АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2010, том 56, № 2, с. 152–161

КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ И ТЕОРИИ ВОЛН

УДК.534; 551.510

О РАССЕЯНИИ ЗВУКА В ВЯЗКОЙ МИКРОНЕОДНОРОДНОЙ ДВИЖУЩЕЙСЯ СРЕДЕ ПРИ БОЛЬШИХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

А. Г. Семенов

Акустический институт им. акад. Н.Н. Андреева

117036 Москва, ул. Шверника 4

E-mail:asemen@akin.ru

Поступила в редакцию 29.12.08 г.

Предложено обобщение закона Релея затухания низкочастотного звука в микронеоднородной среде на случай рассеивающих частиц, движущихся в вязкой жидкости при больших числах Рейнольдса. Показано, что в этих условиях затухание может не зависить от рассеяния на самих движущихся частицах и определяться лишь создаваемым ими течением, причем максимум затухания наблюдается в направлении, поперечном движению частиц. Соответствующие поправки, пропорциональные первой степени гидродинамического числа Маха, сравниваются с поправками, лежащими в основе модифицированного закона Релея, предложенного ранее для условий потенциального обтекания неоднородностей в идеальной жидкости, а также с закономерностями рассеяния в микронеоднородной движущейся вязкой среде при малых числах Рейнольдса. В качестве примера действия обобщенного закона, на этой основе, уточнены особенности рассеяния звука дождем.

Рассеяние звука движущимися телами, например, взвешенными в потоке частицами или неоднородностями – одна из фундаментальных проблем акустики движущихся сред [1, 2]. Она имеет принципиальное значение для расчетов распространения и затухания звука в океане и атмосфере [2, 8]. В основе исследования проблемы лежат решения целого класса эталонных задач о рассеянии звука частицами сферической формы, покоящимися или движущимися в жидкости при различных режимах обтекания. Эти задачи формулируются для уравнений распространения звуковых волн, например, для уравнений Гельмгольца, Лайтхилла, Блохинцева – Хоу или Керла [2]. В последнее время проблеме было посвящено множество экспериментальных и теоретических работ [3, 4, 10]. Так, в [3] решалась эталонная задача о рассеянии звука на неподвижной сфере, поставленная для уравнения Керла в вязкой жидкости. Было показано, что пренебрежение вязким членом в уравнении приводит к ошибкам в оценке дипольных компонент рассеянного поля. В [4] проведены оценки поглощения звука в микронеоднородной капельной среде.

В [10] было предложено обобщение закона Релея затухания низкочастотного звука в микронеоднородной среде при рассеянии на неоднородностях на случай частиц, движущихся в потоке или падающих в поле сил тяжести. В работе рассчитаны поправки к сечению рассеяния для потенциального обтекания неоднородностей в идеальной жидкости, пропорциональные первой степени числа Маха, модифицирующие закон Релея. Было установлено, что сечение рассеяния звука частицей малого радиуса, движущейся со скоростью ($V \ll c$) и обтекаемой потенциальным течением дипольного типа, равно [5, 7]

$$\sigma_0 = \frac{7}{9}\pi k_0^4 a^6 [1 - 6(\mathbf{Mn}_0)]; \quad (ka \ll 1). \qquad (1)$$

Это соотношение выражает модифицированный закон Релея для несжимаемых неоднородностей, движущихся в потенциальном потоке идеальной жидкости [10].

Было также показано, что при малых числах Рейнольдса при движении микронеоднородностей в вязкой среде, определяемом законом Стокса, структура зависимости сечения рассеяния вместе с параметрами пространственного затухания низкочастотного звука существенно отличалась от закона Релея. В частности, аномальные значения затухания звука прогнозировались для весьма малых капель дождя диаметром $2a$ от 0.01 до 0.1 мм. Оказалось, что определяющим для оценки затухания при малых числах Рейнольдса является соотношение числа Маха частиц и параметра $(ka)^2$ рассеиваемой звуковой волны. В то же время для капель дождя большего размера, например, капель диаметром 1–5 мм, падающих со скоростями порядка нескольких метров в секунду, подобные оценки значений затухания вряд ли пригодны. Реальное влияние вязкого течения на рассеяние звука каплями дождя такого размера уже не может быть оценено в рамках закона Стокса, так как коэффициент сопротивления падению капель, определяющий силу сопротивления и течение окружающей жидкости, оказывается во много раз ниже [1].

Таким образом, в [10] было показано, что движение неоднородности относительно направления распространения волны модифицирует закон Релея во всем диапазоне углов их пересечения. В то же время несколько ранее в [9] было показано, что в вязкой среде ламинарный след, сопровождающий движение тела при больших числах Рейнольдса, может дополнительно изменять сечение рассеяния. По-видимому, это должно приводить к дополнительному уточнению модифицированного закона Релея (1) затухания звука и, в частности, при рассеянии звука дождем [10].

Целью работы является исследование особенностей рассеяния звука в движущейся вязкой микронеоднородной среде при больших числах Рейнольдса и уточнение на этой основе модифицированного закона Релея, сформулированного для затухания звука в движущейся идеальной жидкости или в вязкой жидкости при малых числах Рейнольдса [10].

Ранее автором были рассмотрены эталонные задачи [5–7], связанные с распространением звука в окрестности сферических тел, стационарно движущихся в идеальной или вязкой жидкости. При этом считалось, что скорости тел $\mathbf{V}$ меньше скорости звука в жидкости c и при своем движении тела создают в окружающей жидкости сопутствующее течение $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$. Описание распространения звука в окрестности движущихся тел проводилось в рамках уравнения Лайтхилла [8]:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\Delta p - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}\right) = 2\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left(U_\beta \frac{\partial^2 p}{\partial x_\alpha \partial x_\beta}\right). \quad (2)$$

В [5–7] было показано, что полное поле $p(\mathbf{r}, t)$ можно представить в виде суммы падающего и рассеянного полей, а рассеянное поле $p_s(\mathbf{r}, t)$ можно разделить на составляющие, относящиеся к движущемуся телу – $p_{sp}(\mathbf{r}, t)$ и к сопутствующему течению – $p_{sf}(\mathbf{r}, t)$. И хотя отмечалось, что такое разделение в какой-то мере условно, оказалось, что все же методически удобно выделять составляющую $p_{sf}(\mathbf{r}, t)$, связанную с рассеянием на течении падающей волны.

