

## О ВОЗМОЖНОМ ИСПОЛЬЗОВАНИИ АКУСТИЧЕСКОЙ РЕВЕРБЕРАЦИИ ДЛЯ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ ОКЕАНА

© 2012 г. О. А. Годин

*Cooperative Institute for Research in Environmental Sciences, University of Colorado at Boulder and NOAA Earth System  
Research Laboratory, Physical Sciences Division, 325 Broadway, Boulder, Colorado 80305-3328, USA*

*E-mail: Oleg.Godin@noaa.gov*

Поступила в редакцию 01.09.11 г.

Двухточечная корреляционная функция диффузных шумовых полей, создаваемых распределенными случайными источниками звука, содержит ценную информацию о среде распространения, которую удастся использовать для осуществления пассивной акустической томографии океана. В ряде практически важных случаев в шумовом поле в океане доминируют вклады отдельных дискретных источников. В настоящей работе теоретически исследуется возможность определения скоростей звука и течения в водной толще путем корреляционной обработки реверберационных сигналов, зарегистрированных на двух вертикальных приемных антеннах. Другими словами, исследуется возможность замены при дистанционном зондировании диффузного шума от большого числа дельта-коррелированных источников рассеянными от неровностей поверхности и дна океана волнами, возбуждаемыми локализованным источником. Вычисление функции корреляции рассеянных волн производится методом малых возмущений. Показано, что корреляционная обработка рассеянных волн открывает возможность измерения акустической невзаимности и восстановления поля скорости течений в жидкости без применения акустических трансиверов.

*Ключевые слова:* акустическая томография, интерферометрия шумов, рассеяние звука, диффузные волновые поля, акустика движущихся сред.

### ВВЕДЕНИЕ

Акустические методы дистанционного зондирования океана традиционно опираются на использование мощных контролируемых источников звука [1, 2], позволяющих выделить зондирующий сигнал на фоне естественных шумов океана и шумов судоходства. В последнее время широким фронтом ведутся исследования альтернативного подхода, в котором источником сведений о физических параметрах среды распространения выступают диффузные (т.е. приходящие со многих направлений) шумы. Важную количественную информацию о среде, включая времена распространения волн, удастся извлечь из функции корреляции диффузных волновых полей, измеренных в пространственно разнесенных точках. Толчком к развитию интерферометрии шумов послужили восходящие к С.М. Рытову [3, 4] теоретические исследования [5–12], предсказывающие простую локальную связь двухточечной корреляционной функции идеально диффузных (т.е. равномерно распределенных в пространстве и по направлениям распространения) случайных шумов в неоднородной среде с детерминированной функцией Грина задачи, и подтверждающие теорию лабораторные эксперименты [13–15].

Теория шумовой интерферометрии была обобщена на движущиеся среды [8, 11, 16–18]. В геофизических задачах, в т.ч. в акустике океана, шумы неоднородны в пространстве и анизотропны. Важным шагом к пониманию возможностей и ограничений интерферометрии шумов стало распространение теории на неидеально диффузные шумовые поля [19–26] и отказ от предположения о дельта-коррелированности и неподвижности источников шума [27, 28].

На сегодняшний день наиболее значимые практические достижения шумовой интерферометрии связаны с сейсмической томографией, в первую очередь, с томографией земной коры [12, 29–31] и верхней мантии [32] при помощи поверхностных волн. Развиваются родственные подходы к медицинской диагностике, основанные на использовании тепловых шумов [33–35] и естественных вибраций мышц [36]. Возможность пассивной акустической томографии океана методом интерферометрии шумов была впервые экспериментально продемонстрирована в недавней работе [37].

Зачастую в шумовом поле в океане, особенно в прибрежных районах, доминируют вклады одного или нескольких сосредоточенных источников звука, например, расположенных на берегу электростанций и водоочистных сооружений, отдель-

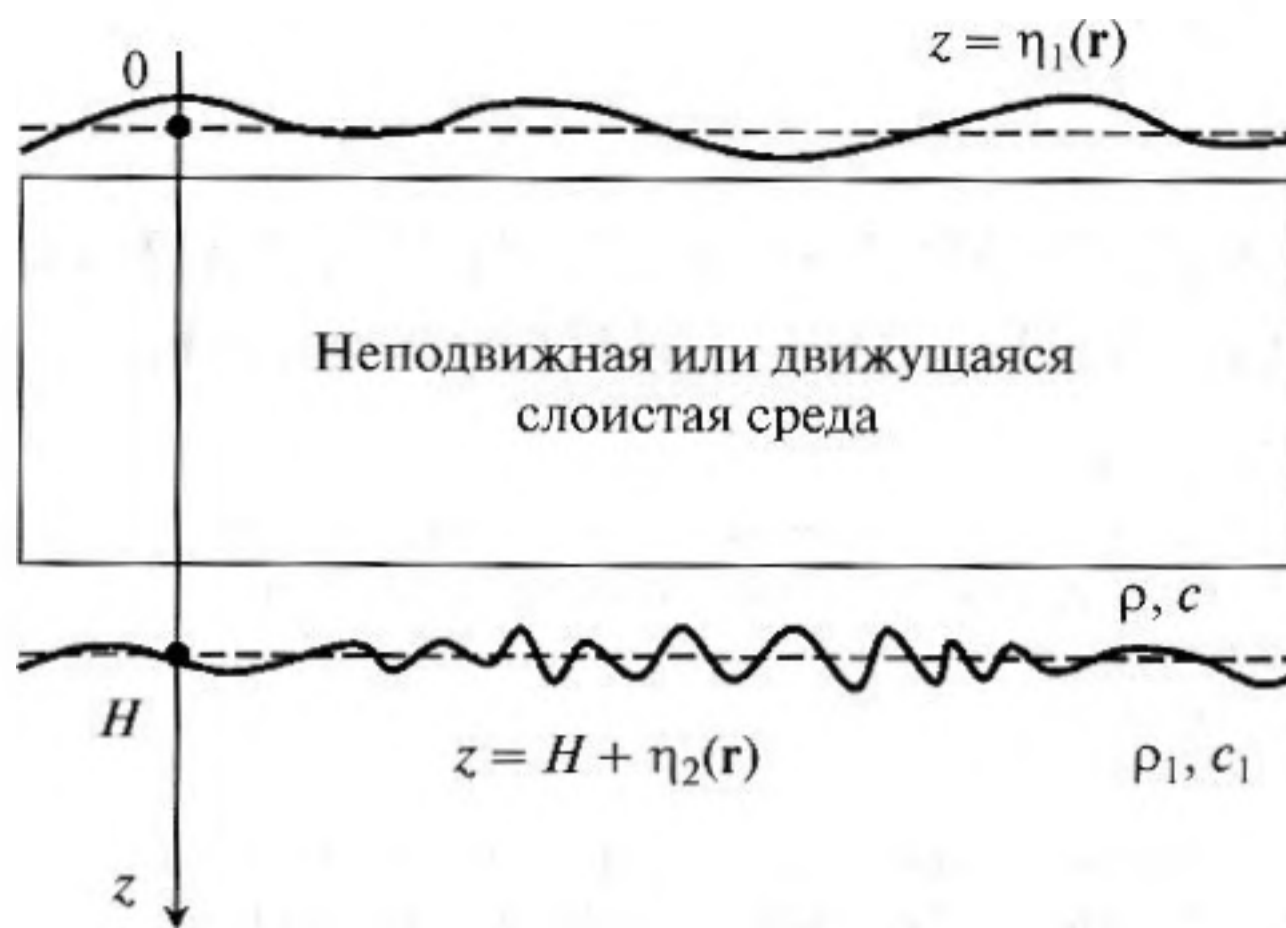


Рис. 1. Геометрия задачи.

ных судов, буровых платформ или импульсных источников, применяемых в геофизической разведке. Тогда диффузная компонента шума имеет реверберационную природу и связана с рассеянием прямой волны, в первую очередь, на поверхности и дне океана. В настоящей работе исследуется возможность использования акустической реверберации, порождаемой неконтролируемым источником, для измерения физических параметров водной толщи методом интерферометрии шумов. Родственные вопросы рассматривались применительно к сейсмической коде [19, 38] в предположении, что дельта-коррелированные точечные рассеиватели находятся в безграничной, однородной среде. Эти предположения, возможно, оправданы при изучении коды, но заведомо неприемлемы в акустике океана. Мы будем моделировать океан как детерминированную слоистую или трехмерно-неоднородную среду со случайно-неровными границами. Сначала мы будем считать среду неподвижной, а затем рассмотрим изменения результатов, связанные с наличием течений. Когерентность поля в океаническом волноводе с неровными границами исследовалась многими авторами, см. книги [39–41]. В отличие от предшествующих работ, нас будет интересовать не корреляционная функция как таковая, а возможность извлечения из нее информации о водной толще. Мы не имеем здесь возможности дать обзор исследований когерентности акустической реверберации в океане. Отметим только недавнюю экспериментальную работу [42], где обсуждаются наблюдения когерентных эффектов, которые теоретически исследуются ниже применительно к несколько иной геометрии измерений.

