

УДК 534.2

НЕЛИНЕЙНЫЕ УПРУГИЕ СВОЙСТВА МОДЕЛИ ОДНОМЕРНОЙ ГРАНУЛИРОВАННОЙ НЕКОНСОЛИДИРОВАННОЙ СТРУКТУРЫ

© 2012 г. А. И. Коробов, Ю. А. Бражкин, Н. В. Ширгина

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра акустики

119991 Москва, Ленинские горы

E-mail: aikor42@mail.ru

Поступила в редакцию 31.05.2011 г.

Исследованы особенности распространения упругих волн конечной амплитуды в модели одномерной гранулированной неконсолидированной среды. Для моделирования использовалась линейная цепочка из 80 стальных шаров диаметром 6.5 мм, предварительно нагруженная внешней статической силой F . Проведен анализ упругих свойств модели, получены теоретические зависимости коэффициентов упругости 2-го, 3-го, 4-го порядков от силы F . Описана экспериментальная установка. Приведены результаты исследований нелинейных эффектов при распространении акустических волн в цепочке: генерации высших гармоник и образования волн комбинационных частот. В исследуемой цепочке шаров обнаружен структурный фазовый переход от одномерной 1-Д к двумерной 2-Д структуре при изменении силы внешнего поджатия шаров F . Полученные результаты анализируются с использованием теории Герца для контактных взаимодействий.

Ключевые слова: неконсолидированные среды, контакт Герца, генерация гармоник, контактные взаимодействия, структурный фазовый переход, коэффициенты упругости второго, третьего и четвертого порядков.

ВВЕДЕНИЕ

Исследование нелинейных эффектов, связанных с наличием мезомасштабных неоднородностей в твердых телах, является интересным и перспективным направлением развития акустики на сегодняшний день. Неоднородности существенно влияют на упругие свойства материалов и приводят к появлению новых физических свойств, которые отсутствуют в однородных телах [1, 2]. Особое положение среди структурно-неоднородных материалов занимают неконсолидированные гранулированные среды, которым постоянно уделяется большое внимание, что связано с их интересными физическими свойствами и широким распространением в природе [3]. Практический интерес для изучения и диагностики вызывают трехмерные структуры, представляющие собой естественные зернистые среды: песок, галька. В работе [4] в лабораторных условиях исследованы медленные акустические нелинейные процессы в гранулированных средах с гистерезисом. В качестве гранулированной среды использовалась гранитная крошка с размером гранул 1–2 см. Для описания процесса распространения и взаимодействия гармонических волн конечной амплитуды в гранулированной среде с гистерезисом использован статистический подход. Для исследования физических свойств гранулированных сред также используются модельные среды, собранные из одинаковых упругих шаров. Генерация второй гармоники в модельной трехмерной гранулированной среде

изучалась в работах [5, 6]. В работах [7, 8] исследовались особенности взаимодействия акустических волн в трехмерной гранулированной неконсолидированной среде: генерация гармоник, релаксация, демодуляция амплитудно-модулированных продольных и сдвиговых волн.

Хорошей моделью для исследования неконсолидированной гранулированной среды может служить одномерная упаковка сферических гранул, теоретический анализ упругих свойств которых проводить относительно просто. Одной из первых работ, в которых было проведено моделирование структурно-неоднородной среды с использованием цепочки шаров, является работа [9]. В ней в длинноволновом приближении для подобных структур было выведено нелинейное волновое уравнение и проанализировано его решение в виде солитона. В дальнейшем, начиная с работ В.Ф. Нестеренко, было выполнено значительное число экспериментальных и теоретических исследований одномерных гранулированных сред, значительная часть которых посвящена изучению солитонов [10, 11].

В работе [12] теоретически изучалось распространение упругих волн в ансамбле зерен, погруженных в жидкость. Было показано, что в системе гранул наряду со структурной нелинейностью, обусловленной контактами границ зерен, при наличии колеблющейся жидкости возникает дополнительная инерционная нелинейность, вызванная ускоренным движением частиц. Экспериментальные

исследования дисперсии скорости упругих волн и ее зависимости от амплитуды волны в одномерной цепочке стальных шаров проведены в [13].

Однако несмотря на большое количество работ, посвященных распространению упругих волн в гранулированных неконсолидированных средах, экспериментальному исследованию распространению упругих гармонических волн конечной амплитуды в одномерных структурах уделено недостаточно внимания. Поэтому целью настоящей работы является исследование нелинейных физических явлений при распространении гармонических упругих волн конечной амплитуды в модели одномерной гранулированной неконсолидированной среды.

УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ОДНОМЕРНОЙ ЦЕПОЧКИ ШАРОВ С НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ ГЕРЦА

Теоретическое описание упругих свойств неконсолидированных гранулированных сред основывается на задаче о контактном взаимодействии отдельных гранул, описываемом законом Герца [14, 15]. Взаимное сближение центров шаров h при приложении к ним силы F равно:

$$h = \left(\frac{9F^2}{16RE^{*2}} \right)^{1/3}, \quad (1)$$

где R — радиус шаров, $E^* = E/(1 - \nu^2)$ — приведенный модуль Юнга, E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона материала шаров. Зависимость радиуса контакта шаров r от статической силы сжатия F имеет вид

$$r = \left(\frac{3FR}{4E^*} \right)^{1/3}. \quad (2)$$

Зависимость силы F от величины сближения центров шаров h определяется законом Герца:

$$F = \frac{4E^*\sqrt{R}}{3} h^{3/2}. \quad (3)$$

При отрицательных значениях разности смещений центров h_0 шары расходятся, не деформируясь, и сила F равняется нулю. При положительных значениях этой разности сила F зависит от нее как $h^{3/2}$. С увеличением силы сжатия F радиус контакта шаров r увеличивается (2) и нелинейность в области контакта уменьшается.

Рассмотрим линейную цепочку одинаковых шаров, нагруженную внешней статической силой F . Воспользовавшись (3), получим уравнение состояния для одномерной цепочки взаимодействующих шаров:

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{F}{\pi R^2} = \frac{4E^*}{3\pi} \left(\frac{h}{R} \right)^{3/2} = \frac{4E^*}{3\pi} \varepsilon^{3/2}, \quad (4)$$

где $\varepsilon = (h/R) = (h_0 + \bar{h})/R = \varepsilon_0 + \varepsilon_-$ — общая деформация, ε_0 , ε_- — статическая и переменные деформации

в системе шаров. При этом всегда выполняется неравенство $\varepsilon_0 > \varepsilon_-$.