Наиболее подробно изучено рассеяние низкочастотного звука сферой радиусом a, центр которой $\mathbf{r}_0(t)$ движется в идеальной жидкости с постоянной скоростью $\dot{\mathbf{r}}_0(t) = \mathbf{V}$. При условии, что обтекание тела безотрывно и потенциально, распределение скорости $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$ в жидкости описывается известной формулой [2, 5, 7]

$$\mathbf{U}(\mathbf{r}, t) = a^3\frac{3(\mathbf{Vn})\mathbf{n} - \mathbf{V}}{2|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|^3}; \quad (|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| \geq a), \quad (3)$$

в которой единичный вектор $\mathbf{n} = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)/|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|$ направлен в точку наблюдения $\mathbf{r}$. Как было показано в [5, 7], полное сечение рассеяния звука σ на абсолютно жесткой сфере приобретало в этом случае вид (1). Таким образом, поправки к самой амплитуде рассеяния на неподвижной сфере, обусловленные как движением ее поверхности, так и рассеянием звука на неоднородностях сопутствующего течения, могут оцениваться величиной k^2a^3M.

Из анализа результатов [5–7, 9] следует, что особенности течения жидкости вблизи и вдали от сферы сильно влияют на характер рассеяния им звука. В связи с этим в [6, 10] была рассчитана амплитуда рассеяния звука на жесткой сфере, движущейся в вязкой жидкости при малых числах Рейнольдса и соответствующие закономерности затухания звука в микронеоднородной среде. Как известно [1, 2], "стоксов" режим обтекания сферы приводит к более медленному по сравнению с потенциальным обтеканием снижению скорости сопутствующего течения жидкости при удалении от тела. В отличие от течения, определяемого выражением (3), скорость жидкости падает с увеличением расстояния как $1/r$ и такое распределение простирается вплоть до расстояний $\sim a/\mathrm{Re}$, где $\mathrm{Re} = aV/\nu$ – число Рейнольдса, значительно меньшее единицы, а ν – кинематическая вязкость жидкости. Расчет амплитуды рассеяния звука на таком течении показал, что возникновение в среде завихренности и увеличение области рассеяния приводят к значительному увеличению амплитуды и сечения рассеяния звука, а также к аномальному затуханию низкочастотных волн [6, 10].

Будем теперь считать, что в вязкой жидкости движется с постоянной скоростью $\mathbf{V} = \dot{\mathbf{r}}_0(t)$ осесимметричное тело с характерным размером a. Как известно [1, 2], движение жидкости позади тела отличается от условий идеальной жидкости. Уже при умеренных значениях Re скорость жидкости позади тела на больших расстояниях оказывается отличной от нуля лишь в сравнительно узкой области. Эта область называется следом и считается, что течение жидкости носит в нем ламинарный характер вплоть до $\mathrm{Re} \sim 10^4$. В область следа попадают частицы жидкости, движущиеся вдоль линий тока, проходящих мимо обтекаемого тела на сравнительно небольших расстояниях от его поверхности. Линии тока, испытавшие отрыв от поверхности тела, образуют граничную поверхность, которая разбивает всю область течения жидкости на две части. Во внешней области течение жидкости, натекающей на тело, может считаться потенциальным, как и при обтекании тела в идеальной жидкости. В области же движения жидкости внутри следа течение существенно завихрено. Для простоты будем считать, что осесимметричное тело движется вдоль оси своей симметрии, и эту ось выберем в качестве оси x. В этом случае силы, стремящиеся сдвинуть тело в поперечном направлении, отсутствуют и на тело действует единственная сила сопротивления F_x. Направление оси x в системе координат, где тело покоится, выберем вдоль направления скорости жидкости $\mathbf{V}$, натекающей на тело из бесконечности. В приближении, когда размер тела мал, распределение скорости $U_x = V + v_x$ внутри следа и на достаточном удалении от тела выглядит как [1, 2]:

$$v_x = \frac{F_x}{4\pi\rho\nu x}\exp\left\{-\frac{V(y^2+z^2)}{4\nu x}\right\}. \qquad (4)$$

Здесь ρ — плотность жидкости, F_x — сила сопротивления, действующая на тело в направлении обтекания. Согласно [2], сила сопротивления выражается через скорость v_x следующей формулой:

$$F_x = -\rho V\int v_x dydz. \qquad (5)$$

Пока пограничный слой остается ламинарным, картина обтекания тела при больших числах Рейнольдса практически не зависит от вязкости. С помощью размерных параметров силу сопротивления можно записать как [1]

$$F_x = C_x\frac{\rho V^2}{2}S. \qquad (6)$$

Здесь S — площадь поперечного сечения тела по отношению к направлению его движения, а C_x — коэффициент сопротивления, зависящий от формы тела. В общем случае безразмерный коэффициент C_x зависит также и от Re. Напомним, что при $\mathrm{Re} \ll 1$, т.е. в режиме стоксова обтекания, коэффициент сопротивления оказывается обратно пропорциональным числу Рейнольдса, а затем с увеличением Re его падение замедляется и проходит более слабо, чем $1/\mathrm{Re}$. Это падение продолжается вплоть до $\mathrm{Re} \approx 5 \times 10^3$, и в этой области чисел Рейнольдса значение C_x достигает своего минимума, после чего значения $C_x(\mathrm{Re})$ несколько возрастают. В области чисел 10^4–10^5 коэффициент сопротивления практически постоянен и приблизительно равен 0.5. В дальнейшем при $\mathrm{Re} = (2–3)\ 10^5$ наступает кризис сопротивления и C_x падает примерно в 4–5 раз [1].

Отметим, что формула (4) справедлива только вдали от тела, когда имеет место неравенство $r \gg a$. В ближайшей же окрестности тела распределение (4) не выполняется. Это следует, в частности, из того, что использование формулы (4) приводит к нарушению граничного условия на поверхности тела $\mathbf{vn} = \mathbf{Vn}$. Однако, как будет видно из последующих выкладок, наибольший вклад в интегралы, определяющие амплитуду рассеяния звука на неоднородностях течения, играют области, удаленные от тела. Поэтому мы будем считать, что в первом приближении использование (4) для оценок амплитуды рассеяния возможно во всем диапазоне изменения r, вплоть до границы тела.