## ФУНКЦИЯ КОРРЕЛЯЦИИ ЗВУКОВОГО ПОЛЯ В ВОЛНОВОДЕ С НЕРОВНЫМИ ГРАНИЦАМИ

Введем систему ортогональных декартовых координат  $(x, y, z)$ , где вертикальная координатная ось  $Oz$  направлена вниз. Границы волновода описываются уравнениями  $z = \eta_1(\mathbf{r})$  (свободная поверхность) и  $z = H + \eta_2(\mathbf{r})$  (дно) (рис. 1), где  $\mathbf{r} = (x, y)$  — двумерный горизонтальный вектор,  $\eta_j(\mathbf{r})$ ,  $j = 1, 2$  — локально статистически-однородные случайные функции с нулевым средним и функциями корреляции  $\langle \eta_j(\mathbf{r}_1) \eta_j(\mathbf{r}_2) \rangle = K_j((\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$ . Угловые скобки обозначают усреднение по статистическому ансамблю. Характерные пространственные масштабы  $l$  и  $L$  изменения корреляции возвышений  $K_j$  как функции, соответственно, сдвига  $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$  и положения центра тяжести  $(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$  удовлетворяют условию  $L \gg l$ . Для статистически-однородных случайных возвышений  $L \rightarrow \infty$ , и  $K_j$  зависит только от  $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ .

Дно океана будем моделировать однородным жидким полупространством. Следуя [39, 40], жидкость в волноводе  $\eta_1(\mathbf{r}) < z < H + \eta_2(\mathbf{r})$  будем считать однородной вблизи поверхности и дна и произвольно слоистой в области между максимальными отклонениями поверхности и дна от их средних значений.

Рассмотрим монохроматические звуковые поля. Подразумевается и не выписывается явно временная зависимость  $\exp(-i\omega t)$  поля, где  $\omega$  — частота волны. Акустическое давление представим в виде суммы среднего поля  $\bar{p} = \langle p \rangle$  и флуктуирующей компоненты  $p_f$ . Тогда двухточечная функция корреляции поля

$$\begin{aligned} \langle p(\mathbf{R}_1) p^*(\mathbf{R}_2) \rangle &= \bar{p}(\mathbf{R}_1) \bar{p}^*(\mathbf{R}_2) + C(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2), \\ C(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) &= \langle p_f(\mathbf{R}_1) p_f^*(\mathbf{R}_2) \rangle, \end{aligned} \quad (1)$$

где звездочка обозначает комплексное сопряжение. Если отклонения  $\eta_j$  границ от их среднего положения пропорциональны малому параметру  $\varepsilon$ , то для вычисления корреляции поля с точностью до  $O(\varepsilon^4)$  достаточно найти  $p_f$  в первом, а  $\bar{p}$  — во втором порядке по  $\varepsilon$ .

Обозначим  $G(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0)$  функцию Грина, описывающую поле в точке  $\mathbf{R}$ , создаваемое расположенным в точке  $\mathbf{R}_0$  точечным источником звука, в волноводе с горизонтальными границами, т.е. в отсутствие неровностей. В неподвижной, стационарной жидкости с плотностью  $\rho$  и скоростью звука  $c$  функция Грина удовлетворяет уравнению [43, гл. 1]

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{R}} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \mathbf{R}} G(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0) \right) + \frac{\omega^2}{\rho c^2} G(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0) = -\delta(\mathbf{R} - \mathbf{R}_0). \quad (2)$$

Считая наклоны неровностей малыми по сравнению с единицей, а возвышения — малыми по сравнению с длиной звуковой волны, рассеяние будем описывать методом малых возмущений [39, 40]. В первом приближении метода малых возмущений получаем

$$p_f(\mathbf{R}) = \int dy [F_1(\mathbf{y}; \mathbf{R}) \eta_1(\mathbf{y}) + F_2(\mathbf{y}; \mathbf{R}) \eta_2(\mathbf{y})], \quad (3)$$

$$F_1(\mathbf{y}; \mathbf{R}) = \left[ \frac{\partial p_0(\mathbf{R}_0)}{\partial z} \frac{\partial G(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0)}{\partial z} \right]_{\mathbf{R}_0=(\mathbf{y}, 0)},$$

$$F_2(\mathbf{y}; \mathbf{R}) = \left[ k^2 \frac{\rho c^2 - \rho_1 c_1^2}{\rho_1 c_1^2} p_0(\mathbf{R}_0) \times \right. \\ \left. \times G(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0) - \frac{\rho - \rho_1}{\rho_1} \frac{\partial p_0(\mathbf{R}_0)}{\partial y} \frac{\partial G(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0)}{\partial y} + \right. \\ \left. + \frac{\rho - \rho_1}{\rho} \frac{\partial p_0(\mathbf{R}_0)}{\partial z} \frac{\partial G(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0)}{\partial z} \right]_{\mathbf{R}_0=(\mathbf{y}, H)}. \quad (4)$$

Здесь  $\rho = \rho(z)$  и  $c = c(z)$  — плотность и скорость звука в воде, а  $\rho_1$  и  $c_1$  — в дне;  $k = \omega/c$  — волновое число;  $p_0$  — поле в волноводе с плоскими границами;  $\mathbf{y}$  — двумерный горизонтальный вектор. (В частности, если реверберация вызвана находящимся в точке  $\mathbf{R}_1$  точечным источником, то  $p_0(\mathbf{R}) = E G(\mathbf{R}, \mathbf{R}_1)$ , где  $E$  — амплитуда источника.) Детали вывода соотношений (3), (4) приведены в [44, 45].

Считая неровности дна некоррелирующими с неровностями поверхности, для вклада флуктуационной компоненты поля в корреляционную функцию (1) по формулам (3), (4) находим  $C = C_1 + C_2$ , где

$$C_j(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = \int dy_2 \int dy_1 K_j(\mathbf{y}_2, \mathbf{y}_1) F_j\left(\mathbf{y}_2 - \frac{\mathbf{y}_1}{2}; \mathbf{R}_1\right) \times \\ \times F_j^*\left(\mathbf{y}_2 + \frac{\mathbf{y}_1}{2}; \mathbf{R}_2\right). \quad (5)$$

Интегрирование в правых частях формул (3) и (5) ведется по горизонтальным плоскостям в бесконечных пределах.

Среднее поле в волноводе, необходимое для вычисления первого слагаемого в выражении (1) для функции корреляции поля, исследовано в книгах [39, 40].  $\bar{p}$  отличается от  $p_0$  членами  $O(\varepsilon^2)$ . В приближении некоррелированных отражений от морской поверхности и дна,  $\bar{p}$  совпадает с полем в слоистой среде с истинными параметрами водной толщи при замене коэффициентов отражения от границ волновода средними коэффициентами отражения плоских волн от границ с соответствующими неровностями [40, ch. 7]. Явные выражения

для средних коэффициентов отражения на неровной границе жидких полупространств, полученные А.Г. Вороновичем во втором приближении метода малых возмущений, приведены в [45, § 14.6]. При малых  $\varepsilon$  основное отличие среднего  $\bar{p}$  от невозмущенного  $p_0$  поля состоит в дополнительном ослаблении, связанном с оттоком энергии во флуктуационную компоненту  $p_f$  поля, в то время как кинематическая структура поля (количество приходов и их времена распространения) практически не меняется.

### АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ФУНКЦИИ КОРРЕЛЯЦИИ ФЛУКТУАЦИОННОЙ КОМПОНЕНТЫ ЗВУКОВОГО ПОЛЯ В ЛУЧЕВОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ

Общие выражения (4), (5) для функции корреляции флуктуационной компоненты поля весьма громоздки, но они допускают далеко идущие упрощения при сравнительно слабых предположениях о свойствах волновода. Для определенности будем сначала рассматривать вклад  $C_1$  в функцию корреляции, обусловленный рассеянием звука на свободной поверхности. Допустим, что функцию Грина можно представить в виде суммы слагаемых, каждое из которых имеет быстро меняющуюся в горизонтальной плоскости фазу и медленно меняющуюся в горизонтальной плоскости комплексную амплитуду:

$$G(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0) = \sum_m A_m(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0) \exp(i\varphi_m(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0)). \quad (6)$$

В частности, представление (6) имеет место, когда применима лучевая теория [43, гл. 2]. Представление (6) также справедливо, если горизонтальное разнесение точек  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{R}_0$  велико по сравнению с длиной волны, и поле описывается конечным числом распространяющихся нормальных волн или адиабатических мод [43, гл. 1 и 3]. О невозмущенном поле

$$p_0(\mathbf{x}) = B(\mathbf{x}) \exp(i\psi(\mathbf{x})) \quad (7)$$

будем предполагать, что пространственный масштаб изменений его комплексной огибающей  $B$  как функции горизонтальных координат велик по сравнению с длиной волны и пространственным масштабом изменения фазы  $\psi$ . Эти предположения выполняются, в частности, когда источники звука находятся вдали от рассматриваемых приемников и для описания  $p_0$  пригодно параболическое приближение [43, гл. 4]. Предположения выполняются также в другой ситуации, когда в  $p_0$  доминирует единственный лучевой приход.