Раскладывая (4) в ряд Тейлора при $\varepsilon = \varepsilon_0$ и ограничиваясь членами, пропорциональными $(\varepsilon_-)^3$, получим уравнение состояния для цепочки в следующем виде:

$$\sigma = \sigma(\varepsilon_0) + C_2 \varepsilon_- + \frac{1}{2!} C_3 \varepsilon_-^2 + \frac{1}{3!} C_4 \varepsilon_-^3 + \dots \quad (5)$$

Здесь $C_2(\varepsilon_0) = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} \right)_{\varepsilon_0} = \frac{2E^*}{3\pi} (\varepsilon_0)^{3/2}$, $C_3(\varepsilon_0) = \left(\frac{\partial^2 \sigma}{\partial \varepsilon^2} \right)_{\varepsilon_0} = \frac{E^*}{\pi} (\varepsilon_0)^{-1/2}$, $C_4(\varepsilon_0) = \left(\frac{\partial^3 \sigma}{\partial \varepsilon^3} \right)_{\varepsilon_0} = -\frac{E^*}{2\pi} (\varepsilon_0)^{-3/2}$ — эф-

фективные коэффициенты упругости 2-го, 3-го, 4-го порядков в одномерной цепочке шаров. При проведении эксперимента удобнее контролировать статическую силу F . Значения коэффициентов упругости в уравнении (5), выраженные через статическую силу F , приложенную к цепочке, будут иметь вид:

$$C_2(F) = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} \right)_{\varepsilon_0} = \frac{2E^*}{\pi} \left(\frac{3F}{4E^*R^2} \right)^{1/3}, \quad (6)$$

$$C_3(F) = \left(\frac{\partial^2 \sigma}{\partial \varepsilon^2} \right)_{\varepsilon_0} = \frac{E^*}{\pi} \left(\frac{3F}{4E^*R^2} \right)^{-1/3}, \quad (7)$$

$$C_4(F) = \left(\frac{\partial^3 \sigma}{\partial \varepsilon^3} \right)_{\varepsilon_0} = -\frac{E^*}{2\pi} \left(\frac{3F}{4E^*R^2} \right)^{-1}. \quad (8)$$

Полученные соотношения (6)–(8) справедливы для исследуемой системы шаров при упругой деформации в области контакта шаров. Проведенные оценки показывают, что деформации в области контакта остаются упругими при силе $F < 120$ Н.

При экспериментальных исследованиях мы ограничились интервалом изменения внешней статической силы $0.3 < F < 6$ Н, в котором герцевская нелинейность исследуемой цепочки максимальна. Зависимости эффективных коэффициентов упругости 2-го, 3-го, 4-го порядков в цепочке шаров, определяемых герцевской нелинейностью, от статической силы F в указанном интервале приведены на рис. 2. Как видно из рис. 2, коэффициент упругости 2-го порядка C_2 изменяется в пределах $(0.2 - 1.2) \times 10^9$ Па и увеличивается при увеличении приложенной к цепочке силы пропорционально $F^{1/3}$. Аналогичный коэффициент, определяемый упругостью кристаллической решетки, для различных марок сталей лежит в пределах $(2.5 - 2.7) \times 10^{11}$ Па и практически не зависит от внешней силы F в указанном выше интервале ее изменений. Коэффициент упругости 3-го порядка C_3 в цепочки шаров уменьшается с 8×10^{12} Па до 1×10^{12} Па пропорционально $F^{-1/3}$. Эти величины примерно на порядок больше коэффициентов упругости 3-го порядка, определяемых

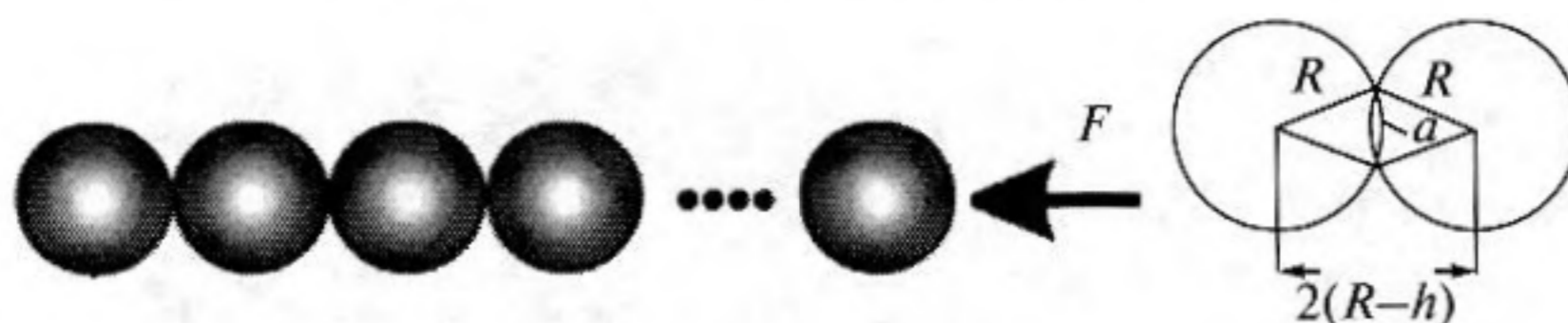


Рис. 1. Взаимодействие сферических тел.

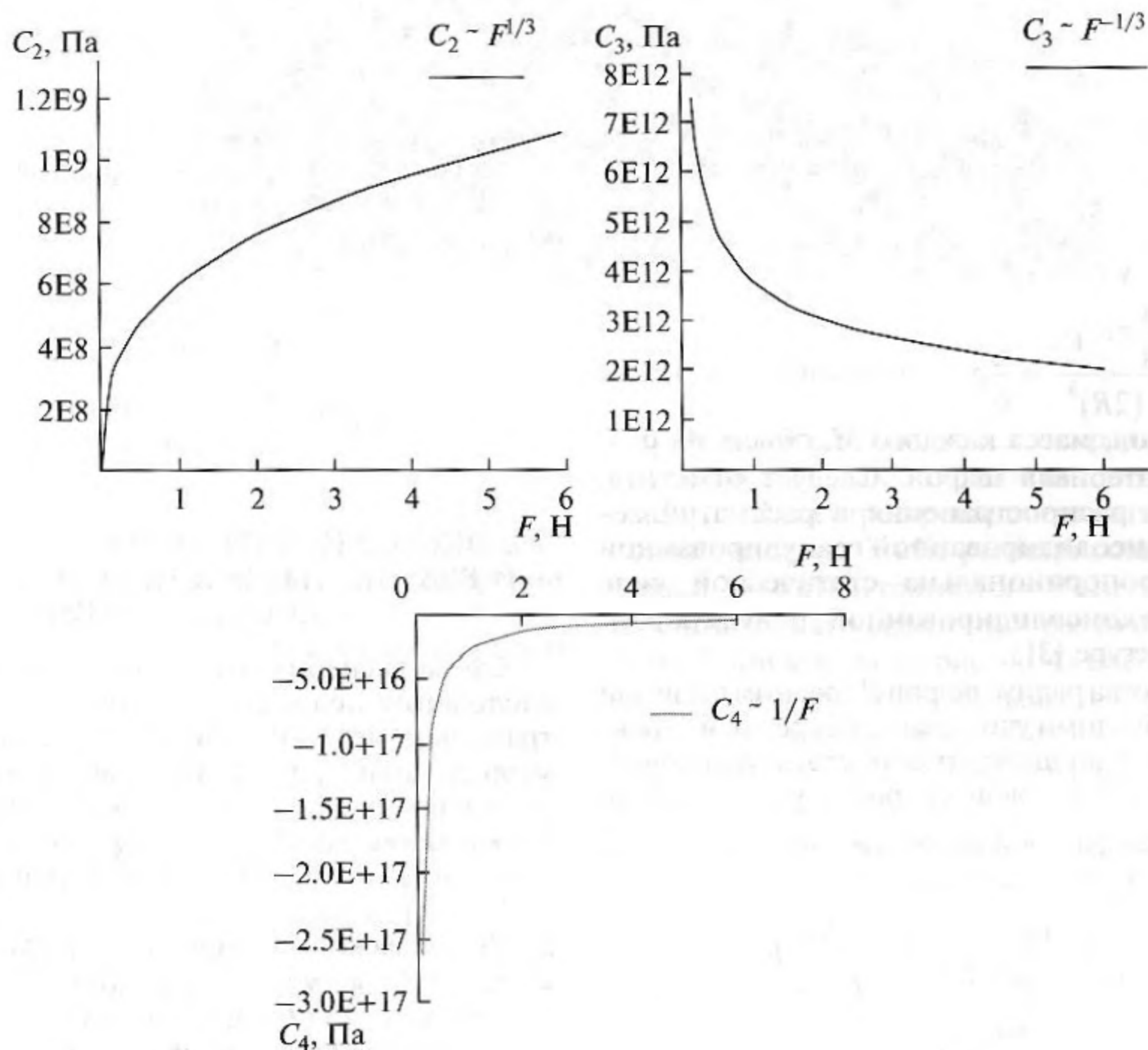


Рис. 2. Зависимости эффективных коэффициентов упругости 2-го, 3-го, 4-го порядков, определяемых герцевской нелинейностью, от статической силы F .