Что касается распределения скорости вязкой жидкости вне следа, то его можно считать потенциальным. Однако, в отличие от течения идеальной жидкости, в окрестности тела без отрыва линий тока от его поверхности, распределение скорости вне следа, помимо дипольной компоненты типа (3), содержит и монопольную компоненту. Ограничиваясь лишь наименее быстро убывающими на больших расстояниях монопольным и дипольным членами, выражение для скорости вне следа для осесимметричного тела можно записать в виде [2]:

$$\mathbf{v} = A_0\frac{\mathbf{n}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0(t)|^2} + A_1\frac{3(\mathbf{Vn})\mathbf{n}-\mathbf{V}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0(t)|^3} + \ldots,$$
$$\text{где}\quad \mathbf{n} = \frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}_0(t)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0(t)|}. \qquad (7)$$

Неизвестные коэффициенты A_0 и A_1, находим, как обычно, из граничных условий. Первый коэффициент A_0 находим из условия, что полный поток жидкости через сферу большого радиуса, как и через всякую замкнутую поверхность, равен нулю. Соответствующие вычисления с использованием формул (4) и (7) преобразуют его в $A_0 = F_x/(4\pi\rho V)$ [1, 2]. Вдали от осесимметричного тела в вязкой среде потенциальная часть течения монопольна по структуре и имеет вид:

$$\mathbf{v} = \frac{F_x}{4\pi\rho V}\frac{\mathbf{n}}{r^2}. \qquad (8)$$

На самом деле, распределение скорости в форме (8), так же как и (4), не годится в непосредственной близости от поверхности тела. Однако, взяв, например, в качестве осесимметричного тела шар радиусом a, и потребовав для него выполнения граничного условия $\mathbf{vn} = \mathbf{Vn}$ на его поверхности, можно найти неизвестный коэффициент A_1. Вычисления показывают, что в этом случае $A_1 = a^3/2$ и дипольная составляющая в общем выражении (7) выглядит так же, как и само распределение (3), справедливое для случая идеальной жидкости. Распределения (7) и (8) справедливы для области углов $\theta \gg \theta_0 = \sqrt{\nu/(rV)}$, а (4) относится к области $\theta \ll 1$. При выполнении неравенств $\sqrt{\nu/(rV)} \ll \theta \ll 1$ эти области могут перекрываться.

Возвращаясь к задаче о рассеянии звука на течении в окрестности движущегося осесимметричного тела, отметим, что описание процесса распространения волн будет осуществляться в рамках уравнения Лайтхилла (2). Будем считать, что распределение скорости $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{V} + \mathbf{v}$ описывается приближенно с помощью формул (4), (7). Пусть из бесконечности на тело по направлению $\mathbf{n}_0$ падает плоская монохроматическая волна вида $p_i(\mathbf{r}, t) = p_0 \exp(i\mathbf{k}_0\mathbf{r} - i\omega_0 t)$. Пусть далее волновой вектор $\mathbf{k}_0$ направлен вдоль единичного вектора $\mathbf{n}_0$, а его модуль связан с частотой ω_0 и скоростью звука c в жидкости обычным соотношением $k_0 = \omega_0/c$. Поскольку тело движется с постоянной скоростью, то удобно перейти в движущуюся систему координат, где центр тяжести тела покоится, т.е. $\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0(t)$. Тогда коэффициенты преобразованного уравнения (2) становятся постоянными величинами, не зависящими от времени, а зависимость от времени сохраняется только при формулировке граничного условия на бесконечности для падающей волны. При переходе в подвижную систему координат поле плоской монохроматической волны преобразуется в звуковую волну того же вида $p_i(\mathbf{r}', t) = p_0 \exp(i\mathbf{k}_0\mathbf{r}' - i\omega t)$, но с другой частотой. Новая частота звука ω смещена относительно старой частоты ω_0 на небольшое число, пропорциональное числу Маха и равное $\omega_0(1 - \mathbf{M}\mathbf{n}_0)$. Временна́я зависимость давления в подвижной системе координат определяется временным множителем вида $\exp(-i\omega t)$, который обычно опускается.

Используя связь акустического давления со скоростью, найдем, что в подвижной системе координат уравнение (2) можно записать в виде:

$$\Delta' p + k^2 p = \frac{2i}{\omega} \frac{\partial}{\partial x'_\alpha} \left[(U_\beta - V_\beta) \frac{\partial^2 p}{\partial x'_\alpha \partial x'_\beta} \right]. \quad (9)$$

Для упрощения штрихи при координате $\mathbf{r}'$ далее будут опущены. Однако при этом надо помнить, что полученные результаты будут верны только для подвижной системы координат, так что в окончательных формулах придется сделать формальную замену координаты $\mathbf{r}$ на $\mathbf{r} - \mathbf{r}_0(t)$.

Решение уравнения (9) вместе с условием для бесконечности будем искать в виде суммы падающей и рассеянной волны вида

$$p(\mathbf{r}) = p_0(\exp^{(ik_0\mathbf{n}_0\mathbf{r})} + P_s \exp^{(ik\mathbf{r}\mathbf{M})}). \quad (10)$$

Здесь k – новое волновое число, связанное с доплеровской частотой ω соотношением $k = \omega/c$, а P_s – так называемое калибровочное давление, которое является аналогом калибровочного потенциала в теории рассеяния. Считая, что P_s пропорционально гидродинамическому числу Маха $M = V/c$, после подстановки решения (10) в уравнение (9) находим, что с точностью до линейных членов по числу M поле P_s будет удовлетворять уравнению [7]:

$$\Delta P_s + k^2 P_s = -\frac{2ik_0^2}{\omega} n_{0\alpha} n_{0\beta} \frac{\partial}{\partial x_\alpha}(v_\beta e^{ik\mathbf{n}_0\mathbf{r}}) + \frac{2i}{\omega} \frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left(v_\beta \frac{\partial^2 P_s}{\partial x_\alpha \partial x_\beta}\right). \quad (11)$$

В общем случае рассеянное поле P_s представляет собой сумму, состоящую из поля P_{sp}, рассеянного на движущейся поверхности тела, и поля P_{sf} рассеянного сопутствующим течением. Известная условность такого разделения нами уже упоминалась. Поле, рассеянное на движущейся поверхности тела P_{sp}, подробно исследовано в [5–6], и здесь мы этого вопроса касаться не будем. Сосредоточимся исключительно на поле P_{sf}, рассеянном сопутствующим течением и выясним его особенности. Как и ранее, под полем P_{sf} будем понимать такое поле, которое получается при рассеянии на течении звука в предположении, что само тело, порождающее сопутствующее течение, как бы отсутствует.