Следуя работе [27], где рассматривались шумовые поля, создаваемые случайными источниками

с конечным радиусом корреляции, аппроксимируем функции Грина (6) и невозмущенное поле (7), пренебрегая изменением комплексных амплитуд в горизонтальной плоскости на расстояниях порядка радиуса корреляции / неровностей и сохраняя только линейные члены разложений фаз по степеням смещений:

$$G(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0 + \delta\mathbf{R}_0) \approx \sum_m A_m(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0) \exp(i\varphi_m(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0) + i\mathbf{q}_m(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0) \cdot \mathbf{y}_1), \quad (8)$$

$$p_0(\mathbf{R}_0 + \delta\mathbf{R}_0) \approx B(\mathbf{R}_0) \exp(i\psi(\mathbf{R}_0) + i\mathbf{h}(\mathbf{R}_0) \cdot \mathbf{y}_1),$$

$$\delta\mathbf{R}_0 = (\mathbf{y}_1, 0).$$

Здесь  $\mathbf{q}_m(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0) = \partial\varphi_m(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0 + \delta\mathbf{R}_0)/\partial\mathbf{y}_1$  и  $\mathbf{h}(\mathbf{R}_0) = \partial\psi(\mathbf{R}_0 + \delta\mathbf{R}_0)/\partial\mathbf{y}_1$  имеют смысл локальных горизонтальных волновых векторов. Подстановка (8) в (4) и (5) дает

$$C_1(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = 4\pi^2 \sum_{m,n} \int d\mathbf{y}_2 \times$$

$$\times W_1\left(\mathbf{y}_2; \frac{\mathbf{q}_m(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_0) + \mathbf{q}_n(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_0)}{2} + \mathbf{h}(\mathbf{R}_0)\right) \left|\frac{\partial p_0(\mathbf{R}_0)}{\partial z}\right|^2 \times \quad (9)$$

$$\times \frac{\partial}{\partial z} \left[ A_m(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_0) e^{i\varphi_m(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_0)} \right] \times$$

$$\times \frac{\partial}{\partial z} \left[ A_n(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_0) e^{i\varphi_n(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_0)} \right]^* \Big|_{\mathbf{R}_0=(\mathbf{y}_2, z=0)},$$

где  $W_1$  — энергетический спектр неровностей поверхности. По определению,

$$W_j(\mathbf{y}; \mathbf{q}) = (2\pi)^{-2} \int K_j(\mathbf{y}, \mathbf{y}_1) \exp(-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{y}_1) d\mathbf{y}_1, \quad (10)$$

$$j = 1, 2.$$

Приближения (8) оправданы только при достаточно малых значениях радиуса корреляции  $l$  неровностей. Повторяя рассуждения, описанные в [27], можно показать, что для справедливости соотношения (9) достаточно выполнения неравенства  $l \ll \min(d_F, L_B, \sqrt{L_h/k})$ , где  $d_F$  — характерный размер зоны Френеля при распространении звука между точками  $\mathbf{R}_0$  и  $\mathbf{R}_{1,2}$ ,  $L_B$  и  $L_h$  — пространственные масштабы изменений комплексной огибающей  $B$  и волнового вектора  $\mathbf{h}$  в горизонтальной плоскости.

Интегрирование по  $\mathbf{y}_1$  в выражении (5) для вклада  $C_2$  от рассеяния на дне в функцию корреляции флуктуационной компоненты поля осуществляется аналогично описанному выше инте-

грированию для  $C_1$  и при тех же предположениях приводит к следующему результату:

$$C_2(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = 4\pi^2 \sum_{m,n} \int d\mathbf{y}_2 \times$$

$$\times \left\{ W_2\left(\mathbf{y}_2; \frac{\mathbf{q}_m(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_0) + \mathbf{q}_n(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_0)}{2} + \mathbf{h}(\mathbf{R}_0)\right) \times \right.$$

$$\times |p_0(\mathbf{R}_0)|^2 A_m(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_0) A_n^*(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_0) e^{i\varphi_m(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_0) - i\varphi_n(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_0)} \times$$

$$\times \left[ k^2 \frac{\rho c^2 - \rho_1 c_1^2}{\rho_1 c_1^2} + \frac{\rho - \rho_1}{\rho_1} \mathbf{h}(\mathbf{R}_0) \cdot \mathbf{q}_m(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_0) + \right. \quad (11)$$

$$\left. + i \frac{\rho - \rho_1}{\rho p_0} \frac{\partial p_0(\mathbf{R}_0)}{\partial z} \frac{\partial \varphi_m(\mathbf{R}_1; \mathbf{R}_0)}{\partial z} \right] \times$$

$$\times \left[ k^2 \frac{\rho c^2 - \rho_1 c_1^2}{\rho_1 c_1^2} + \frac{\rho - \rho_1}{\rho_1} \mathbf{h}(\mathbf{R}_0) \cdot \mathbf{q}_n(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_0) - \right.$$

$$\left. - i \frac{\rho - \rho_1}{\rho p_0} \frac{\partial p_0(\mathbf{R}_0)}{\partial z} \frac{\partial \varphi_n(\mathbf{R}_2; \mathbf{R}_0)}{\partial z} \right] \Big|_{\mathbf{R}_0=(\mathbf{y}_2, z=H)}$$

Из-за отличия функций  $F_1$  и  $F_2$  (4) формула (11) значительно более громоздка, чем (9), но имеет ту же структуру.

Перейдем к вычислению интеграла по  $\mathbf{y}_2$ . Подынтегральные выражения в (9) и (11) содержат быстро осциллирующий множитель  $\exp[i\varphi_m(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_0) - i\varphi_n(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_0)]$ . Предэкспоненциальные множители будут медленно меняющимися по сравнению с экспонентой, в том числе в окрестности стационарных точек показателя экспоненты, если выполнены условия

$$l \ll d_F \ll \min(L, L_B, L_h). \quad (12)$$

При выводе неравенства (12) мы учли, что пространственный масштаб изменения экспоненты вдали от и вблизи стационарной точки имеет порядок  $k^{-1}$  и  $d_F \gg k^{-1}$  соответственно и что характерным масштабом изменения  $W_1$  как функции горизонтального волнового вектора служит  $l^{-1}$ . Подчеркнем, что ограничение (12) на радиус корреляции неровностей намного слабее условия  $kl \ll 1$ , при котором рассеяние звука на поверхности становится диффузным (т.е. близким к изотропному).

Считая условия (12) выполненными, интегрирование в (9) и (11) можно провести методом стационарной фазы [45, гл. 2]. Мы ограничимся первым приближением этого метода. (Физический смысл и значение поправок, которые дают старшие приближения, обсуждаются в работе [23] применительно к измерению корреляционной функции шумовых полей, возбуждаемых случайными источниками.) При прямом применении метода стационарной фазы к интегралам (9) и (11) результат выражается через значения подынтегральной функции и вторых производных от фаз  $\varphi_n$  и  $\varphi_m$  по горизонтальным координатам [45,

§ 11.2]. Для упрощения результата и выяснения его физического смысла оказывается необходимым учесть вытекающую из (2) асимптотическую связь амплитуд  $A_m$  и фаз  $\varphi_m$  в выражении (6) для функции Грина.

Выкладки значительно упрощаются, если, следуя работам [16] и [18], воспользоваться интегральным тождеством

$$G(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_1) - G^*(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = \int_{\partial\Omega} ds(\mathbf{R}) \frac{N}{\rho} \times \left[ G^*(\mathbf{R}, \mathbf{R}_2) \frac{\partial G(\mathbf{R}, \mathbf{R}_1)}{\partial \mathbf{R}} - G(\mathbf{R}, \mathbf{R}_1) \frac{\partial G^*(\mathbf{R}, \mathbf{R}_2)}{\partial \mathbf{R}} \right] \quad (13)$$