ангармонизмом кристаллической решетки. (В различных марках стали численные значения этого коэффициента находятся в пределах $(3-6) \times 10^{11}$ Па [17]). Коэффициент упругости 4-го порядка C_4 при увеличении F уменьшается по абсолютной величине с 2.5×10^{17} Па до 5×10^{16} Па пропорционально $1/F$. Как видно из приведенных оценок, коэффициенты упругости 3-го и 4-го порядков в цепочке шаров, определяемые герцевской нелинейностью, по крайней мере на порядок больше нелинейности обусловленной ангармонизмом кристаллической решетки. Поэтому в дальнейшем при анализе нелинейных явлений в цепочке мы не будем учитывать последнюю нелинейность.

УПРУГИЕ ВОЛНЫ В ОДНОМЕРНОЙ ЦЕПОЧКЕ ШАРОВ С НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ ГЕРЦА

Для описания распространения упругих волн в неконсолидированной цепочке шаров в длинноволновом приближении, когда длина волны $\lambda \gg 2R$, воспользуемся уравнением движения:

$$\rho \frac{\partial^2 \tilde{h}}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} \quad (9)$$

и уравнением состояния (5). В случае распространения волн малой амплитуды из решения систе-

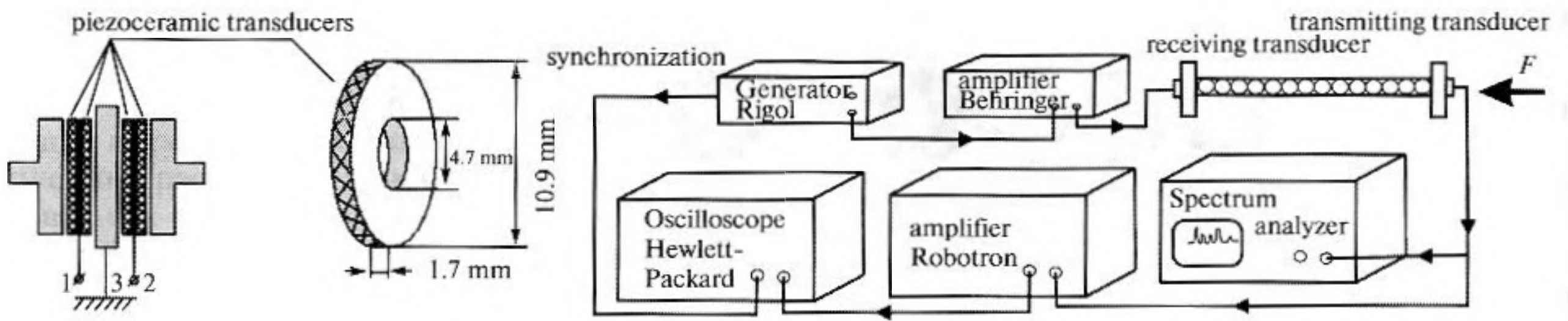


Рис. 3. Схема экспериментальной установки.

мы уравнений (5), (9) фазовая скорость упругих волн в цепочке определяется выражением:

$$V_{ph} = \sqrt{\frac{C_2}{\rho}} = \sqrt{\frac{1}{\rho\pi} \left(\frac{6E^*R^2}{R^2} \right)^{1/6}} F^{1/6}, \quad (10)$$

где $\rho = \frac{M}{W} = \frac{4}{3} \frac{\pi R^3 \rho_0}{(2R)^3} = \frac{\pi}{6} \rho_0$ — погонная плотность

цепочки шаров, масса каждого M , объем W , ρ_0 — плотность материала шаров. Следует отметить, что скорость распространения в рассматриваемой 1-Д неконсолидированной гранулированной структуре пропорциональна статической силе $F^{1/6}$, как и в неконсолидированной гранулированной 3-Д структуре [3].

В случае, когда радиус шаров R сравним с длиной волны λ , необходимо учитывать дискретный характер структуры. Учет дискретности структуры приведет к дисперсии фазовой скорости упругих волн. Выражение для фазовой скорости упругих волн V_{ph}^D с учетом дисперсии будет иметь вид [13].

$$V_{ph}^D = \sqrt{\frac{C_2}{\rho}} = \sqrt{\frac{1}{\rho\pi} \left(\frac{6E^*R^2}{R^2} \right)^{1/6}} \left(\frac{\sin(kR)}{kR} \right) F^{1/6} = V_{ph} \left(\frac{\sin(kR)}{kR} \right), \quad (11)$$

где $k = 2\pi f/V_{ph}$ — волновой вектор, f — частота упругой волны. В случае распространения упругих волн конечной амплитуды для длинноволнового приближения при граничном условии при $x = 0$ величина $h(x = 0, t) = A_1 \sin \omega t$ и в приближении заданного поля без учета поглощения решение системы уравнений (5) и (9) известно [16, 17]:

$$\tilde{h} = A_1 \sin(\omega t - kx) + A_2 \sin[2(\omega t - kx)] + A_3 \sin[3(\omega t - kx)], \quad (12)$$

где A_1 — амплитуда основной волны, $A_2 = \frac{C_3 k^2 A_1^2}{C_2 8} x = N_2 \frac{k^2 A_1^2}{8} x$ — амплитуда второй гар-

моники, $A_3 = \frac{C_4 k^3 A_1^3}{C_2 24} x = N_3 \frac{k^3 A_1^3}{24} x$ — амплитуда третьей гармоники, $N_2 = C_3/C_2$, $N_3 = C_4/C_2$ — нелинейные параметры второго и третьего порядков

соответственно. Зависимости нелинейных параметров второго и третьего порядков от приложенной к цепочке силы F определяются следующими выражениями:

$$N_2(F) = \frac{C_3}{C_2} = \frac{1}{2} \left(\frac{3F}{4E^*R^2} \right)^{-2/3}, \quad (13)$$

$$N_3(F) = \frac{C_4}{C_2} = \frac{1}{4} \left(\frac{3F}{4E^*R^2} \right)^{-4/3}. \quad (14)$$

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА И РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Схема экспериментальной установки для исследования нелинейных свойств цепочки спектральным методом приведена на рис. 3. Одномерная гранулированная неконсолидированная структура моделировалась цепочкой из 80 стальных шаров диаметром $2R = 6.5$ мм, помещенных в текстолитовую трубку. Масса каждого шара составляла 1.12 г, шероховатость поверхности шаров (среднее арифметическое отклонение профиля) $R_{ср.откл} \approx 1$ мкм. С торца трубы к цепочке прикладывалась статическая сила F . Максимально допустимая сила, при которой система остается в области упругих деформаций, равнялась $F = 120$ Н. При $F = 120$ Н сближение двух шаров $h_{0\max} = 5.93$ мкм, уменьшение общей длины цепочки составляет $\Delta l_{\max} = 0.47$ мм.