Используя функцию Грина для свободного пространства, выпишем приближенное решение уравнения (11) в виде борновского интеграла. Первый член разложения ряда возмущений, не учитывающий перерассеяния волн на движущейся поверхности тела, принимает вид:

$$P_s \approx \frac{ik_0 n_{0\alpha} n_{0\beta}}{2\pi c} \int d^3 r_1 \frac{\exp^{(ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|)}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|} \frac{\partial}{\partial x_{1\alpha}} (v_\beta \exp^{(ik\mathbf{n}_0\mathbf{r}_1)}). \quad (12)$$

Интегрирование в формуле (12) совершается по всей области, занятой течением. Рассмотрим, как обычно, поведение этого интеграла в дальней волновой зоне и произведем стандартное преобразование функции Грина. Далее полученный интеграл возьмем по частям и воспользуемся известной формулой Гаусса для преобразования объемных интегралов в поверхностные. Вследствие отмеченного выше достаточно медленного снижения скорости (8) при удалении от тела, интеграл по бесконечно удаленной поверхности здесь может быть не равен нулю и в общем случае должен быть учтен. После преобразований поле P_s выразим через амплитуду рассеяния f_f – множитель при расходящейся сферической волне в выражении $P_s = (f/r)\exp(ikr)$, тогда:

$$f_f(\mathbf{n}, \mathbf{n}_0) = -\frac{k_0^2(\mathbf{n}\mathbf{n}_0)}{2\pi c} \int_V d^3 r_1 (\mathbf{v}\mathbf{n}_0) \exp^{(i\mathbf{q}\mathbf{r}_1)} - \frac{ik_0}{2\pi c} \int_{S_1, S_2} (\mathbf{dS}_{1,2}\mathbf{n}_0)(\mathbf{v}\mathbf{n}_0) \exp^{(i\mathbf{q}\mathbf{r}_1)}. \quad (13)$$

Единичный вектор $\mathbf{n} = \mathbf{r}/r$ характеризует направление рассеянной волны, а волновой вектор $\mathbf{q} = k(\mathbf{n}_0 - \mathbf{n})$ имеет физический смысл импульса, переданного среде волной. Модуль вектора $\mathbf{q}$ равен $q = 2k\sin(\theta/2)$, где θ – угол рассеяния, определяемый из равенства $\cos\theta = \mathbf{nn}_0$. Для простоты в качестве тела рассмотрим шар радиусом a. При этом интегрирование во втором интеграле, стоящем в правой части выражения (13), выполняется по сферическим поверхностям S_1 и S_2 – поверхности шара и бесконечно удаленной сферической поверхности, так, что нормали элементов поверхностей $\mathbf{dS}_1$ и $\mathbf{dS}_2$ направлены навстречу друг другу внутрь жидкости, заключенной между двумя поверхностями.

Интегрирование в первом слагаемом, стоящем в правой части (13), ведется по всей области, занятой течением. Вначале вычислим часть этого интеграла, определяемую областью жидкости, расположенной вне следа. Поскольку распределение скорости $\mathbf{V}$ носит здесь потенциальный характер и определяется формулой (8), то соответствующий интеграл можно записать в виде

$$I_V^{(1)} = \frac{F_x}{4\pi\rho V}\int_a^\infty dr\int d\Omega(\mathbf{nn}_0)\exp^{(irq_\alpha n_\alpha)}. \quad (14)$$

Внутренний интеграл по сферическим углам вычисляется так же, как и в работе [7], методом дифференцирования по параметру irq_α. В силу отсутствия особенностей у внутреннего интеграла и малости угла $\theta_0 = \sqrt{a/(r\,\mathrm{Re})}$, интегрирование по телесному углу $d\Omega$ можно распространить на всю область углов 4π. Тогда внутренний интеграл зависит только от модуля волнового вектора $\mathbf{q} = k(\mathbf{n} - \mathbf{n}_0)$. Если дифференцирование (14) проводить по компонентам вектора $\mathbf{q}$, согласно известному правилу $\partial f(q)/\partial q_\alpha = (q_\alpha/q)(\partial f/\partial q)$, то можно показать, что интеграл (14) примет вид:

$$I_V^{(1)} = \frac{iF_x}{2k\rho V}\frac{\sin(qa)}{qa}. \quad (15)$$

Согласно (13), полученное выражение (15) вносит вклад в амплитуду рассеяния звука на течении (13) и соответствующее слагаемое имеет вид:

$$f_V^{(1)} = -i\frac{C_x}{4}ka^2M(\mathbf{nn}_0)\frac{\sin(qa)}{qa}. \quad (16)$$

Если же для распределения скорости воспользоваться более общей формулой (7), то, взяв выражение для скорости $\mathbf{V}$ в виде (3), объемный интеграл (15) получит новую добавку, вычисление которой приведено в [7]. В этом случае

$$I_V^{(2)} = \pi a^3[3(\mathbf{Vn}) - (\mathbf{Vn}_0)]\frac{j_1(qa)}{qa}. \quad (17)$$

Здесь $j_1(z) = -d/dz(\sin z/z)$ – сферическая функция Бесселя первого порядка. Соответствующее слагаемое в амплитуде рассеяния (12) имеет вид [7]:

$$f_V^{(2)} = \frac{1}{2}k^2a^3[(\mathbf{Mn}_0) - 3(\mathbf{Mn})](\mathbf{nn}_0)\frac{j_1(qa)}{qa}. \quad (18)$$

Вычислим теперь ту часть объемного интеграла, которая определяется областью, занимаемой ламинарным следом. Для этого распределение скорости внутри следа возьмем в форме (4) и тогда искомый интеграл примет вид:

$$I_V^{(3)} = \frac{F_x}{4\pi\rho V\nu}(\mathbf{n}_0\mathbf{V})\int_a^\infty\frac{dx}{x}I(x,q_y)I(x,q_z)\exp^{(iq_x x)}. \quad (19)$$

Для осесимметричного течения внутренние интегралы по поперечным координатам y и z оказываются однотипными и вследствие узости следа и быстрого убывания подынтегральных функций интегрирование в них можно распространить до бесконечности. Вычисления показывают, что однотипные интегралы $I(x,q_y)$ и $I(x,q_z)$ имеют вид:

$$\begin{aligned} I(x,q_y) &= \int_{-\infty}^{\infty}dy\exp\left(-\frac{y^2V}{4x\nu} + iyq_y\right) = \\ &= \sqrt{\frac{4\pi x\nu}{V}}\exp\left(-\frac{x\nu q_y^2}{V}\right). \end{aligned} \quad (20)$$

