типа нелинейность проявлялась и в экспериментах по самодемодуляции ВЧ акустических импульсов в зернистых средах [20, 21], где безусловно имели место герцевские контакты между отдельными зернами. Можно предположить, что другие (отличные от 3/2 и 5/3) дробно-степенные нелинейности (с показателями более 1) могут наблюдаться и в некоторых других микронеоднородных средах и материалах, в которых их структурные дефекты обладают фрактальными свойствами [22]. Нам представляется, что наблюдаемая при $\epsilon_m > \epsilon^*$ гистерезисная нелинейность с дробным показателем степени 5/3 может быть связана с фрактальной структурой каких-либо дефектов известняка (например, дислокаций или поверхностей микротрещин [23]).

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 05-05-64941) и гранта президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых МК-4587.2006.2.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Granato A., Lucke K. Theory of mechanical damping due to dislocations // J. Appl. Phys. 1956. V. 27. № 5. P. 583–593.
2. Nazarov V.E., Ostrovsky L.A., Soustova I.A., Sutin A.M. Nonlinear acoustics of micro-inhomogeneous media // Physics of the Earth and Planetary Interiors. 1988. V. 50. № 1. P. 65–73.
3. Назаров В.Е. Влияние структуры меди на ее акустическую нелинейность // ФММ. 1991. № 3. С. 172–178.
4. Зименков С.В., Назаров В.Е. Нелинейные акустические эффекты в образцах горных пород // Физика Земли. 1993. № 1. С. 13–18.
5. Назаров В.Е. Амплитудно-зависимое внутреннее трение свинца // ФММ. 1999. Т. 88. № 4. С. 82–90.
6. Guyer R.A., Johnson P.A. Nonlinear mesoscopic elasticity: evidence for a new class materials // Physics Today. 1999. № 4. P. 30–36.
7. Nazarov V.E., Kolpakov A.B. Experimental investigations of nonlinear acoustic phenomena in polycrystalline zinc // JASA. 2000. V. 107. № 4. P. 1915–1921.
8. Ostrovsky L.A., Johnson P.A. Dynamic nonlinear elasticity in geomaterials // La Rivista del Nuovo Cimento. 2001. V. 24. Ser. 4. № 7. P. 1–46.
9. Назаров В.Е., Радостин А.В. Экспериментальное исследование эффектов амплитудно-зависимого внутреннего трения в резонаторе из песчаника // Акуст. журн. 2004. Т. 50. № 4. С. 524–532.
10. TenCate J.A., Pasqualini D., Habib S., Heitmann K., Higdon D., Johnson P.A. Nonlinear and Nonequilibrium Dynamics in Geomaterials // Phys. Rev. Lett. 2004. V. 93. № 6. P. 065501.
11. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1965. 204 с.
12. Chambers R.H., Smoluchowski R. Time dependent internal friction in aluminium and magnesium single crystals // Phys. Rev. 1960. V. 117. № 3. P. 715–731.
13. Trott B.D., Birnbaum H.K. Time dependence of dislocation damping // J. Appl. Phys. 1970. V. 41. № 11. P. 4434–4438.
14. TenCate J., Shankland T. Slow dynamic in the nonlinear elastic response of Berea sandstone // Geophys. Res. Lett. 1996. V. 23. P. 3019–3026.
15. Johnson P., Sutin A. Slow dynamic and anomalous nonlinear fast dynamic in diverse solids // JASA. 2005. V. 117. № 1. P. 124–130.
16. Asano S. Theory of nonlinear damping due to dislocation hysteresis // J. Phys. Soc. Jap. 1970. V. 29. № 4. P. 952–963.
17. Назаров В.Е., Радостин А.В. Адгезионный механизм гистерезисной нелинейности трещиноватых сред // Физика Земли. 2003. № 2. С. 85–91.
18. Назаров В.Е., Радостин А.В., Островский Л.А., Соустова И.А. Нелинейные волновые процессы в средах с гистерезисной нелинейностью. Часть I // Акуст. журн. 2003. Т. 49. № 3. С. 385–395.
19. Зарембо Л.К., Красильников В.А. Нелинейные явления при распространении упругих волн в твердых телах // УФН. 1970. Т. 102. № 4. С. 549–586.
20. Nazarov V.E., Kolpakov A.B., Zaitsev V.Yu. Parametric generation of low-frequency acoustic pulses in river sand // Acoust. Lett. 1998. V. 21. № 9. P. 182–188.
21. Tournat V., Zaitsev V., Gusev V., Nazarov V.E., Bequin P., Castagnede B. Probing weak forces in granular media through nonlinear dynamic dilatancy: clapping contact and polarization anisotropy // Phys. Rev. Lett. 2004. V. 92. № 8. P. 085502(1–4).

22. Mandelbrot B.B. The fractal geometry of nature. San Francisco: Freeman, 1982.
23. Бородич Ф.М., Мосолов А.Б. Фрактальный контакт твердых тел // ЖТФ. 1991. Т. 61. № 9. С. 50–54.

An Experimental Study of Nonlinear Acoustical Effects in Limestone

V. E. Nazarov, A. B. Kolpakov, and A. V. Radostin

Institute of Applied Physics, Russian Academy of Sciences, ul. Ul'yanova 46, Nizhni Novgorod, 603950 Russia

e-mail: nazarov@hydro.appl.sci-nnov.ru

Abstract—Results of an experimental study of nonlinear acoustic effects (amplitude-dependent loss, resonance frequency shift, second and third harmonic generation, and attenuation of sound by sound) in a limestone bar resonator are reported. The observed effects are analytically described in the framework of phenomenological equations of state with allowance for the low-frequency hysteretic nonlinearity and the high-frequency dissipative nonlinearity. Experimental and analytical dependences of nonlinear effects are compared to find the parameters of the hysteretic and dissipative nonlinearities of the limestone sample studied.