для акустической функции Грина в произвольной неоднородной жидкости без поглощения. Здесь  $\partial\Omega$  — граница произвольно выбранной, конечной или бесконечной односвязной области  $\Omega$ , содержащей точки  $\mathbf{R}_1$  и  $\mathbf{R}_2$ . В качестве  $\Omega$  выберем весь объем жидкости в рассматриваемом волноводе в отсутствие неровностей границ. Тогда  $\partial\Omega$  состоит из горизонтальных плоскостей  $z = 0$  и  $z = H$  и соединяющей их удаленной поверхности  $\partial\Omega_1$ . Пренебрегая вкладом интеграла по  $\partial\Omega_1$  и подставляя формулу (6) в правую часть (13), получаем

$$\begin{aligned} & \sum_m A_m(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_1) \exp(i\varphi_m(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_1)) - \\ & - \sum_n A_n^*(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) \exp(-i\varphi_n(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)) = \\ & = \sum_{m,n} \left( \int_{z=0} - \int_{z=H} \right) \frac{dy}{\rho} \left\{ [A_n(\mathbf{R}, \mathbf{R}_2) \exp(i\varphi_n(\mathbf{R}, \mathbf{R}_2))]^* \times \right. \\ & \quad \times \frac{\partial}{\partial z} [A_m(\mathbf{R}, \mathbf{R}_1) \exp(i\varphi_m(\mathbf{R}, \mathbf{R}_1))] - \\ & \quad - A_m(\mathbf{R}, \mathbf{R}_1) \exp(i\varphi_m(\mathbf{R}, \mathbf{R}_1)) \times \\ & \quad \left. \times \frac{\partial}{\partial z} [A_n(\mathbf{R}, \mathbf{R}_2) \exp(i\varphi_n(\mathbf{R}, \mathbf{R}_2))]^* \right\}_{\mathbf{R}=(y,z)} \quad (14) \end{aligned}$$

При использовании метода стационарной фазы индивидуальные лучевые приходы в левой части получаются как вклады отдельных стационарных точек подынтегрального выражения. Как показано в [16], стационарными оказываются точки, выходящие из которых лучи проходят через обе точки  $\mathbf{R}_1$  и  $\mathbf{R}_2$  или, другими словами, точки пересечения с поверхностью интегрирования продолжения соединяющих  $\mathbf{R}_1$  и  $\mathbf{R}_2$  собственных лучей в направлении, противоположном направлению распространения звука (рис. 2).

Подчеркнем, что подынтегральные выражения в формулах (9), (11) и (14) содержат одну и ту же быстро осциллирующую экспоненту и отличаются только медленно меняющимися предэкспоненциальными факторами. Следовательно, сумма  $C_1$  (9) и  $C_2$  (11) имеет те же стационарные точки и,

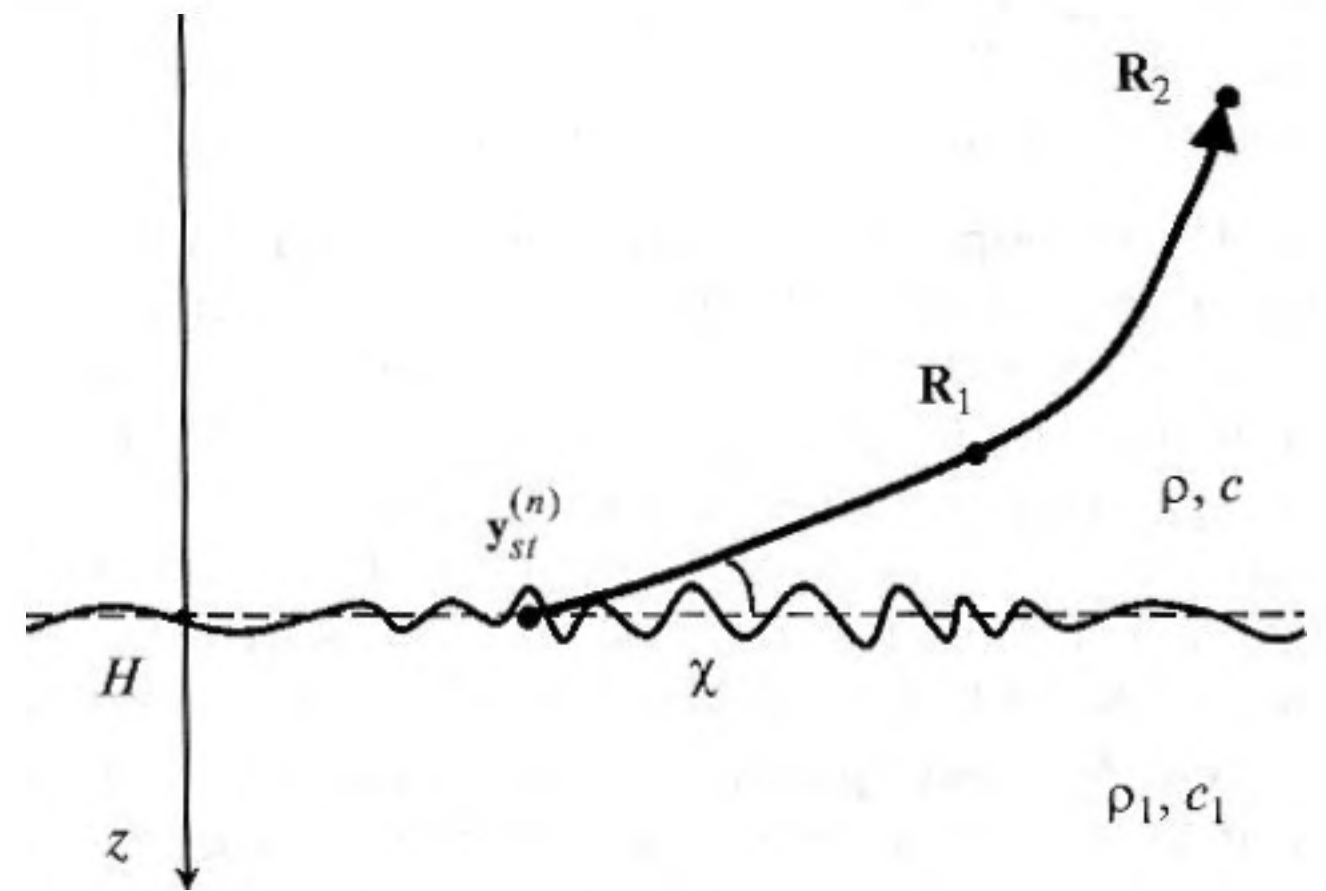


Рис. 2. Физический смысл стационарных точек подынтегрального выражения при лучевом представлении поля.

следовательно, состоит из тех же лучевых приходов, что и сумма функций Грина в (14). Амплитуды лучевых приходов в корреляционной функции и в функциях Грина, конечно, отличаются из-за различия значений, принимаемых в одной и той же стационарной точке  $\mathbf{y} = \mathbf{y}_{st}$  предэкспоненциальными факторами в соответствующих подынтегральных выражениях. Сравнивая интегралы в (9) и (14), для лучевых приходов, соответствующих стационарным точкам на поверхности океана, находим, что амплитуда лучевого прихода в корреляционной функции  $C(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$  (1) отличается от амплитуды соответствующего прихода в сумме  $G(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_1) - G^*(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$  дополнительным множителем

$$\beta_n = -2i\pi^2 k \rho \sin \chi(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_0) \times \left| \frac{\partial p_0}{\partial z}(\mathbf{R}_0) \right|^2 W_1(\mathbf{y}_{st}^{(n)}; \mathbf{h}(\mathbf{R}_0) + \mathbf{q}_n(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_0)) \Big|_{\mathbf{R}_0=(\mathbf{y}_{st}^{(n)}, 0)}, \quad (15)$$

где  $\mathbf{y} = \mathbf{y}_{st}^{(n)}$  — стационарная точка, соответствующая  $n$ -му лучу, а  $\chi$  — угол скольжения луча на поверхности (рис. 2). В случае лучей, исходящих из стационарных точек на дне, дополнительный множитель, согласно формулам (11) и (14), равен

$$\begin{aligned} \beta_n = & \frac{2i\pi^2 \rho}{k \sin \chi(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_0)} W_2(\mathbf{y}_{st}^{(n)}; \mathbf{h}(\mathbf{R}_0) + \mathbf{q}_n(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_0)) \times \\ & \times \left[ k^2 \frac{\rho c^2 - \rho_1 c_1^2}{\rho_1 c_1^2} + \frac{\rho - \rho_1}{\rho_1} \mathbf{h} \mathbf{q}_n \right] p_0(\mathbf{R}_0) + \\ & + ik \sin \chi \frac{\rho - \rho_1}{\rho} \left| \frac{\partial p_0}{\partial z}(\mathbf{R}_0) \right|^2 \Big|_{\mathbf{R}_0=(\mathbf{y}_{st}^{(n)}, H)}. \end{aligned} \quad (16)$$

Отметим, что, согласно формулам (15) и (16), зависимость амплитуд лучевых компонент корреляционной функции от свойств неровностей по-

верхности та же, что у амплитуды брэгговского рассеяния [39, 40] поля  $p_0$  в направлении соответствующего луча, проходящего через точки  $\mathbf{R}_1$  и  $\mathbf{R}_2$ .