Подставим эти значения интегралов в формулу (19) и после интегрирования по продольной координате x получим:

$$\begin{aligned} I_V^{(3)} &= -\frac{F_x}{\rho V^2}(\mathbf{n}_0\mathbf{V})\int_a^\infty dx e^{x(iq_x - \nu q_\perp^2/V)} = \\ &= \frac{aF_x}{\rho V^2}(\mathbf{n}_0\mathbf{V})\frac{\exp(iaq_x - q_\perp^2a^2/\mathrm{Re})}{iaq_x - q_\perp^2a^2/\mathrm{Re}}. \end{aligned} \quad (21)$$

Здесь q_x и $q_\perp = \sqrt{q_y^2 + q_z^2}$ – продольная и поперечная компоненты волнового вектора $\mathbf{q} = k(\mathbf{n} - \mathbf{n}_0)$ по отношению к направлению движения тела. Вклад объемного интеграла (21) в полную амплитуду рассеяния (13) преобразуется в

$$f_V^{(3)} = -\frac{C_x}{4}k^2a^3(\mathbf{Mn}_0)(\mathbf{nn}_0)\frac{\exp(iaq_x - q_\perp^2a^2/\mathrm{Re})}{iaq_x - q_\perp^2a^2/\mathrm{Re}}. \quad (22)$$

Перейдем к вычислению поверхностных интегралов в формуле (13). Как и прежде, разобьем каждую из сферических поверхностей S_1 и S_2 на две части. Однако часть поверхностей будет ограничивать область потенциального течения, а другая – область вихревого течения, т.е. след. Вначале возьмем распределение скорости вне следа в форме (8) и, используя метод дифференцирования по параметру, вычислим каждый из поверхностных интегралов по соответствующей области. При этом в силу узости следа и отсутствия особенностей в подынтегральном выражении, интегрирование по телесному углу можно распространить на всю область углов 4π. Тогда второй интеграл в (13) с распределением скорости (8), взятый по поверхности тела S_1 записывается как:

$$I_S^{(1)} = \frac{F_x}{\rho V}\left[\frac{j_1(qa)}{(qa)} - (\mathbf{n}_0\mathbf{q}a)^2\frac{j_2(qa)}{(qa)^2}\right]. \quad (23)$$

Из полученного выражения видно, что при неограниченном возрастании радиуса поверхности правая часть стремится к нулю. Отсюда следует, что аналогичный интеграл, взятый по бесконечно удаленной поверхности S_2, равен нулю. Таким образом, вклад поверхностных интегралов (23) в полную амплитуду рассеяния равен

$$f_S^{(1)} = -i\frac{C_x}{4}ka^2M\left[\frac{j_1(qa)}{(qa)} - k^2a^2(1-\mathbf{nn}_0)^2\frac{j_2(qa)}{(qa)^2}\right]. \quad (24)$$

Приведем теперь выражение для аналогичного слагаемого в амплитуде рассеяния (13), воспользовавшись распределением скорости в форме (3). Вычисления соответствующего поверхностного интеграла, приведенные в [7], показывают, что в этом случае новая добавка к амплитуде имеет вид

$$f_S^{(2)} = k^2a^3\left\{3[\mathbf{Mn}_0 - (\mathbf{Mn})(\mathbf{nn}_0)]\frac{j_2(qa)}{(qa)^2} + \right. \quad (25)$$
$$\left. + \frac{1}{2}(1-\mathbf{nn}_0)(\mathbf{Mn}_0 - 3\mathbf{Mn})\left[\frac{j_1(qa)}{(qa)} - 3\frac{j_2(qa)}{(qa)^2}\right]\right\}.$$

Что касается поверхностных интегралов, взятых по части сферических поверхностей S_1 и S_2, ограничивающих область следа, то нетрудно показать, что их суммарный вклад равен нулю. Это связано с тем, что в рассматриваемом приближении каждый из интегралов сводится фактически к потоку вещества в следе. Поскольку поток жидкости в следе сохраняется, то соответствующие интегралы должны быть равны. Но так как нормали выбранных поверхностей S_1 и S_2 направлены навстречу друг другу, то сумма интегралов равна нулю. Соответственно, добавка к амплитуде $f_S^{(3)}$ также равна нулю.

Сложив теперь полученные составляющие рассеянного поля, определяемые выражениями (16), (18), (22), (24) и (25), можно найти, согласно формуле (13), амплитуду рассеяния звука на неоднородностях течения жидкости в окрестности движущегося тела. Выражение для амплитуды f_f можно записать в виде:

$$f_f = \sum_{k=1}^{3}(f_V^{(k)} + f_S^{(k)}). \quad (26)$$

Однако в виду громоздкости получающегося результата мы не будем приводить здесь выражения (26) полностью, а отметим лишь основные особенности амплитуды рассеяния звука на течении.

Найденное выражение для амплитуды рассеяния звука f_f справедливо при любом соотношении между длиной волны звука и характерным размером тела. Однако для тел малого размера, когда выполняется неравенство $ka \ll 1$, поправки к полной амплитуде рассеяния $f_\Sigma = f_p + f_f$, связанные с рассеянием звука на течении, оказываются небольшими ввиду малости числа Маха.

Как мы видели в работах [7, 10], используя сумму общих выражений (18) для $f_V^{(2)}$ и (25) для $f_S^{(2)}$, можно найти парциальную амплитуду рассеяния звука на течении жидкости, возникающем около частицы малого радиуса. Считая, что $ka \ll 1$ и разлагая сферические функции Бесселя в формулах (18) и (25) в ряд по этому параметру, увидим, что суммарная амплитуда рассеяния звука f_{fdip}, связанная вторым – дипольным членом выражения для скорости потенциального течения вне следа осисимметричного тела (4) при $ka \ll 1$ равна

$$f_{fdip} = \frac{k^2a^3}{5}\left\{(\mathbf{Mn}_0)\left[\frac{4}{3} + \frac{1}{2}(\mathbf{nn}_0)\right] - \right. \quad (27)$$
$$\left. -(\mathbf{Mn})\left[1 + \frac{5}{2}(\mathbf{nn}_0)\right]\right\}.$$