Для возбуждения продольных упругих волн использовались две пары отдельных преобразователей, каждый из которых состоял из двух колец из пьезокерамики, расположенных на общем основании. Такая конструкция преобразователей позволяла эффективно возбуждать в системе шаров одну упругую волну на одной частоте (преобразователи соединялись последовательно) или две независимых упругих волны с различными частотами. Высокочастотные сигналы с двухканального генератора Rigol DG1022 после усиления в двухканальном усилителе мощности Behringer Eurorower EP2500 подавались на соответствующие излучающие преобразователи. Прошедшая через цепочку шаров упругая волна регистрировалась широкополосным пьезоэлектрическим преобразователем, сигнал с которого

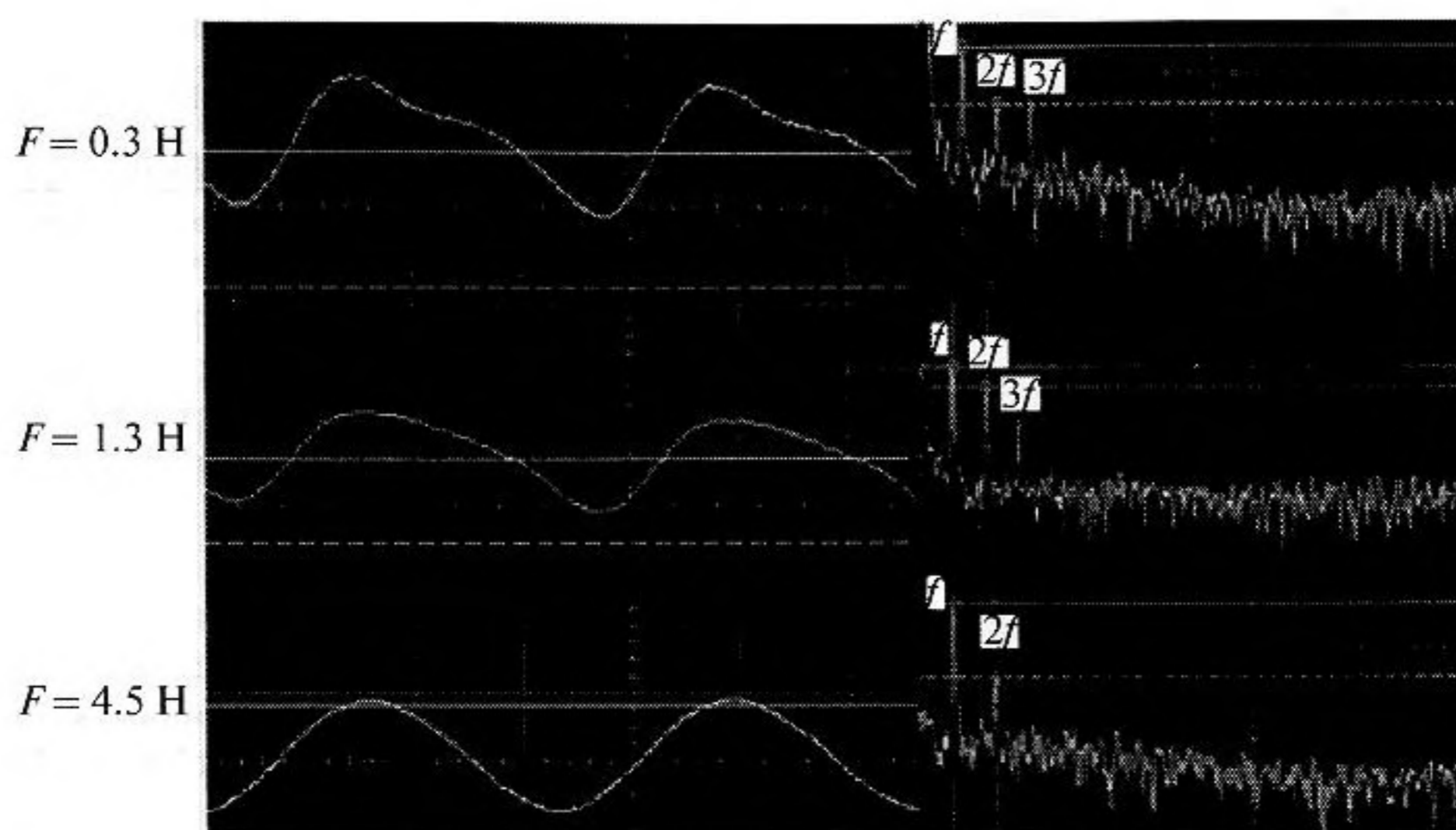


Рис. 4. Форма сигнала и его спектр при различных значениях статической силы F .

усиливался и поступал для анализа на двухлучевой цифровой осциллограф HP 54810a и аналоговый анализатор спектра СК4-56. Исследования нелинейных свойств цепочки проводились спектральным методом, который заключается в измерении спектральных компонент акустической волны конечной амплитуды, прошедшей через исследуемый образец.

ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕНЕРАЦИИ ВТОРОЙ И ТРЕТЬЕЙ УПРУГИХ ГАРМОНИК В НЕЛИНЕЙНОЙ ОДНОМЕРНОЙ НЕКОНСОЛИДИРОВАННОЙ СРЕДЕ

Исследовалась зависимость второй и третьей акустических гармоник от величины внешнего поджатия. Зависимость амплитуд гармоник от амплитуды основного сигнала нами не исследовалась, так как подобные измерения могли оказаться не совсем корректными. Это связано с сильной собственной нелинейностью пьезокерамических преобразователей и возможностью возбуждения ими паразитных гармоник. Так как исследуемая система шаров является дискретной, то фазовая скорость упругой волны в ней, как отмечалось выше (11), обладает дисперсией и это может привести к нарушению условий синхронизма при генерации гармоник [1]. В [13] была исследована дисперсия скорости в исследуемой системе шаров. В этой работе было показано, что эта система аналогична фильтру низких частот с частотой отсечки $f_{\max} = 23F^{1/6}$ кГц. При этом было установлено, что дисперсия фазовой скорости до частот, меньших 17 кГц, незначительна. Поэтому все эксперименты проводились в интервале частот $f < 17$ кГц.

Для исследования особенностей генерации высших гармоник упругих волн на излучающий

преобразователь подавался непрерывный гармонический сигнал постоянной амплитуды с частотой $f = 3$ кГц. В спектре прошедшего сигнала кроме основной частоты 3 кГц регистрировались сигналы второй $2f = 6$ кГц и третьей $3f = 9$ кГц гармоник. Форма сигнала и его спектр при различных значениях силы F приведены на рис. 4. Из рис. 4 видно, что с увеличением силы F уменьшается амплитуда второй и третьей гармоник относительно амплитуды основного сигнала, форма сигнала изменяется от близкой к пилообразной к синусоидальной. Наблюдаемые изменения формы сигнала и его спектра находятся в соответствии с теорией Герца: нелинейные эффекты максимальны в области малого поджатия и с увеличением внешней силы F уменьшаются (13), (14).