Таким образом, асимптотика функции корреляции флуктуационной компоненты поля совпадает, с точностью до лучевых амплитуд, с лучевой асимптотикой комбинации  $G(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_1) - G^*(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$  детерминированных функций Грина, точнее, с той частью асимптотики функций Грина, которая соответствует круглым, достигающим границ лучам. Для лучевых компонент  $C(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$  с фазами  $\pm\varphi_n(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$  (во временном представлении функции корреляции эти компоненты соответствуют максимумам при положительных и отрицательных временных задержках) векторы  $\mathbf{q}_n$  отличаются знаком. В случае пологих неровностей, когда  $kl \gg 1$ , амплитуды этих лучевых приходов могут сильно отличаться из-за множителей  $W_{1,2}$  в формулах (15) и (16). Если неровности отсутствуют в окрестности стационарной точки  $\mathbf{y}_{st}^{(n)}$ , то  $W_j = 0$ ,  $\beta_n = 0$ , и соответствующий лучевой приход отсутствует в асимптотике  $C(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$ . В слоистой среде с минимумом скорости звука существуют "водные" лучи, не достигающие границ воловода. В высокочастотной асимптотике интеграла (13) им соответствуют вклады стационарных точек на поверхности  $\partial\Omega_1$ , соединяющей плоскости  $z = 0$  и  $z = H$ . Вклады водных лучей в асимптотику функций Грина не воспроизводятся в асимптотике  $C(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$ .

### АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ФУНКЦИИ КОРРЕЛЯЦИИ ФЛУКТУАЦИОННОЙ КОМПОНЕНТЫ ЗВУКОВОГО ПОЛЯ В МОДОВОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ

В слоистой среде функция Грина в модовом представлении имеет вид [43, гл. 1]

$$G(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_1) = \frac{-i}{4} \sum_m f_m(z_1) f_m(z_2) H_0^{(1)}(\xi_m |\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|), \quad (17)$$

$$\mathbf{R}_j = (\mathbf{x}_j, z_j),$$

где  $\xi_m$  и  $f_m$  — волновое число и нормированная собственная функция  $m$ -ой нормальной волны,

$$\int_0^{\infty} \frac{dz}{\rho(z)} f_n(z) f_m(z) = \delta_{nm}, \quad (18)$$

$H_0^{(1)}$  — функция Ханкеля,  $\mathbf{x}_j$  — двумерные горизонтальные вектора,  $\delta_{nm}$  — символ Кронеккера. Вкладом непрерывного спектра поля будем пренебре-

гать. При  $|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2| \gg k^{-1}$  функция Грина принимает вид (6), причем [43, гл. 1]

$$A_m(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = \frac{\exp(-3\pi i/4)}{2\sqrt{2\pi\xi_m |\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|}} f_m(z_1) f_m(z_2), \quad (19)$$

$$\varphi_m(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = \xi_m |\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|.$$

Будем считать, что горизонтальное разнесение приемников велико по сравнению с длиной волны. Тогда справедливы рассуждения, использованные при выводе соотношений (9) и (11) для функции корреляции  $C = C_1 + C_2$  флуктуационной компоненты поля, и, с учетом формул (4) и (19),

$$C_1(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = \frac{\pi}{2} \sum_{m,n} f'_m(0) f'_n(0) f_m(z_1) f_n(z_2) \times$$

$$\times \int dy \frac{\exp(i\xi_m |\mathbf{y} - \mathbf{x}_1| - i\xi_n |\mathbf{y} - \mathbf{x}_2|)}{\sqrt{\xi_m \xi_n |\mathbf{y} - \mathbf{x}_1| |\mathbf{y} - \mathbf{x}_2|}} \times$$

$$\times W_1 \left( \mathbf{y}; \frac{\xi_m \mathbf{e}(\mathbf{y}, \mathbf{x}_1) + \xi_n \mathbf{e}(\mathbf{y}, \mathbf{x}_2)}{2} + \mathbf{h}(\mathbf{R}_0) \right) \times$$

$$\times \left| \frac{\partial p_0}{\partial z}(\mathbf{R}_0) \right|^2 \Big|_{\mathbf{R}_0=(\mathbf{y}, z=0)}, \quad (20)$$

$$C_2(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = \frac{\pi}{2} \sum_{m,n} f_m(z_1) f_n(z_2) \times$$

$$\times \int dy \frac{\exp(i\xi_m |\mathbf{y} - \mathbf{x}_1| - i\xi_n |\mathbf{y} - \mathbf{x}_2|)}{\sqrt{\xi_m \xi_n |\mathbf{y} - \mathbf{x}_1| |\mathbf{y} - \mathbf{x}_2|}} \times$$

$$\times \left\{ \left[ \left( k^2 \frac{\rho c^2 - \rho_1 c_1^2}{\rho_1 c_1^2} + \frac{\rho - \rho_1}{\rho_1} \xi_m \mathbf{h} \cdot \mathbf{e}(\mathbf{y}, \mathbf{x}_1) \right) \times \right. \right.$$

$$\times \left. f_m(H) p_0(\mathbf{R}_0) + \frac{\rho - \rho_1}{\rho} f'_m(H) \frac{\partial p_0(\mathbf{R}_0)}{\partial z} \right] \times$$

$$\times \left[ \left( k^2 \frac{\rho c^2 - \rho_1 c_1^2}{\rho_1 c_1^2} + \frac{\rho - \rho_1}{\rho_1} \xi_n \mathbf{h} \cdot \mathbf{e}(\mathbf{y}, \mathbf{x}_2) \right) \times \right.$$

$$\times \left. f_n(H) p_0(\mathbf{R}_0) + \frac{\rho - \rho_1}{\rho} f'_n(H) \frac{\partial p_0(\mathbf{R}_0)}{\partial z} \right]^* \times$$

$$\times W_2 \left( \mathbf{y}; \frac{\xi_m \mathbf{e}(\mathbf{y}, \mathbf{x}_1) + \xi_n \mathbf{e}(\mathbf{y}, \mathbf{x}_2)}{2} + \mathbf{h}(\mathbf{R}_0) \right) \Big|_{\mathbf{R}_0=(\mathbf{y}, z=H)}, \quad (21)$$

где  $\mathbf{e}(\mathbf{y}, \mathbf{x}) = (\mathbf{y} - \mathbf{x})/|\mathbf{y} - \mathbf{x}|$  — единичный горизонтальный вектор.

При выполнении условия (12), где в рассматриваемом случае  $d_F \sim k^{-1/2} |\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|^{1/2}$ , подынтегральные выражения в (20) и (21) являются произведениями быстро осциллирующей экспоненты на медленно меняющийся преэкспоненциальный множитель, как и в рассмотренном выше высокочастотном случае. Однако, в отличие от интегралов в (9) и (11), стационарные точки в (20) и (21) не являются изолированными. Стационарные точки

показателя экспоненты определяются из уравнения

$$\frac{\partial}{\partial y} [\xi_m |y - x_1| - \xi_n |y - x_2|] = 0. \quad (22)$$

Уравнение (22) не имеет решений при  $m \neq n$ . При  $m = n$  решения уравнения (22) плотно заполняют горизонтальную линию, проходящую через точки  $x_1$  и  $x_2$ , кроме заключенного между  $x_1$  и  $x_2$  отрезка (рис. 3). Аналогичная ситуация возникает при вычислении функции корреляции шумов, возбуждаемых распределенными в объеме случайными источниками [18, 19]. Следуя [18], для вычисления асимптотики  $C_1$  и  $C_2$  при  $k|x_1 - x_2| \gg 1$  в (20) и (21) выполним сначала интегрирование методом стационарной фазы по декартовой координате, перпендикулярной к линии, соединяющей точки  $x_1$  и  $x_2$ , а затем проинтегрируем результат вдоль этой линии. После простых выкладок для главного члена асимптотики получаем

$$C(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = \sum_n \sqrt{\frac{\pi^3}{2\xi_n^3 |x_1 - x_2|}} \times \quad (23)$$

$$\times f_n(z_1) f_n(z_2) [Q_1^{(n)} e^{i\xi_n |x_1 - x_2| + i\pi/4} + Q_2^{(n)} e^{-i\xi_n |x_1 - x_2| - i\pi/4}],$$

где

$$Q_j^{(n)} = [f_n'(0)]^2 \int_0^{+\infty} ds W_1(y; \xi_n \mathbf{e}(x_{3-j}, x_j) + \mathbf{h}(\mathbf{R}_0)) \times$$

$$\times \left| \frac{\partial p_0}{\partial z}(\mathbf{R}_0) \right|^2 \Big|_{\mathbf{R}_0=(x_{3-j}+se(x_{3-j}, x_j), z=0)} +$$

$$+ \int_0^{+\infty} ds W_2(y; \xi_n \mathbf{e}(x_{3-j}, x_j) + \mathbf{h}(\mathbf{R}_0)) \times \quad (24)$$

$$\times \left( k^2 \frac{\rho c^2 - \rho_1 c_1^2}{\rho_1 c_1^2} + \frac{\rho - \rho_1}{\rho_1} \xi_m \mathbf{h} \cdot \mathbf{e}(y, x_1) \right) f_m(H) p_0(\mathbf{R}_0) +$$

$$+ \frac{\rho - \rho_1}{\rho} f_m'(H) \frac{\partial p_0(\mathbf{R}_0)}{\partial z} \Big|_{\mathbf{R}_0=(x_{3-j}+se(x_{3-j}, x_j), z=H)}, \quad j = 1, 2.$$

Контур, вдоль которых ведется интегрирование при вычислении  $Q_1$  и  $Q_2$ , показаны на рис. 3.

