

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЛУБИНЫ ИСТОЧНИКА ЗВУКА В МЕЛКОМ МОРЕ НА ФОНЕ ИНТЕНСИВНОГО ШУМА

© 2015 г. Т. Н. Беседина**, Г. Н. Кузнецов*, В. М. Кузькин*, С. А. Пересёлков**

* Научный центр волновых исследований Института общей физики им. А.М. Прохорова РАН

119991 Москва, ул. Вавилова 38

E-mail: kumiov@yandex.ru

** Воронежский государственный университет

394006 Воронеж, Университетская пл. 1

E-mail: pereselkov@yandex.ru

Поступила в редакцию 12.04.2015 г.

Рассмотрен пассивный метод оценки глубины источника звука в мелководном океаническом волноводе при слабом сигнале, основанный на информации об отношении амплитуд соседних мод волнового поля. В низкочастотной области приведены результаты численного эксперимента с использованием одиночного приемника и горизонтальной линейной антенны. Продемонстрирована устойчивость метода к ошибкам измерения амплитуд отфильтрованных мод и вариациям модели волновода, показана высокая помехоустойчивость. Установлено, что погрешность восстановления глубины источника с возрастанием шума стремится к установившемуся значению. Дано качественное и количественное объяснение результатам моделирования.

Ключевые слова: оценка глубины источника звука, шум, мелкое море, выделенные моды, горизонтальная антенна, одиночный приемник, численный эксперимент, погрешность.

DOI: 10.7868/S0320791915060015

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время наряду с традиционными методами пассивной локации источников звука в океанических волноводах [1] развиваются методы, основанные на согласованной со средой обработке гидроакустических сигналов (matched-field processing) (см., например, обзоры [2–4]). Примеры успешной демонстрации этих методов в натуральных условиях весьма немногочисленны [5, 6]. Важнейшими причинами, сдерживающими их применение, являются чувствительность к рассогласованию между расчетной моделью и реальным волноводом [7], и низкая помехоустойчивость [8]. Это объясняется тем, что поле источника описывается большим числом параметров, подлежащих одновременному восстановлению. С увеличением уровня шума и неточности модели среды корреляция между принятым и ожидаемым сигналами разрушается, и погрешность восстановления параметров сигнала источника возрастает. Особенно актуальна эта проблема для мелкого моря, где отсутствует достоверная информация о характеристиках океанической среды, сигнал мал на фоне шумов, а нестационарные процессы в самой водной толще оказывают существенное влияние на гидрологическую изменчивость. Наиболее остро проблема выражена

для параметров дна, определение которых является сложной задачей [9–11].

Продвижением в этом направлении, свободном от недостатков методов согласованного поля, может стать предложение [12], основанное на использовании информации о частотных смещениях интерференционных максимумов и об отношении амплитуд выделенных мод волнового поля при определении траектории, скорости и глубины соответственно. В рамках численного эксперимента, в частности, в отсутствие шума продемонстрирована устойчивость предложенного метода при определении глубины источника по отношению к вариациям профиля скорости звука и характеристикам дна, а в [13] – высокая помехоустойчивость при восстановлении тангенциальной составляющей скорости источника. Ранее частные задачи локализации источника с использованием интерференционного инварианта [14] обсуждались в ряде работ. Так в [15] показана возможность регистрации частотных смещений при движении шумового источника по прямолинейной траектории; в [16, 17] выполнены оценки расстояния до источника; в [18] рассмотрено формирование диаграммы направленности антенны.

В данной работе, являющейся продолжением [12], представлены результаты теоретического

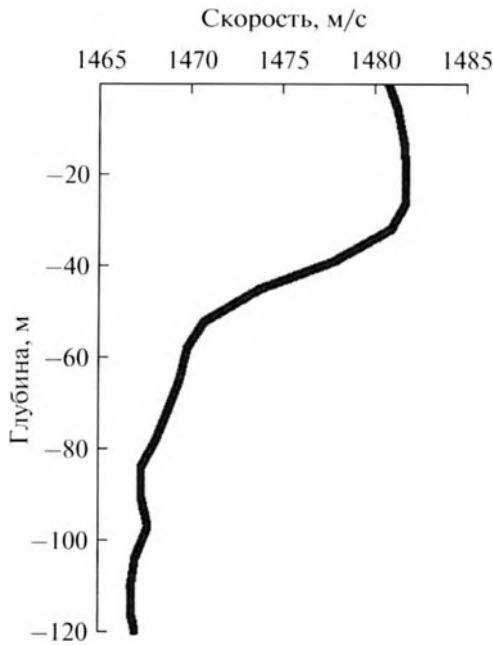


Рис. 1. Профиль скорости звука $c(z)$.