В ходе эксперимента были измерены зависимости амплитуды первых трех гармоник упругой волны от величины внешней силы F , которая изменялась в пределах (0.3–6) Н, в котором, как следует из (13), (14), коэффициенты упругости 2–3-го порядков максимальны (рис. 2). На рис. 5а, 5б изображены зависимости нормированных нелинейных параметров второго $N_{2\text{норм}}(F)$ и третьего $N_{3\text{норм}}(F)$ порядков, которые определялись по экспериментально измеренным амплитудам первых трех гармоник. (Все экспериментально определенные величины нормировались на их значения при $F = 0.3$ Н, при которых они были максимальны.)

$$N_{2\text{норм}}(F) = \frac{A_2(F)/A_1^2(F)}{A_2(F=0.3\text{Н})/A_1^2(F=0.3\text{Н})} = \frac{N_{2\text{exp}}(F)}{N_{2\text{exp}}(F=0.3\text{Н})}, \quad (15)$$

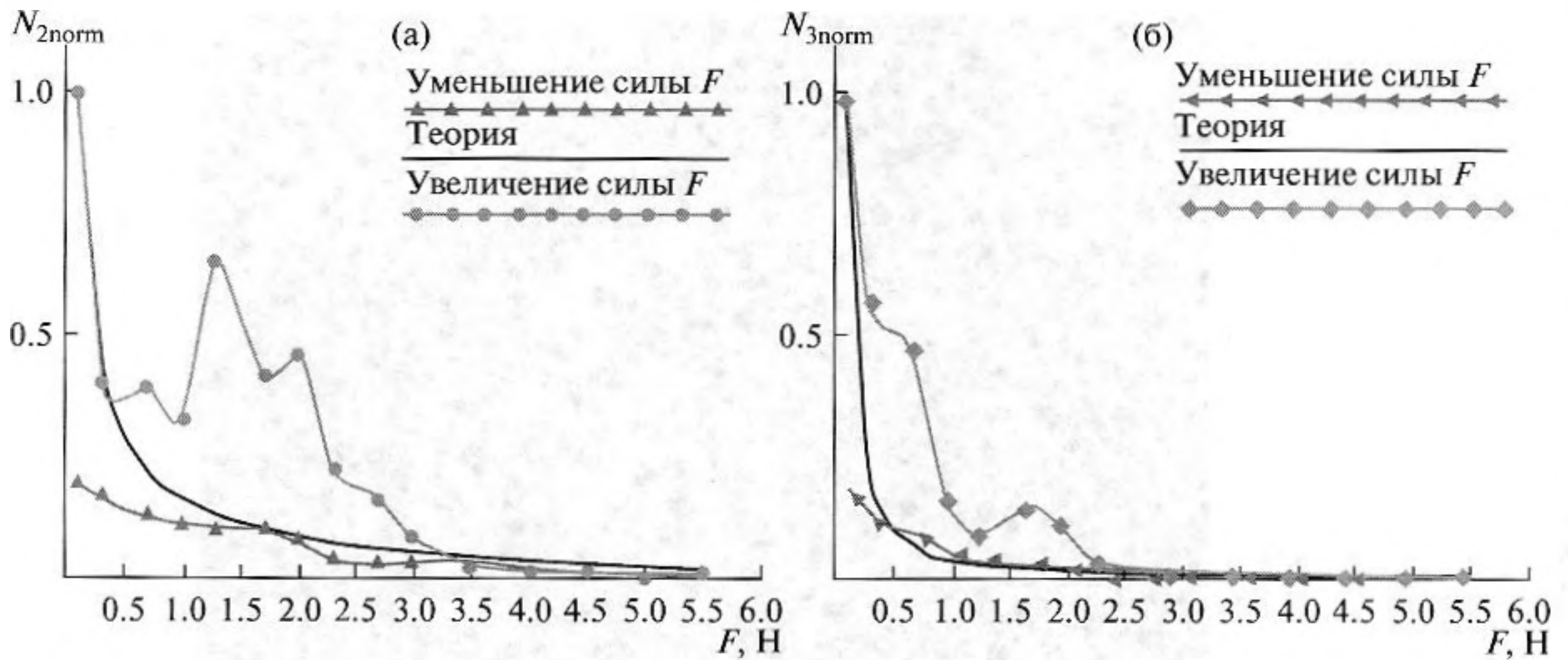


Рис. 5. Зависимости от внешней силы F нормированных нелинейных параметров: (а) второго порядка; (б) третьего порядка.

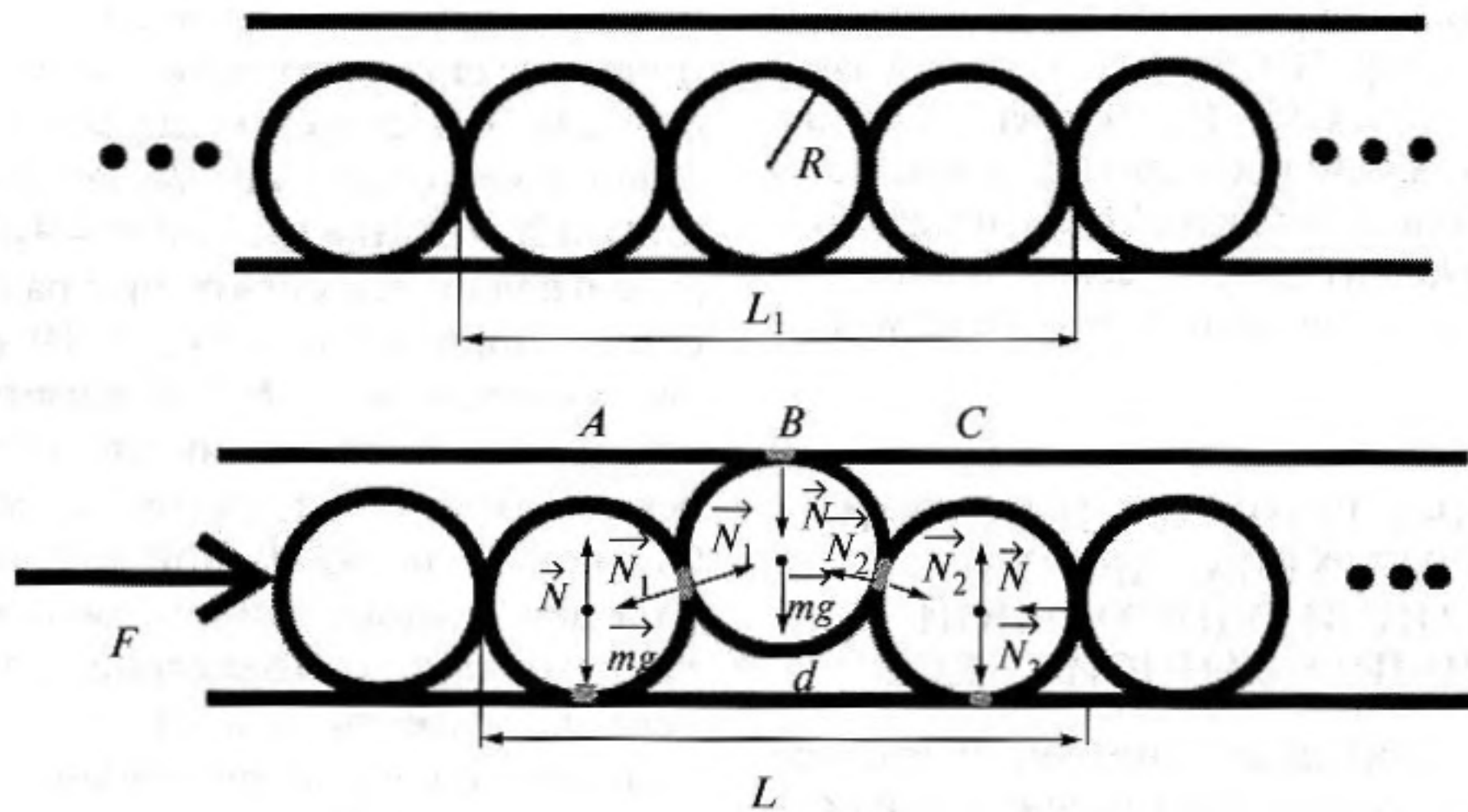


Рис. 6. Схема цепочки шаров при приложении силы F : (а) до структурного фазового перехода; (б) после структурного фазового перехода.