Сравнение формулы (23) с формулами (6) и (19) показывает, что, как и в условиях применимости лучевого представления, асимптотика функции корреляции флуктуационной компоненты поля аппроксимирует комбинацию  $G(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_1) - G^*(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$  детерминированных функций Грина.  $C(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$  и  $G(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_1) - G^*(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$  состоят из одних и тех же (т.е. имеющих одну и ту же фазу и зависимость от  $\mathbf{R}_1$  и  $\mathbf{R}_2$ ) модовых компонент и отличаются только амплитудами мод. Естественно, амплитуды модовых компонент корреляционной функции зависят от пространственной структуры

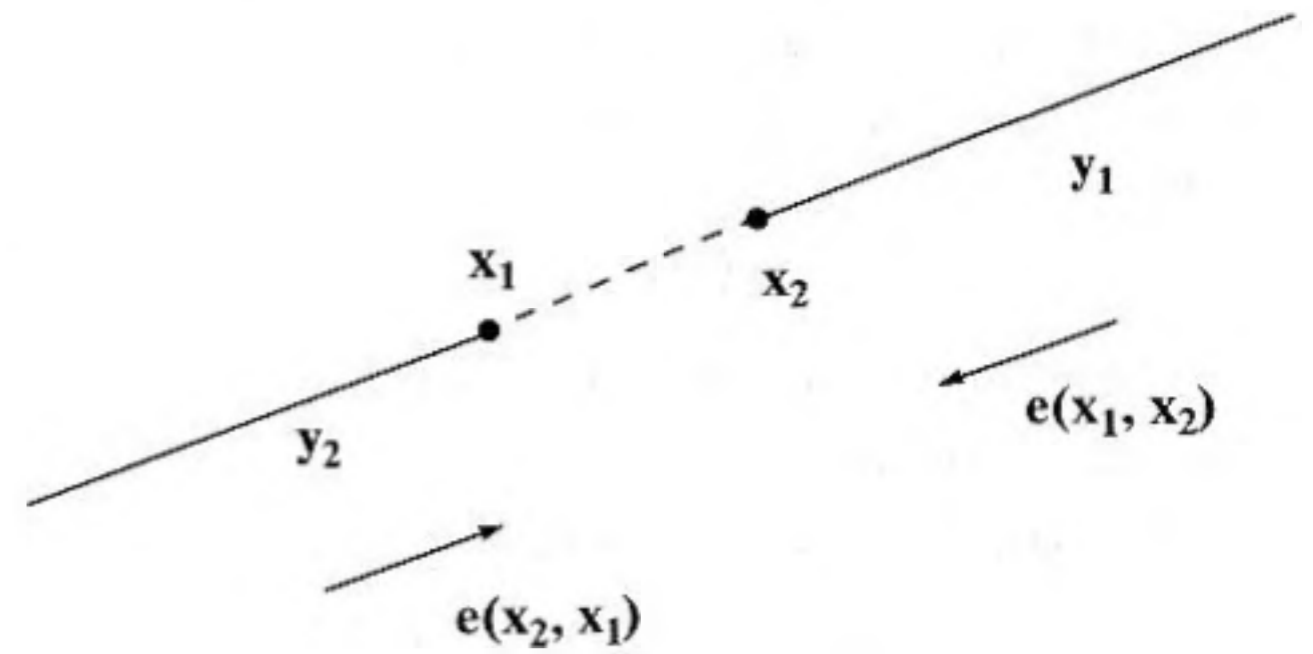


Рис. 3. Расположение стационарных точек подынтегрального выражения при асимптотической оценке корреляционной функции в модовом представлении. Стационарные точки лежат на показанных сплошными линиями участках проходящей через точки  $x_1$  и  $x_2$  прямой. В формуле (24) интегрирование ведется по контурам  $\gamma_j, j = 1, 2$ .

невозмущенного поля и свойств неровностей поверхности и дна океана.

В рамках адиабатического приближения полученный результат допускает обобщение на случай неслоистого (горизонтально-неоднородного) волновода. Рассмотрение этого вопроса выходит, однако, за рамки настоящей работы.

### ДВИЖУЩАЯСЯ СРЕДА

Выше мы пренебрегали течениями и считали среду неподвижной. Предположим теперь, что в слоистом волноводе имеется горизонтальное течение с зависящей от глубины скоростью  $\mathbf{u}(z)$ , которая обращается в нуль в окрестности неровных границ. Тогда функция Грина удовлетворяет не (2), а содержащему  $\mathbf{u}$  более сложному волновому уравнению [43, гл. 1], но формулы (3)–(5) остаются в силе.

При выполнении условия  $|x_1 - x_2| \gg k^{-1}$  дискретный спектр звукового поля точечного источника в движущейся слоистой среде [46–48; 43, гл. 1] по-прежнему имеет вид (6), причем амплитуды и фазы мод даются формулами

$$A_m(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = \frac{\exp(-3\pi i/4)}{2\sqrt{2\pi\xi_m(\psi_m) D_m(\psi_m)} |x_1 - x_2|} \times$$

$$\times f_m(z_1; \psi_m) f_m(z_2; \psi_m), \quad (25)$$

$$\varphi_m(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = \bar{\xi}_m(\psi_m)(x_1 - x_2).$$

Здесь волновой вектор моды  $\bar{\xi}_m = \xi_m(\psi)(\cos \psi, \sin \psi, 0)$ ; волновое число  $\xi_m$  моды и нормированная собственная функция  $f_m$  в движущейся среде зависят от азимутального угла  $\psi$ , задающего направление волнового вектора в горизонтальной плоскости. Пусть азимутальный угол  $\alpha$  задает направление

ние горизонтального вектора  $\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2$ :  $\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2 = |\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|(\cos \alpha, \sin \alpha)$ . Тогда  $D_m$  в (25) дается формулой

$$D_m(\psi) = \cos(\psi - \alpha) \left[ 1 + 2 \operatorname{tg}^2(\psi - \alpha) - \xi_m^{-1} \partial^2 \xi_m / \partial \psi^2 \right], \quad (26)$$

а угол  $\psi_m(\alpha)$  определяется как удовлетворяющее условию  $|\psi_m - \alpha| \leq \pi/2$  решение уравнения

$$\frac{\partial}{\partial \psi} [\xi_m(\psi) \cos(\psi - \alpha)] = 0. \quad (27)$$

Отметим, что, вследствие акустической анизотропии движущейся среды, волновой вектор моды образует конечный угол  $\psi_m(\alpha) - \alpha$  с направлением распространения звука [46–48], который стремится к нулю при  $|\mathbf{u}| \rightarrow 0$ . Для простоты будем считать, что при каждом  $\alpha$  существует единственное решение  $\psi_m(\alpha)$  и что обусловленные течением азимутальные изменения  $\xi_m$  меньше, чем изменение волновых чисел с номером моды; тогда  $\xi_m \neq \xi_n$  при  $n \neq m$ . (Эти условия заведомо выполнены при достаточно малых значениях числа Маха течения [43, гл. 1].)

При использовании в (9) и (11) соотношений (25) для  $C_1$  и  $C_2$  получаются аналогичные (20) и (21) формулы, где показатель быстро осциллирующей экспоненты равен умноженной на мнимую единицу фазе

$$\Phi_{mn}(\mathbf{y}, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \bar{\xi}_m(\psi_m(\alpha(\mathbf{y}, \mathbf{x}_1)))(\mathbf{y} - \mathbf{x}_1) - \bar{\xi}_n(\psi_n(\alpha(\mathbf{y}, \mathbf{x}_2)))(\mathbf{y} - \mathbf{x}_2). \quad (28)$$

Используя при дифференцировании соотношение (27), уравнение стационарной точки  $\partial \Phi_{mn} / \partial \mathbf{y} = 0$  удается представить в виде

$$\bar{\xi}_m(\psi_m(\alpha(\mathbf{y}, \mathbf{x}_1))) = \bar{\xi}_n(\psi_n(\alpha(\mathbf{y}, \mathbf{x}_2))). \quad (29)$$

При сделанных выше предположениях уравнение (29) не имеет решений при  $m \neq n$ . При  $m = n$  уравнению удовлетворяют все точки на показанных на рис. 3 лучах  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ , исходящих из точек  $\mathbf{x}_1$  и  $\mathbf{x}_2$ , поскольку  $\alpha(\mathbf{y}, \mathbf{x}_1) = \alpha(\mathbf{y}, \mathbf{x}_2) = \alpha(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ , когда  $\mathbf{y} \in \gamma_1$ , и  $\alpha(\mathbf{y}, \mathbf{x}_1) = \alpha(\mathbf{y}, \mathbf{x}_2) = \alpha(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1)$ , когда  $\mathbf{y} \in \gamma_2$ .