В работах [5, 7] также было проведено строгое вычисление амплитуды рассеяния f_p на поверхности самой частицы и найдено выражение для амплитуды рассеяния звука, справедливое при любом значении ka, которое в пределе при $ka \ll 1$, с точностью до членов порядка M^2 принимает вид

$$f_p = \frac{(k^2a^3)}{5}\left\{-\left[\frac{5}{3} + \frac{1}{2}(\mathbf{Mn}_0)\right] + \frac{1}{2}[5(\mathbf{nn}_0) - (\mathbf{nn}_0)(\mathbf{Mn}_0) - \right. \quad (28)$$
$$\left. -3(\mathbf{Mn})] + \frac{5}{2}\left[(\mathbf{Mn})(\mathbf{nn}_0) - \frac{1}{3}(\mathbf{Mn}_0)\right]\right\}.$$

При сложении выражений (27) и (28) полная амплитуда рассеяния звука на движущемся теле, сопровождаемом потенциальным течением дипольного характера – типа 2-го члена (7), как и в идеальной жидкости, приобретает замечательно простой вид и оказывается равной

$$f_{dip} = k^2a^3\left[-\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\mathbf{n}(\mathbf{n}_0 - \mathbf{M})\right]. \quad (29)$$

Что касается остальных членов (26), то два из них $f_V^{(1)}$ (16) и $f_S^{(1)}$ (24) связаны с первым монопольным членом выражения для скорости потенциального течения вязкой жидкости вне следа осесимметричного тела (7), а $f_V^{(3)}$ (22) – единственный компонент суммарной амплитуды рассеяния, связанный с течением внутри ламинарного следа (4). Поэтому для суммарной амплитуды f_Σ рассеяния звука осесимметричным телом при больших числах Рейнольдса с учетом (26) получим:

$$f_\Sigma = f_{dip} + f_V^{(1)} + f_S^{(1)} + f_V^{(3)}. \tag{30}$$

Заметим, что в данном случае амплитуда f_Σ является комплексной величиной и среди ее компонент есть чисто действительная (f_{dip}), чисто мнимые ($f_V^{(1)}, f_S^{(1)}$), а также комплексная величина $f_V^{(3)}$. Таким образом, в качестве компонент выражения для квадрата модуля f_Σ, используемого в дальнейшем при вычислении сечения рассеяния $\sigma = \int |f_\Sigma|^2 d\Omega$, будем иметь:

$$|f_\Sigma|^2 = |f_{dip}|^2 + 2f_{dip}\operatorname{Re} f_V^{(3)} + \left|\operatorname{Re} f_V^{(3)}\right|^2 + \left|f_V^{(1)}\right|^2 + \left|f_S^{(1)}\right|^2 + \left|\operatorname{Im} f_V^{(3)}\right|^2 - 2if_V^{(1)}\operatorname{Im} f_V^{(3)} - 2if_S^{(1)}\operatorname{Im} f_V^{(3)} - 2f_V^{(1)} f_S^{(1)}. \tag{31}$$

Проведем сравнительную оценку членов (31) по порядку величины. Как мы видели в [5, 7], первый член состоит из двух частей, имеющих порядок $O(k^4a^6)$ и $O(k^4a^6M)$, второй член – $O(k^4a^6M)$, третий и шестой члены – $O(k^4a^6M^2)$, четвертый, пятый и последний девятый – $O(k^2a^4M^2)$, седьмой и восьмой – $O(k^3a^5M^2)$. Как и в [10], дальнейшие оценки зависят от соотношения величин M и (ka). Учитывая малость обеих величин ($ka \ll 1$ и $M < 1$), заведомо, можно пренебречь лишь третьим и шестым членами. Далее, при $M \le (ka)$, можно дополнительно пренебречь седьмым и восьмым членами, а также четвертым, пятым и девятым членами. Так что сохранится лишь первый и второй члены. В случае, когда $M > (ka)$, кроме третьего и шестого членов, можно пренебречь первым, вторым, седьмым и восьмым членами. Так что сохранятся лишь равные по порядку величины – четвертый, пятый и девятый члены. То есть в данном случае сечение рассеяния, по существу, определяется лишь потенциальным течением монопольного характера, создаваемым движущейся неоднородностью в вязкой среде и не зависит от вклада "тела" самой микронеоднородности в рассеяние. Влияние ламинарного следа сохраняется лишь при значениях параметра $M \le (ka)$ за счет второго члена (31). Проведем его анализ.

Внутри ламинарного следа амплитуда рассеяния звука $f_V^{(3)}(\vartheta)$(22) на течении (4) ведет себя при $\vartheta \to \vartheta^*$ как $f_V^{(3)} \propto 1/(\vartheta - \vartheta^*)^p$, где ϑ^* – корень одного из двух уравнений $q_\perp = 0$ или $q_x = 0$, в частности, при рассеянии на просвет. В зависимости от направления наблюдения рассеяния (угла ϑ, изменяющегося в диапазоне от 0 до π) по отношению к направлению движения тела, натуральное число p может быть равным единице при $q_\perp = 0$ ($\sin\vartheta = \sin\vartheta_0$, корни $\vartheta = \vartheta_0$ и $\vartheta = \pi - \vartheta_0$) или двум при $q_x = 0$ ($\cos\vartheta = \cos\vartheta_0$, корень $\vartheta = \vartheta_0$). В последнем случае, как это видно из выражения (22), значение амплитуды рассеяния пропорционально числу Рейнольдса. Таким образом, возможно как одновременное зануление q_x и $q_\perp$ ($\vartheta = \vartheta_0$), так и зануление порознь. Само по себе стремление амплитуды рассеяния на ламинарном следе к бесконечности связано с расходимостью интеграла (21), возникающей при обращении в нуль компонент волнового вектора $\mathbf{q}$. Однако эта расходимость носит формальный характер и может быть устранена как путем видоизменения подынтегральной функции в формуле (21), так и путем искусственного ограничения верхнего предела интегрирования. Видоизменение подынтегральной функции может быть связано с более строгой записью функции Грина при переходе от выражения (12) к его приближенной записи в форме (13). Выбор же конечной области интегрирования может быть осуществлен как учетом конечной длины базы приемник-излучатель, так и выбором конечной длины следа. Заметим, что формально интеграл (21), например при $\mathbf{q} = 0$, пропорционален длине следа, а также импульсу жидкости в следе [7]. Нахождение реальной длины следа представляет собой специальную задачу гидродинамики и не входит в круг вопросов, обсуждаемых в настоящей статье. Учитывая сделанные замечания, мы на данном этапе просто формально вводим конечную длину следа L, и таким путем устраняем расходимость при нулевом угле в интеграле (21). Амплитуда рассеяния, определяемая выражением (30), оказывается при этом конечной даже при рассеянии на просвет ($\mathbf{n} = \mathbf{n}_0$). Можно показать, что она в $m = L/a$ раз превосходит значение амплитуды рассеяния на потенциальном течении в идеальной жидкости, лежащее в основе (1). Оценки выражения (22) показывают, что амплитуда рассеяния f_f, в направлении нулевого угла определяется выражением:

$$f_f(0) \propto k^2a^3mM, \tag{32}$$

так что оценка второго члена (31) для $|f_\Sigma|^2$ уточняется и, превосходя оценку второй части первого члена (31), она по порядку величины сводится к $O(k^4a^6Mm)$.