анализа и численного эксперимента в области низких частот по оценке глубины неподвижного источника на фоне большого шума с использованием одиночного приемника и горизонтальной линейной антенны. Рассмотрена задача об устойчивости метода по отношению к ошибкам измерения амплитуд отфильтрованных мод и проанализирована проблема помехоустойчивости. Один из наиболее принципиальных вопросов здесь — поведение погрешности глубины источника с возрастанием шума. Всегда ли большой шум означает конец предсказуемости погрешности или существуют методы обработки, когда сохраняется возможность ее оценки? Данный вопрос обсуждается в статье на примере предложенного алгоритма.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим модель горизонтально-однородного волновода глубиной $H = 120$ м. Параметры поглощающего жидкого однородного дна: отношение плотности грунта и воды $\rho = 1.8$, комплексный показатель преломления $\alpha = 0.84(1 + i0.03)$. Профиль скорости звука приведен на рис. 1. Геометрия задачи показана на рис. 2. Элементы горизонтальной линейной антенны $Q_i, i = \overline{1, I}, I = 50$, расположены на глубине $z_q = 60$ м; расстояние между соседними элементами $d = 4$ м. Источник S размещен на глубине $z_s = 47$ м. Расстояние между приемником Q_i и источником S обозначено r_i . Элемент антенны Q_1 удален от источника на расстояние $r_1 = 7$ км.

Случайная реализация $\xi(r_i, \omega) = p(r_i, \omega) + n(\omega)$ спектров сигнала $p(r_i, \omega)$ и шума $n(\omega)$, где $\omega = 2\pi f -$

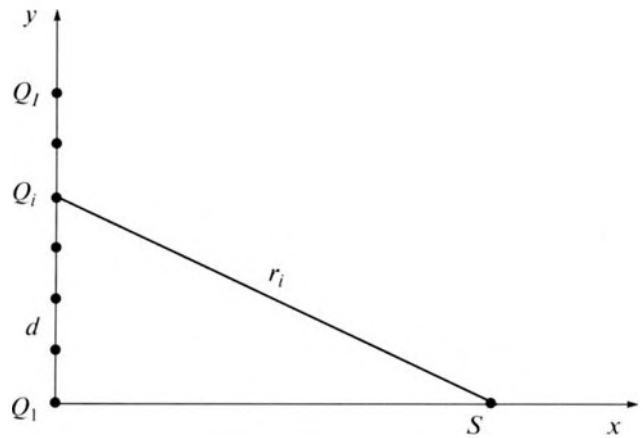


Рис. 2. Геометрия задачи: Q_i — i -й приемник горизонтальной антенны; S — точечный источник; $Q_i S = r_i$; d — расстояние между соседними элементами антенны. Вид сверху.

круговая частота, принимаются антенной в окрестности частоты $f_0 = 170$ Гц. Шум считается дельта-коррелированным. Отношение сигнал/шум на входе одиночного приемника Q_1 обозначим q_0 . Под ним понимается величина, равная корню квадратному из отношения энергии сигнала E к спектральной плотности шума N

$$q_0 = \sqrt{E/N}, \quad (1)$$

где $E = (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} |p(r_1, \omega)|^2 d\omega$, $p(r_1, \omega)$ — спектр сигнала на расстоянии r_1 .

Спектр сигнала от источника на входе Q_i -го элемента запишем в виде суммы распространяющихся мод

$$\begin{aligned} p(r_i, \omega) &= \sum_m A_m(r_i, \omega) \exp[ih_m(\omega)r_i] = \\ &= \sum_m p_m(r_i, \omega). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь A_m и h_m — амплитуда и постоянная распространения моды номера m . К входной реализации спектра $\xi(r_i, \omega)$, учитывая (2), применим преобразование Фурье в полосе $\Delta\omega$:

$$\begin{aligned} \hat{\xi}(r_i, \tau) &= \int_{\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}} [p(r_i, \omega) + n(\omega)] \exp(-i\omega\tau) d\omega = \\ &= \sum_m \hat{p}_m(r_i, \tau) + \int_{\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}} n(\omega) \exp(-i\omega\tau) (d\omega), \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\hat{\rho}_m(r_i, \tau) = A_m(r_i, \omega_0) \Delta\omega \exp\{i[h_m(\omega_0)r_i - \tau\omega_0]\} \times \frac{\sin[\Delta\omega(\tau - \tau_m)/2]}{\Delta\omega(\tau - \tau_m)/2}, \quad (4)$$

– модовый сигнал m -й моды. Здесь $\tau_m = r_i/u_m(\omega_0)$ – время распространения, $u_m = d\omega/dh_m$ – групповая скорость. Выражение (4) справедливо при выполнении условий:

– приближение линейной дисперсии

$$\Delta\omega/2 = |\omega - \omega_0| \ll 2 \left| \frac{dh_m(\omega_0)}{d\omega} \right| / \left| \frac{d^2h_m(\omega_0)}{d\omega^2} \right|; \quad (5)$$