Следовательно, асимптотика  $C(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = C_1(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) + C_2(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$  состоит из двух однократных сумм по номеру моды. Согласно (25), слагаемые первой суммы пропорциональны  $f_m(z_1; \psi_m) f_m(z_2; \psi_m) \times \exp[i\bar{\xi}_m(\psi_m)(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)]$ , где  $\psi_m = \psi_m(\alpha(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1))$ , а второй суммы —  $f_n(z_1; \psi_n) f_n(z_2; \psi_n) \times \exp[i\bar{\xi}_n(\psi_n)(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)]$ , где  $\psi_n = \psi_n(\alpha(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2))$ . Таким образом, в движущейся среде, как и в рассмотренном выше случае неподвижной среды, асимптотика функции корреляции флуктуационной компоненты поля аппроксимирует комбинацию  $G(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_1) - G^*(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$  детерминированных функций Грина с точностью до модовых амплитуд.

Принципиальное отличие от случая неподвижной среды заключается в том, что в движущейся среде  $G(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_1) \neq G(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$  и по известному  $C(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$  удается определить обусловленную течениями невязанность  $[\bar{\xi}_m(\psi_m(\alpha(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2))) - \bar{\xi}_m(\psi_m(\alpha(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1)))] \times (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)$  фаз мод, т.е. разность фаз моды данного номера при распространении в противоположных направлениях между точками  $\mathbf{R}_1$  и  $\mathbf{R}_2$ .

Перейдем к рассмотрению высокочастотных звуковых полей в движущейся среде, для которых применимо лучевое представление. В этом случае исследование функции корреляции и, в частности, вычисление асимптотик  $C_1$  (9) и  $C_2$  (11) отличаются от изложенных выше для неподвижной среды только техническими деталями, которые подробно описаны в работах [16, 18] применительно к родственной задаче о шумовом поле случайных источников. Асимптотический анализ приводит к следующему результату: как и в неподвижной среде, высокочастотная асимптотика функции корреляции флуктуационной компоненты поля совпадает, с точностью до лучевых амплитуд, с той частью асимптотики лучевой асимптотики комбинации  $G(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_1) - G^*(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$  детерминированных функций Грина, которая соответствует достигающим границ лучам. Как и в модовом представлении, корреляционная функция содержит информацию об обусловленной течениями акустической невязанности, в данном случае, о разности эйконолов лучей при распространении звука в противоположных направлениях между точками  $\mathbf{R}_1$  и  $\mathbf{R}_2$ . Как известно, именно акустическая невязанность используется в качестве входной информации при акустической томографии течений [1, 2, 49, 50]. В активной томографии измерение невязанности осуществляется в экспериментах по встречному распространению звука и требует использования акустических трансиверов. Мы видим, что корреляционная обработка реверберационного поля (как и диффузного шумового поля [8, 11, 16, 18]) открывает возможность измерения невязанности при помощи значительно более простого и дешевого оборудования.

Следует подчеркнуть, что в рамках лучевого подхода мы нигде не использовали предположение о слоистости среды. Все рассуждения и результаты остаются применимыми для высокочастотных полей в трехмерно-неоднородной движущейся или неподвижной среде, если жидкость можно считать однородной и неподвижной в окрестности неровных границ.

## ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Мы установили, что двухточечная корреляционная функция акустического поля в волноводе с

неровными границами содержит информацию об эйконалах лучей и фазах мод, соответствующих распространению звука в волноводе с гладкими границами в случае, когда один из приемников заменен точечным источником. Эта информация может быть использована для томографического восстановления полей скоростей звука и течения в водной толще. При достаточно широкой частотной полосе приема во временном представлении функции корреляции индивидуальные лучевые компоненты проявляются как максимумы и минимумы на положительных и отрицательных временных задержках. Полезная информация о среде содержится в корреляционной функции  $S$  флуктуационной компоненты поля. Вклад  $\bar{p}(\mathbf{R}_1)\bar{p}^*(\mathbf{R}_2)$  среднего поля в полную корреляционную функцию (1) может превосходить  $S$  по амплитуде, но отделяется от пиков  $S$  по времени. Например, при расположении источника в точке  $\mathbf{R}_0$  в волноводе с однородным заполнением в неподвижной среде лучи, не взаимодействующие со дном, дают пики при задержках  $c^{-1}(|\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_0| - |\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_0|)$  и  $\pm c^{-1}|\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2|$  соответственно для вкладов среднего и флуктуационного поля в полную корреляционную функцию (1).

Следует подчеркнуть, что, в отличие от амплитуд лучевых и модовых приходов, эйконалы лучей и фазы модовых компонент в  $S(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$  не зависят ни от неровностей поверхности, ни от положения источника звука. Это обстоятельство позволяет использовать  $S(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$  для дистанционного зондирования водной толщи в отсутствие информации об источнике звука и неровных поверхностях. Как показано выше, для пассивного измерения лучевых времен распространения между приемниками или фаз мод не требуется идеальной диффузности реверберационного поля или его флуктуационной компоненты. Поэтому не требуется ни однородности невозмущенного поля, ни дельта-коррелированности рассеивателей, ни диффузности (отсутствия направленности) рассеяния на поверхности и дне.

До сих пор мы предполагали, что невозмущенное поле создается единственным точечным источником звука. Если имеется произвольное число попарно некоррелирующих между собой источников, каждый из которых создает невозмущенное поле вида (7), то их вклады в корреляционную функцию  $S$  флуктуирующего поля будут аддитивны. Поскольку энергетические спектры неровностей  $W_{1,2}$  в формулах (15), (16) и (24) заведомо неотрицательны, то вклады отдельных источников в амплитуды лучевых и модовых приходов усиливают друг друга. Поэтому выводы, сделанные выше на основании результатов для точечного источника, без изменений переносятся на реверберационные поля, создаваемые любым числом источников.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе при достаточно общих предположениях о среде распространения и неровностях поверхности и дна океана показано, что двухточечная корреляционная функция акустической реверберации, создаваемой неконтролируемым источником, содержит информацию о временах пробега лучей и фазах мод при распространении звука в обоих направлениях между рассматриваемыми точками. При наличии сети пространственно-разнесенных приемников эта информация, в принципе, может быть использована для пассивной акустической томографии полей скорости звука и течения в жидкости, подобно пассивной акустической томографии океана по корреляции естественных шумов [37]. Остается, однако, открытым целый ряд важных вопросов. Необходимы дальнейшие исследования, чтобы учесть движение источника звука и поверхности океана и горизонтальную неоднородность волновода в случае низкочастотного звука, а также распространить на случай реверберационных полей оценки [10, 26, 51–53] времен накопления сигнала, позволяющих заменить рассмотренные выше статистические средние средними по времени, и оценить практически достижимую точность пассивных измерений фаз мод и лучевых времен распространения звука в океане.

Исследование, на результатах которого базируется данная статья, было выполнено при поддержке NAVAIR, проект № N68335-10-C-0414, и CRDF, грант № RUP1-2978-MO-10. Автор признателен И.М. Фуксу за полезное обсуждение предварительных результатов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Munk W., Worcester P., Wunsch C. Ocean Acoustic Tomography. Cambridge: Univ. Press, 1995.
2. Гончаров В.В., Зайцев В.Ю., Куртенов В.М., Нечаев А.Г., Хилько А.И. Акустическая томография океана. Н. Новгород: ИПФ РАН, 1997.
3. Рытов С.М. О тепловых флуктуациях в распределенных системах // ДАН СССР. 1956. Т. 110. № 3. С. 371–374.
4. Левин М.Л., Рытов С.М. Теория равновесных тепловых флуктуаций в электродинамике. М.: Наука, 1967.
5. Rickett J., Claerbout J. Acoustic daylight imaging via spectral factorization: Helioseismology and reservoir monitoring // The Leading Edge. 1999. V. 18. № 18. P. 957–960.
6. Wapenaar K. Retrieving the elastodynamic Green's function of an arbitrary inhomogeneous medium by cross correlation // Phys. Rev. Lett. 2004. V. 93. № 25. P. 254301-1–254301-4.
7. Weaver R.L., Lobkis O.I. Diffuse fields in open systems and the emergence of the Green's function // J. Acoust. Soc. Am. 2004. V. 116. № 5. P. 2731–2734.