Таким образом, при $m > 1$, вместо (1), будем иметь модифицированное выражение для сечения рассеяния звуковой волны σ_W ламинарным следом:

$$\sigma_W = \frac{7}{9}\pi k_0^4 a^6 \{1 - 6[1 - m\varphi(\mathrm{Re}, \vartheta_0)](\mathbf{Mn}_0)\}; \quad (ka \ll 1), \tag{33}$$

где $\varphi(\mathrm{Re}, \vartheta_0)$ – коэффициент, равный по порядку величины единице, зависящий от угла падения волны ϑ_0 и числа Рейнольдса Re течения. В частности, в соотношении (1), выражающем модифицированный закон Релея для частиц, движущихся в идеальной жидкости [10], значение $m = 0$. Таким образом, при $M \le (ka)$ соотношение (33) выражает модифицированный закон Релея для частиц, движущихся в среде при больших числах Рейнольдса.

Исследуя поведение выражения (24), можно заметить, что при $ka \ll 1$ и конечных углах ϑ_0 оно оказывается пропорциональным ka^2M и, в зависимости от соотношения параметров Re и ϑ_0, при конечных углах рассеяния может превосходить значение пропорциональной M компоненты выражения (29). То же самое утверждение можно сделать и при анализе выражения (22) для различных соотношений параметров Re и ϑ_0. Как подчеркивалось в [9], в ряде случаев зависимость амплитуды рассеяния $f_\Sigma(\vartheta_0)$, как и соответствующее выражение для сечения рассеяния σ, могут иметь немонотонный характер. Для демонстрации этого положения в случае $M > (ka)$ мы рассмотрим компоненту сечения рассеяния, связанную с 4-м членом (31), имея в виду, что сравнимые по порядку величины аддитивные компоненты, связанные с 5 и 9 членами, могут быть также легко вычислены. С учетом выражения для амплитуды рассеяния $f_V^{(1)}$ (16), интегрируя квадрат амплитуды рассеяния по углам наблюдения, получим выражение для одной из компонент $\sigma_{1\Sigma}$ вклада трех однородных членов (31) в суммарное сечение рассеяния σ_Σ:

$$\sigma_{1\Sigma} = \iint \left|f_V^{(1)}\right|^2 d\Omega = \frac{C_x^2}{16}(\pi a^2)(k_0 a)^2 M^2 \varphi_1(\vartheta_0), \quad \varphi_1(\vartheta_0) = \frac{2}{3}[1 + \sin^2\vartheta_0]. \tag{34}$$

Значения заведомо положительной периодической функции $\varphi(\vartheta_0)$ меняются от 2/3 при $\vartheta_0 = 0$ до 4/3 при $\vartheta_0 = \pi/2$ и опять до 2/3 при $\vartheta_0 = \pi$. При $\vartheta_0 = \pi/4, 3\pi/4$ значения $\varphi(\vartheta_0)$ равны 1. Таким образом, сечение рассеяния $\sigma_{1\Sigma}$ имеет максимум при распространении звука поперек движения неоднородностей ($\vartheta_0 = \pi/2$).

Не останавливаясь подробно на вычислении еще двух компонент в сечение рассеяния ($\sigma_{\Sigma 2}$ и $\sigma_{\Sigma 3}$), связанных с пятым и девятым членами (31), запишем итоговый результат:

$$\sigma_\Sigma = \sum_{i=1}^{3}\sigma_{\Sigma i} = \frac{C_x^2}{16}(\pi a^2)(k_0 a)^2 M^2 \varphi_\Sigma(\vartheta_0), \quad \varphi_\Sigma(\vartheta_0) = \frac{1}{6}[10 + 4\sin^2\vartheta_0 + 3\pi\sin\vartheta_0], \tag{35}$$

где функция $\varphi_\Sigma(\vartheta_0)$, в диапазоне изменения ϑ_0 от 0 до π, чисто положительна. Она изменяется от 5/3 при $\vartheta_0 = 0$ до $(14 + 3\pi)/6$ при $\vartheta_0 = \pi/2$ и опять до 5/3 при $\vartheta_0 = \pi$. При $\vartheta_0 = \pi/4$, $3\pi/4$ значение $\varphi_\Sigma(\vartheta_0)$ равно $(12 + 3\pi\sqrt{2}/2)/6$. Сечение рассеяния σ_Σ, как и $\sigma_{1\Sigma}$ (34), имеет максимум при распространении звука поперек движения неоднородностей ($\vartheta_0 = \pi/2$).

Перейдем к оценке затухания, связанного с рассеянием, на основе полученных выражений (33) и (35) для условий дождя [1] и сравнению полученных значений с ранее оцененными в [10] значениями затухания на основе модифицированного закона Релея (1) в идеальной жидкости. В предположении о потенциальном обтекании капель, при использовании модифицированного закона Релея (1) для капель дождя диаметром 5 мм, падающих равномерно со скоростью 10 м/с, при объемном содержании воды в воздухе 5% ($\tau = 0.05$) затухание γ составляло $\gamma \cong 9.3(ka)^4(1 - 0.2\cos\vartheta_0)$ в расчете на метр или $\gamma \cong 9.3 \times 10^3(ka)^4(1 - 0.2\cos\vartheta_0)$ в расчете на километр. Например, в диапазоне частот звука 100–1000 Гц, определяющем разборчивость речи, километрическое затухание звука, распространяющегося в дождь горизонтально ($\cos\theta_0 = 0$), было очевидно весьма мало и, согласно классическому закону Релея, составляло всего от 9.3×10^{-5} до 9.3×10^{-1} дБ/км. Однако, при распространении звука под другими углами к потоку, затухание, связанное с рассеянием звука дождем, изменяется. Так, против направления движения капель, вверх ($\cos\theta_0 = -1$), затухание возрастало на 20%, тогда как при распространении по потоку вниз ($\cos\theta_0 = 1$), – уменьшалось на 20%.