$$N_{3\text{norm}}(F) = \frac{A_3(F)/A_1^3(F)}{A_3(F=0.3\text{ Н})/A_1^3(F=0.3\text{ Н})} = \frac{N_{3\text{exp}}(F)}{N_{3\text{exp}}(F=0.3\text{ Н})} \quad (16)$$

На рис. 5а, 5б также приведены теоретические аппроксимирующие зависимости: рассчитанные согласно (13), (14) значения нелинейных параметров N_2 и N_3 , нормированные на их значения при силе внешнего поджатия $F = 0.3$ Н. При увеличении силы F в интервале (1–3) Н было обнаружено anomalous увеличение значений $A_2/(A_1)^2$ и $A_3/(A_1)^3$. Причина несоответствия экспериментальных и теоретических данных на этом участке,

по нашему мнению, заключается в следующем. Одномерную цепочку шаров можно рассматривать как стержень при продольном сжатии. Зазор между шарами и трубой, в которую они были помещены, по ее длине изменялся в пределах 0.1–0.5 мм. Также имелся небольшой разброс в размерах самих шаров. Также как и стержень, данная цепочка шаров при продольном сжатии неустойчива по отношению к деформации изгиба [18]. Продольное сжатие цепочки шаров приводит к ее изгибу и, как следствие, выдавливанию одного или нескольких шаров за пределы основной цепочки (рис. 6). Вследствие этого одномерная цепочка шаров с 1-Д структурой становится двумерной 2-Д структурой, т.е. в системе шаров происходит структурный фазовый переход. Это приводит

к следующему. Выдавливаемые шары упираются в верхнюю поверхность трубы, создавая дополнительное давление на шары, оставшиеся в нижней части системы. При выдавливании шара за пределы основной цепочки под действием внешней силы F (шар B , рис. 6), на этот шар действует сила N' со стороны трубы, равная $N' = 2F \operatorname{tg} \alpha - mg$, где α — угол, образованный прямой, соединяющей центры шаров A и B , и осью трубы. При массе шариков 1.12 г зазор между шариком и трубой $d = 0.1$ мм, сила $N' = (0.06F - 0.01F)$ Н. Сила взаимодействия между шарами A и B равна $N_1 = F / \cos \alpha$. Таким образом, центральный выдавленный шар B взаимодействует по закону Герца не только с ближайшими шарами A и C , но и с верхней стенкой трубы. Аналогично сила взаимодействия шаров A и C с нижней стенкой трубы увеличивается. Это приводит к увеличению числа герцевских контактов и, как следствие, к увеличению нелинейности в системе [19, 20].

Кроме появления дополнительных контактов Герца при выдавливании шаров происходит уменьшение длины цепочки. В случае выдавливания одного шара уменьшение равно:

$$\Delta l = L_1 - L = 4R \left(1 - \sqrt{1 - \frac{d^2}{4R^2}} \right). \quad (17)$$

Если зазор между шаром и трубой составляет 0.1 мм, то уменьшение длины всей цепочки, $\Delta l = 1.5$ мкм, что приводит к уменьшению эффективного поджатия шаров и, как следствие, к увеличению упругой нелинейности системы шаров.

Таким образом, при структурном фазовом переходе одномерной цепочки шаров из 1-Д структуры в двумерную 2-Д структуру происходит увеличение общего числа контактов Герца и уменьшение длины цепочки. Оба эти механизма, вызванные структурным фазовым переходом, приводят к аномальному увеличению герцевской нелинейности и, как следствие, к аномальному поведению упругих нелинейных параметров. При уменьшении силы F наблюдается хорошее совпадение нормированных экспериментальных зависимостей нелинейных параметров второго и третьего порядков от силы внешнего статического поджатия с аппроксимирующими кривыми. Несовпадение этих зависимостей при силе $F < 1$ Н объясняется незначительным трением шаров о стенки трубы (рис. 5).

КОЛЛИНЕАРНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ УПРУГИХ ВОЛН В ОДНОМЕРНОЙ НЕКОНСОЛИДИРОВАННОЙ ГРАНУЛИРОВАННОЙ СРЕДЕ

Были проведены экспериментальные исследования взаимодействия двух гармонических волн конечной амплитуды в модели одномерной неконсолидированной гранулированной среды. Схема эксперимента была следующей. На излу-