8. *Godin O.A.* Emergence of the acoustic Green's function from thermal noise // *J. Acoust. Soc. Am.* 2007. V. 121. № 2. P. EL96–EL102.
9. *Snieder R.* Extracting the Green's function of attenuating heterogeneous acoustic media from uncorrelated waves // *J. Acoust. Soc. Am.* 2007. V. 121. № 5. P. 2637–2643.
10. *Gouédard P., Stehly L., Brenguier F., Campillo M., Colin de Verdière Y., Larose E., Margerin L., Roux P., Sánchez-Sesma F.J., Shapiro N.M., Weaver R.L.* Cross-correlation of random fields: Mathematical approach and applications // *Geophys. Prospecting*. 2008. V. 56. P. 375–393.
11. *Godin O.A.* Retrieval of Green's functions of elastic waves from thermal fluctuations of fluid-solid systems // *J. Acoust. Soc. Am.* 2009. V. 125. № 4. P. 1960–1970.
12. *Wapenaar K., Draganov D., Robertsson J.O.A.* (eds.) *Seismic Interferometry: History and Present Status*. SEG Geophysics Reprint Series № 26. Tulsa, OK: Society of Exploration Geophysicists, 2008.
13. *Weaver R.L., Lobkis O.I.* Ultrasonics without a source: Thermal fluctuation correlations at MHz frequencies // *Phys. Rev. Lett.* 2001. V. 87. № 13. P. 134301-1–134301-4.
14. *Lobkis O.I., Weaver R.L.* On the emergence of the Green's function in the correlations of a diffuse field // *J. Acoust. Soc. Am.* 2001. V. 110. № 6. P. 3011–3017.
15. *Weaver R.L., Lobkis O.I.* Elastic wave thermal fluctuations, ultrasonic waveforms by correlation of thermal phonons // *J. Acoust. Soc. Am.* 2003. V. 113. № 5. P. 2611–2621.
16. *Godin O.A.* Recovering the acoustic Green's function from ambient noise cross-correlation in an inhomogeneous moving medium // *Phys. Rev. Lett.* 2006. V. 97. № 5. P. 054301-1–054301-4.
17. *Wapenaar K.* Nonreciprocal Green's function retrieval by cross correlation // *J. Acoust. Soc. Am.* 2006. V. 120. № 1. P. EL7–EL13.
18. *Godin O.A.* Cross-correlation function of acoustic fields generated by random high-frequency sources // *J. Acoust. Soc. Am.* 2010. V. 128. № 2. P. 600–610.
19. *Snieder R.* Extracting the Green's function from the correlation of coda waves: A derivation based on stationary phase // *Phys. Rev. E.* 2004. V. 69. P. 046610-1–046610-8.
20. *Sabra K.G., Roux P., Kuperman W.A.* Arrival-time structure of the time-averaged ambient noise cross-correlation function in an oceanic waveguide // *J. Acoust. Soc. Am.* 2005. V. 117. P. 164–174.
21. *Snieder R., Wapenaar K., Lerner K.* Spurious multiples in seismic interferometry of primaries // *Geophysics*. 2006. V. 71. P. S1111–S1124.
22. *Буров В.А., Сергеев С.Н., Шуруп А.С.* Использование в пассивной томографии океана низкочастотных шумов // *Акуст. журн.* 2008. Т. 54. № 1. С. 51–61.
23. *Godin O.A.* Accuracy of the deterministic travel times retrieval from cross-correlations of non-diffuse ambient noise // *J. Acoust. Soc. Am.* 2009. V. 126. № 6. P. EL183–EL189.
24. *Weaver R., Froment B., Campillo M.* On the correlation of non-isotropically distributed ballistic scalar diffuse waves // *J. Acoust. Soc. Am.* 2009. V. 126. № 4. P. 1817–1826.
25. *Garnier J., Papanicolaou J.* Passive sensor imaging using cross correlations of noisy signals in a scattering medium // *SIAM J. Imaging Sciences*. 2009. V. 2. P. 396–437.
26. *Zabotin N.A., Godin O.A.* Emergence of acoustic Green's functions from time averages of ambient noise // *Acta Acustica united with Acustica*. 2011. V. 97. № 1. P. 44–53.
27. *Godin O.A.* Emergence of deterministic Green's functions from noise generated by finite random sources // *Phys. Rev. E.* 2009. V. 80. № 6. P. 066605-1–066605-6.
28. *Sabra K.G.* Influence of the noise sources motion on the estimated Green's functions from ambient noise cross-correlations // *J. Acoust. Soc. Am.* 2010. V. 127. № 6. P. 3577–3589.
29. *Shapiro N.M., Campillo M., Stehly L., Ritzwoller M.H.* High resolution surface-wave tomography from ambient seismic noise // *Science*. 2005. V. 307. P. 1615–1618.
30. *Yao H., van der Hilst R.D., de Hoop M.V.* Surface-wave array tomography in SE Tibet from ambient seismic noise and two-station analysis. I. Phase velocity maps // *Geophys. J. Int.* 2006. V. 166. № 2. P. 732–744.
31. *Moschetti M.P., Ritzwoller M.H., Lin F.C., Yang Y.* Seismic evidence for widespread crustal deformation caused by extension in the western USA // *Nature*. 2010. V. 464. № 7290. P. 885–889.
32. *Nishida K., Montagner J.-P., Kawakatsu H.* Global surface wave tomography using seismic hum // *Science*. 2009. V. 326. № 5949. P. 112.
33. *Миргородский В.И., Герасимов В.В., Пешин С.В.* Экспериментальные исследования особенностей пассивной корреляционной томографии источников некогерентного акустического излучения меггерцового диапазона // *Акуст. журн.* 2006. Т. 52. № 5. С. 606–612.
34. *Аносов А.А., Барабаненков Ю.Н., Казанский А.С., Лесс Ю.С., Шаракианэ А.С.* Обратная задача акустотермографии при корреляционном приеме теплового акустического излучения // *Акуст. журн.* 2009. Т. 55. № 1. С. 98–103.
35. *Резник А.Н., Субочев П.В.* К теории акустотермометрии водоподобных сред: влияние квазистатического поля, сильного поглощения и диаграммы направленности // *Акуст. журн.* 2010. Т. 56. № 1. С. 113–125.
36. *Sabra K.G., Conti S., Roux P., Kuperman W.A.* Passive in vivo elastography from skeletal muscle noise // *Appl. Phys. Lett.* 2007. V. 90. № 19. P. 194101-1–194101-3.
37. *Godin O.A., Zabotin N.A., Goncharov V.V.* Ocean tomography with acoustic daylight // *Geophys. Res. Lett.* 2010. V. 37. № 13. P. L13605-1–L13605-6.
38. *Sato H.* Green's function retrieval from the CCF of coda waves in a scattering medium // *Geophys. J. Int.* 2009. V. 179. № 3. P. 1580–1583.
39. *Басс Ф.Г., Фукс И.М.* Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972. 424 с.
40. *Voronovich A.G.* *Wave scattering from rough surfaces*. 2nd ed. Berlin: Springer, 1999. 236 p.

41. *Jackson D.R., Richardson M.D.* High-Frequency Seafloor Acoustics. New York: Springer, 2007.
42. *Sabra K.G.* Coherent backscattering effect from mid-frequency shallow water reverberation // *J. Acoust. Soc. Am.* 2010. V. 127. № 5. P. EL192–EL196.
43. *Бреховских Л.М., Годин О.А.* Акустика неоднородных сред. Т. 2. М.: Наука, 2009. 428 с.
44. *Годин О.А.* Возбуждение боковых волн на шероховатой границе раздела // *Изв. вузов. Радиофизика.* 1989. Т. 32. № 7. С. 823–831.
45. *Бреховских Л.М., Годин О.А.* Акустика неоднородных сред. Т. 1. М.: Наука, 2007. С. 261–274, 397–407.
46. *Годин О.А.* Дискретный спектр звукового поля в движущейся среде // *Акуст. журн.* Т. 1990. Т. 36. № 4. С. 630–636.
47. *Годин О.А.* О свойствах дискретного спектра звукового поля в движущейся среде // *Акуст. журн.* Т. 1990. Т. 36. № 6. С. 999–1006.
48. *Годин О.А.* Теория волноводного распространения звука в движущейся слоистой среде // *Акуст. журн.* Т. 1993. Т. 39. № 3. С. 446–454.
49. *Годин О.А., Михин Д.Ю., Мохов А.В.* Акустическая томография океанских течений по методу согласованной невзаимности // *Акуст. журн.* Т. 1996. Т. 42. № 4. С. 501–509.
50. *Годин О.А., Михин Д.Ю., Палмер Д.Р.* Мониторинг океанских течений в прибрежной зоне // *Известия АН, сер. Физика атмосферы и океана.* 2000. Т. 36. № 1. С. 141–153.
51. *Weaver R.L., Lobkis O.I.* Fluctuations in diffuse field-field correlations and the emergence of the Green's function in open systems // *J. Acoust. Soc. Am.* 2005. V. 117. P. 3432–3439.
52. *Sabra K.G., Roux P., Kuperman W.A.* Emergence rate of the time-domain Green's function from the ambient noise cross-correlation function // *J. Acoust. Soc. Am.* 2005. V. 118. P. 3524–3531.
53. *Курьянов Б.Ф.* К возможности пассивной акустической томографии в диффузном шумовом поле. В кн.: *Акустика океана. Доклады XI школы-семинара акад. Л.М. Бреховских, совмещенной с XVII сессией Российского акустического общества.* М.: ГЕОС, 2006. С. 179–185.