Легко видеть, что в выбранном диапазоне частот неравенство $M > (ka)$ выполняется лишь для частот ниже 330 Гц, так, что модификация закона Релея (35) применима лишь в этой части диапазона. На частотах выше граничной частоты 330 Гц формула (35) неприменима. В этой части диапазона придется использовать форму закона Релея (33) соответствующую условию $M \le (ka)$. При уменьшении скорости частиц граничная частота изменяется за счет одновременного уменьшения M и (ka). Так, при скорости капель дождя 1 м/с, что соответствует радиусу капли 0,1 мм [1], граничная частота, соответствующая условию $M > (ka)$, возрастает до 1500 Гц.

Сравнение затуханий будем проводить для горизонтального направления падения звуковой волны ($\vartheta_0 = \pi/2$), принимая значение $C_x = 0.5$ [1]. Тогда оказывается, что отношение сечений рассеяния σ_Σ (35) и σ_0 (1) выражается в виде $\propto M^2/4(ka)^2$, и для скорости падения капель 10 м/с оно составляет от 9 до 1 при изменении частоты от 100 Гц до 330 Гц. То есть затухание в этом диапазоне частот с учетом движения капель в вязком воздухе корректируется и составляет от 8.4×10^{-4} до 1.12×10^{-2} дБ/км. Разумеется, на частотах ниже 100 Гц коррекция модифицированного закона Релея еще заметнее. Так, например, при частоте 10 Гц коэффициент, корректирующий значения затуханий по отношению к значениям, прогнозируемым на основе (1), составляет 900. Очевидно, что при $\sigma_\Sigma > \sigma_0$, то есть при выполнении неравенства $M > 2(ka)$, затухание звука, по существу, не зависит от рассеяния звука самими движущимися частицами, как в законе Релея (1), а согласно модификации закона Релея (35) для движущейся вязкой среды, определяется исключительно рассеянием звука течением, создаваемым движущимися частицами. Указанное неравенство для низкочастотного звука актуально, по существу, для всех реальных размеров капель дождя [1, 10].

Проведем сравнение затуханий в диапазоне частот 330–1000 Гц с использованием формы закона Релея (33), соответствующей условию $M \le (ka)$. Для горизонтального направления ($\vartheta_0 = \pi/2$), принимая значение $m = 3$ и простейшую форму коэффициента $\varphi(\mathrm{Re}, \vartheta_0) = 1$, видим, что отношение сечения рассеяния следа σ_W (33) и сечения σ_0 (1) в данном случае не зависит от частоты и равно единице. Различия оказываются существенными лишь для направлений, не совпадающих с горизонтальным. Так, против направления движения капель, вверх ($\cos\theta_0 = -1$), отношение затуханий возрастает до 1.5, тогда как при распространении вниз ($\cos\theta_0 = 1$) отношение затуханий уменьшается до 0.36. То есть форма закона Релея (33), соответствующая условию $M \le ka$, по существу, не меняет свойств затухания в дождь в горизонтальном направлении и только подчеркивает различие затуханий звуковых волн, распространяющихся вверх и вниз по потоку.

Таким образом, нами сформулировано обобщение закона Релея затухания низкочастотного звука в микронеоднородной среде при рассеянии на случай частиц, движущихся в вязкой среде, например, падающих в поле сил тяжести, при больших числах Рейнольдса. Как и при оценке закономерностей затухания звука в микронеоднородной среде при малых числах Рейнольдса, для частиц движущихся при больших числах Рейнольдса определяющим является соотношение числа Маха частиц и параметра (ka) рассеиваемой звуковой волны. Оказалось, что в зависимости от соотношения M и ka действуют отличные от обычного закона Релея модификации (33) и (35) или близкая к классическому закону Релея модификация (1), справедливая для условий потенциального обтекания неоднородностей в идеальной жидкости. Структура поправок близка по природе к поправкам, модифицирующим закон Релея для движения микронеоднородностей в вязкой среде при малых числах Рейнольдса. Там структура зависимости сечения рассеяния вместе с параметрами пространственного затухания низкочастотного звука при выполнении несколько более слабого неравенства $M > (ka)^2$, также существенно отличалась от закона Релея [10]. При больших же значениях числа Рейнольдса, при выполнении неравенства $M > ka$, актуального для некоторых реальных микронеоднородных сред, затухание, по существу, не зависит от рассеяния звука самими движущимися частицами, как в законе Релея (1), а определяется лишь рассеянием звука потенциальным течением монопольного типа, создаваемым этими частицами. С понижением частоты и увеличением M соотношение затуханий, оцениваемых по (35) по сравнению с затуханиями, оцениваемыми по модифицированному закону Релея (1), возрастает. Предложены уточнения закономерностей рассеяния низкочастотного звука дождевыми каплями, падающими в вязкой среде при больших числах Рейнольдса (порядка 10^3) с формированием ламинарного следа – на низких частотах оно выражается в форме (35), не зависит от рассеяния звука самими каплями и максимально в горизонтальном направлении – поперек движения неоднородностей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Прандтль Л.* Гидроаэромеханика. М: ИИЛ, 1949. 520 с.
2. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. М.: Наука, 1988. С.733.
3. *Davis A.M., Nagem R.J.* Curle equation and acoustic scattering by sphere // J. Acoust. Soc. Am. 2006. V. 119. № 4. P. 2018–2026.
4. *Lyman F.A.* Attenuation of high intensity sound in a droplet laden gas // J. Sound and Vibration. 1977. V. 51. № 2. P. 219–235.

5. *Алексеев В.Н., Семенов А.Г.* Рассеяние звука движущейся сферой //Акуст. журн. 1992. Т. 38. № 5. С. 789–797.

6. *Алексеев В.Н., Семенов А.Г.* Влияние вязкости на рассеяние звука движущимся телом // Акуст. журн. 1993. Т. 39. № 2. С. 197–205.

7. *Алексеев В.Н., Семенов А.Г., Скворцов А.Т.* Рассеяние звука потенциальным течением, возникающим при движении сферы // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 6. С. 876–882.

8. *Lighthill M.J.* On sound generated aerodynamically. I. General Theory // Proc. Roy. Soc. (London) ser. A. 211, 1952. P. 564–587.

9. *Алексеев В.Н., Семенов А.Г.* О роли следа в рассеянии звука движущимся телом // Акуст. журн. 2000. Т. 46. № 6. С. 732–739.

10. *Semenov A.G.* On low-frequency sound scattering in a moving microinhomogeneous medium // Acoust. Phys. 2009. V. 55. № 6. P. 698–707.