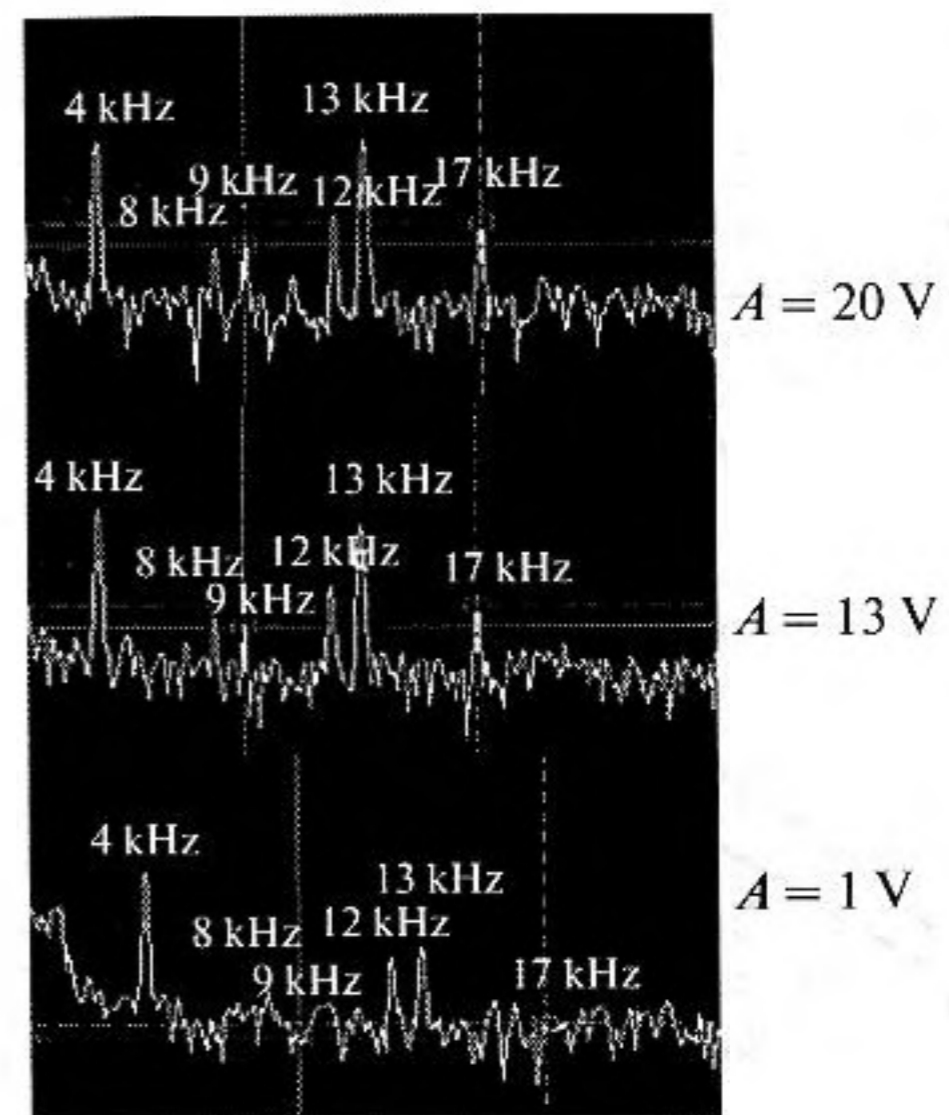


Рис. 7. Спектр прошедшего сигнала, основные частоты $f_1 = 4$ кГц и $f_2 = 13$ кГц, комбинационные частоты $f_3 = 9$ кГц и $f_4 = 17$ кГц в зависимости от амплитуды сигнала с генератора на частоте 13 кГц.

ющие пьезоэлектрические преобразователи подавались два непрерывных синусоидальных сигнала с частотами $f_1 = 4$ кГц и $f_2 = 13$ кГц (рис. 7), которые возбуждали на входе системы две упругие волны. Частоты взаимодействующих волн выбирались из следующих соображений: а) в спектре взаимодействующих волн должны отсутствовать частоты, совпадающие с комбинационными частотами; б) значения комбинационных частот должны быть меньше частоты отсечки в системе шаров, которая в условиях нашего эксперимента равнялась ~ 20.5 кГц. Сигнал с приемного преобразователя измерялся с помощью анализатора спектра СК4-56 и осциллографа НР 54810а. Внешняя статическая сила, осуществляющая поджатия шаров, в ходе эксперимента оставалась постоянной и равнялась $F = 0.5$ Н, при этом величина герцевской нелинейности значительно превышает нелинейность, определяемую ангармонизмом кристаллической решетки (рис. 2).

В спектре сигнала, соответствующего прошедшим через систему шаров упругих волн, на экране анализатора спектра и осциллографа помимо несущих частот $f_1 = 4$ кГц и $f_2 = 13$ кГц наблюдались сигналы на комбинационных частотах $f_3 = 9$ кГц и $f_4 = 17$ кГц (рис. 8). Также в спектре наблюдался сигнал второй гармоники одной из несущих частот $2f_1 = 8$ кГц. Сигнал на второй гармоники от волны с частотой $f_2 = 13$ кГц не наблюдался, так как частота $2f_2 = 26$ кГц была больше частоты отсечки системы. Экспериментально исследовалась зависимость сигналов комбинационных частот от амплитуды одного несущего сигнала, при фиксированной амплитуде второго.

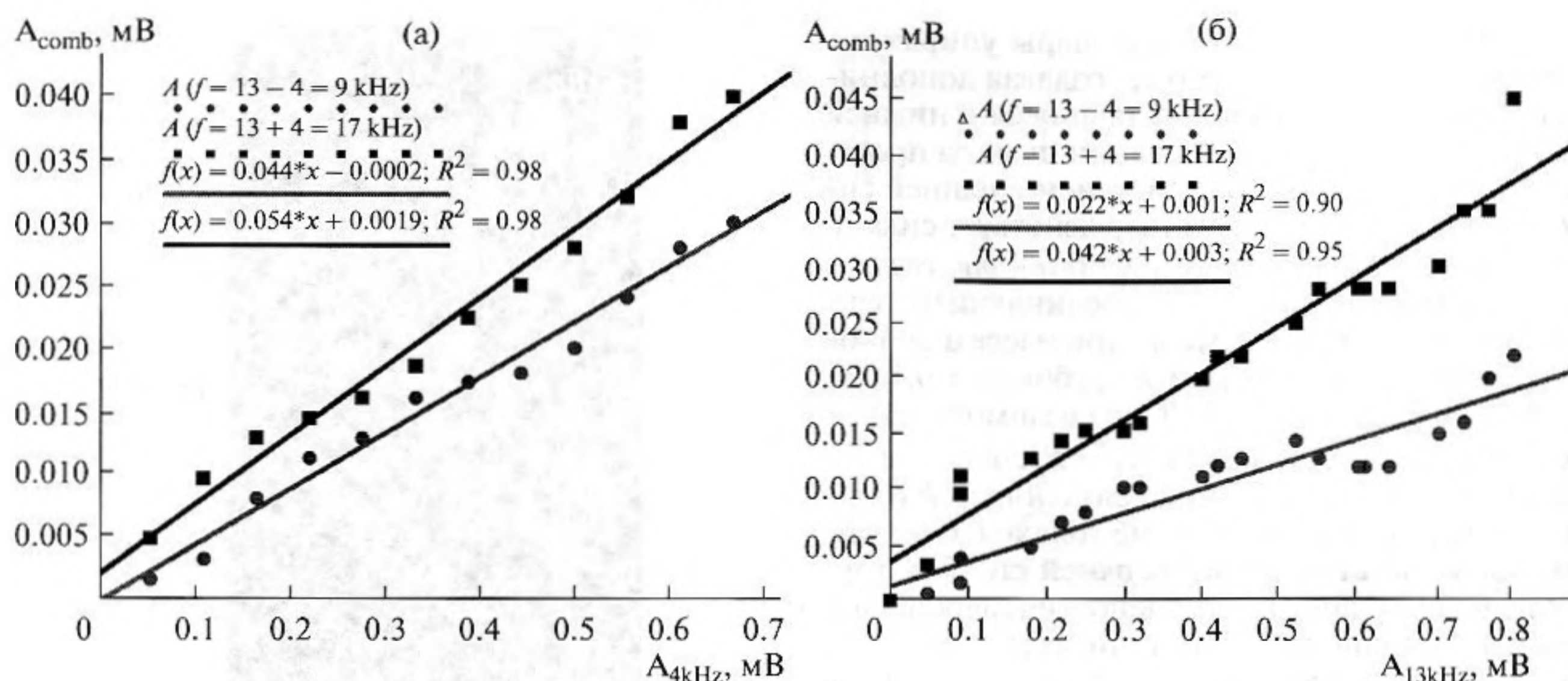


Рис. 8. Амплитуды комбинационных частот $f_3 = 9$ кГц и $f_4 = 17$ кГц в зависимости от амплитуды: (а) сигнала с частотой $f_1 = 4$ кГц при постоянной амплитуде сигнала с частотой $f_2 = 13$ кГц; (б) сигнала с частотой $f_2 = 13$ кГц при постоянной амплитуде сигнала с частотой $f_1 = 4$ кГц.

При увеличении амплитуды одной из взаимодействующих волн при фиксированной амплитуде другой, амплитуда сигналов на комбинационных частотах линейно увеличивалась. На рис. 8 представлены зависимости амплитуд упругих волн на комбинационных частотах $f_3 = 9$ кГц и $f_4 = 17$ кГц в зависимости от амплитуды упругой волны с частотой 13 кГц при неизменной амплитуде волны с частотой 4 кГц, и в зависимости от амплитуды упругой волны с частотой 4 кГц при неизменной амплитуде волны с частотой 13 кГц.

Известно [21, 22], что, при распространении двух упругих волн в нелинейной среде в ней образуются упругие волны на комбинационных частотах, амплитуды которых рассчитываются следующим образом:

$$P(\omega_1 \pm \omega_2) = \frac{Nd}{4V^3\rho}(\omega_1 \pm \omega_2)P(\omega_1)P(\omega_2), \quad (18)$$

где N – нелинейный параметр, d – длина области взаимодействия упругих волн, V – скорость звука в среде, $\omega_1 = 2\pi f_1$, $\omega_2 = 2\pi f_2$, $P(\omega_1)$, $P(\omega_2)$ – частоты и амплитуды взаимодействующих упругих волн.

Из рис. 8 видно, что зависимость амплитуды упругих волн на комбинационных частотах от амплитуды взаимодействующих волн является линейной. Кроме того, амплитуда волн на суммарной частоте $f_4 = f_1 + f_2 = 17$ кГц больше амплитуды волны на разностной частоте $f_3 = f_2 - f_1 = 9$ кГц приблизительно в 17/9 раз, что находится в хорошем согласии с зависимостью (18).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проанализированы упругие свойства модели одномерной гранулированной неконсолидированной среды, которая моделируется цепочкой одинаковых стальных шаров, предварительно поджатая внешней статической силой F . Анализ упругих свойств цепочки проводился на основе теории контактного взаимодействия Герца. Получено уравнение состояния для цепочки с учетом членов, пропорциональных $(\epsilon_c)^3$. Определены зависимости коэффициентов упругости 2-го, 3-го, 4-го порядков в цепочке шаров, выраженные через геометрические размеры шаров и их упругие свойства, в зависимости от внешней силы F . Показано, что в диапазоне давлений (0.3–6) Н упругая нелинейность исследуемой среды, связанная с контактом Герца, больше чем на порядок превышает упругую нелинейность, определяемую ангармонизмом кристаллической решетки материала, из которого изготовлены шары (сталь). Экспериментально исследованы особенности генерации второй и третьей гармоник в одномерной гранулированной неконсолидированной среде в зависимости от величины внешнего статического поджатия. Результаты эксперимента находятся в согласии с теоретическими оценками. В исследуемой модели обнаружен структурный фазовый переход от одномерной 1-Д к двумерной 2-Д структуре при увеличении силы поджатия шаров в интервале (1–3) Н, сопровождающийся аномальным увеличением упругой нелинейности системы. Объяснено аномальное поведение нелинейности. Исследовано взаимодействие двух упругих волн частоты f_1 и f_2 . Помимо генерации высших гармоник взаимодействующих волн ($2f_1$, $3f_1$) наблюдалась генерация упругих волн на комбинационных частотах $f = f_1 \pm f_2$.

Результаты эксперимента находятся в соответствии с теоретическим анализом. Проведенные эксперименты позволяют сделать вывод, что исследованная в работе структура является системой, упругие свойства которой можно изменять более чем на порядок.

Работа выполнена в Центре коллективного пользования физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова по нелинейной акустической диагностике и неразрушающему контролю при поддержке гранта Президента Российской Федерации № НШ-4590.2010.2 и гранта РФФИ № 11-02-00277-а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Руденко О.В. Гигантские нелинейности структурно-неоднородных сред и основы методов нелинейной акустической диагностики // УФН. 2006. Т. 176. № 1. С. 77–95.
2. Гурбатов С.Н., Руденко О.В., Саичев А.И. Волны и структуры в нелинейных средах без дисперсии. М.: Физматлит, 2008. 496 с.
3. Уайт Дж.Э. Возбуждение и распространение сейсмических волн. М.: Недра, 1986. 261 с.
4. Есипов И.Б., Рыбак С.А., Серебряный А.Н. Нелинейная акустическая диагностика земных пород и океана // УФН. 2006. Т. 176. № 1. С. 102–107.
5. Ostrovsky L.A., Johnson P.A. Dynamic nonlinear elasticity in geomaterials // Rivista del Nuovo Cimento. 2001. V. 24. № 7. P. 2.
6. Brunet T., Jia X. Johnson P. Transitional, elastic-nonlinear behaviour in dense granular media // Geophys. Res. Lett. 2008. V. 35. P. L19308–L19311.
7. Турна В., Зайцев В.Ю., Назаров В.Е., Гусев В.Э., Кастаньеде Б. Экспериментальное исследование нелинейных акустических эффектов в зернистых средах // Акуст. журн. 2005. Т. 51. № 5. С. 634–644.
8. Tournat V., Gusev V.E. Acoustics of unconsolidated “model” granular media: an overview of recent results and several open problems // Acta Acustica united with Acustica. 2010. V. 96. P. 208–224.
9. Нестеренко В.Ф. Распространение нелинейных импульсов сжатия в зернистых средах // ПМТФ. 1983. № 5. С. 136–148.
10. Coste C., Falkone T., Fauve S. Solitary waves in a chain of beads under Herz contact // Phys. Rev. 1977. V. 56. № 5. P. 6104.
11. Tournat V., Gusev V.E., Castagnède B.V. Self-demodulation of elastic waves in a one-dimensional granular chain // Phys. Rev. E. 2004. V. 70. P. 056603.
12. Руденко О.В., Хедберг К.М. Нелинейные колебания и волны в гранулированной насыщенной жидкостью среде. Ежегодник РАО // Под ред. С.А. Рыбака. Вып. 5. Троицк: Тривант, 2004. С. 15–32.
13. Korobov A.I., Brazhkin Yu.A., Sovetskaya E.S. Characteristic features of elastic wave propagation in a one-dimensional model of an unconsolidated medium // Acous. Phys. 2010. V. 56. № 4. P. 446–452.
14. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1978. 293 с.
15. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. М.: Наука, 1989. 509 с.
16. Баллад Е.М., Коршак Б.А., Можжаев В.Г., Солодов И.Ю. Генерация третьей гармоники и акустическая нелинейность высших порядков в твердых телах // Вестник МГУ. 2001. С. 3. № 6. С. 44–48.
17. Зарембо Л.К., Красильников В.А. Введение в нелинейную акустику. М.: Наука, 1966. 549 с.
18. Алешкевич В.А., Деденко Л.Г., Караваев В.А. Механика сплошных сред. Лекции. М.: Физический факультет МГУ, 1998. 92 с.
19. Беляева И.Ю., Зайцев Ю.В., Островский Л.А. Нелинейные акустоупругие свойства зернистых сред // Акуст. журн. 1993. Т. 39. № 1. С. 25–32.
20. Коробов А.И., Бражкин Ю.А., Ширгина Н.В. Особенности генерации второй акустической гармоники в 3D неконсолидированной среде // Наноэлектроника, Нанофотоника и Нелинейная физика // Тезисы докл. V Всероссийской конференции молодых ученых 6–8 сентября 2010 г. Саратовский университет, 2010. С. 123–124.
21. Руденко О.В. Нелинейные методы в акустической диагностике // Дефектоскопия. 1993. № 8. С. 24–32.
22. Руденко О.В., Солуян С.И. Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975. 287 с.