– амплитуда A_m медленно меняющаяся функция по сравнению с фазой в окрестности частоты ω_0

$$\left| \frac{\partial A_m(r_i, \omega_0)}{\partial \omega} \right| \ll \left| A_m(r_i, \omega_0) r_i \frac{dh_m(\omega_0)}{d\omega} \right|, \quad (6)$$

что позволяет вынести ее за знак интеграла (3) при значении $\omega = \omega_0$, т.е. не учитывать частотную зависимость собственных функций в полосе $\Delta\omega$. Условия (5) и (6) означают, что модовый импульс считается квазимонохроматическим сигналом. Согласно (4), положение главного максимума импульса m -й моды приходится на значение $\tau = \tau_m$, а его ширина не зависит от номера моды. Учет квадратичного приближения дисперсии [19], учитывающего в первом приближении внутримодовую дисперсию, позволяет оценить увеличение длительности (расплывание) модовых импульсов с возрастанием номера моды и расстояния. Время распространения модового сигнала τ_m не зависит от характера приближения, так что при изложении алгоритма ограничимся линейным приближением (4). При численном моделировании для вычисления (3) использовалось БПФ, при котором автоматически учитывалась дисперсионная зависимость постоянных распространения и собственных функций. На выбор полосы $\Delta\omega$ накладываются противоречивые требования. С одной стороны, она должна быть мала, чтобы точнее определить амплитуду моды, а, с другой, должна быть значительна, чтобы при фильтрации уменьшить влияние соседних мод друг на друга. При разрешении модовых импульсов модуль выражения сигнала источника имеет вид

$$|\hat{\rho}(r_i, \tau)| \approx \sum_m |\hat{\rho}_m(r_i, \tau)|, \quad (7)$$

т.е. огибающая принимаемого сигнала приблизительно равна сумме огибающих модовых импульсов. Возможность селекции мод при одноточечном

приеме ранее была показана как на модельных расчетах, так и на данных натурального эксперимента [10, 11, 20, 21].

Отношение амплитуд двух соседних мод $A_m(r_i, \omega_0)$ и $A_{m+1}(r_i, \omega_0)$, $\gamma_{m(m+1)} = A_m/A_{m+1}$, если они измерены без ошибок, равно [12]

$$\gamma_{m(m+1)} = \left| \frac{\Psi_m(z_s)\Psi_m(z_q)}{\Psi_{m+1}(z_s)\Psi_{m+1}(z_q)} \right|. \quad (8)$$

Решение уравнения (8) относительно z_s сведем к решению экстремальной задаче. Введем функцию $\Phi_{m(m+1)}(z)$:

$$\Phi_{m(m+1)}(z) = |\phi_{m(m+1)}(z) - \gamma_{m(m+1)}|, \quad (9)$$

где

$$\phi_{m(m+1)}(z) = \frac{\Psi_m(z)\Psi_m(z_q)}{\Psi_{m+1}(z)\Psi_{m+1}(z_q)}. \quad (10)$$

Решением уравнения (8) являются значения $z = z'$, при которых выражение (9) обращается в нуль, $\Phi_{m(m+1)}(z') = 0$. Решение неоднозначно. Чтобы избавиться от неопределенности и выбрать верное значение, нужно выполнить совместную оценку глубины для разных пар отфильтрованных мод или для разных полос фильтрации одной пары мод. Для каждой такой комбинации решение будет содержать одно правильное значение, а остальные – ложные. При оценке глубины источника следует выбрать значение $z' = z_s$, которое является общим для каждой из них.

С целью повышения помехоустойчивости метода следует просуммировать огибающие (7) по элементам антенны:

$$|\hat{\rho}(r_i, \tau)| = \sum_i |\hat{\rho}(r_i, \tau)|. \quad (11)$$

Расстояния от источника до приемников различны, поэтому времена приходов мод для различных элементов антенны будут различаться между собой. Однако для расстояний r_i , намного превышающих длину антенны L , $r_i \gg L$, таким изменением можно пренебречь, т.е. считать, что огибающие сигналов складываются когерентно. Если геометрия задачи такова, что времена распространения мод на элементах антенны заметно различаются, то следует суммировать амплитуды мод по элементам антенны. Такое сложение всегда когерентное. В этих случаях выигрыш в отношении сигнал/шум на выходе антенны по сравнению с одиночным приемником оценивается как $\varepsilon \approx \sqrt{I}$.

Задача состоит в том, чтобы по измеренным амплитудам отфильтрованных мод оценить глубину неподвижного источника на фоне интенсивного шума, считая групповые скорости мод известными. Геометрия задачи также предполагается известной. Метод [12], в отличие от метода matched-field processing [2–4], допускает возможность восстановления отдельных характеристик

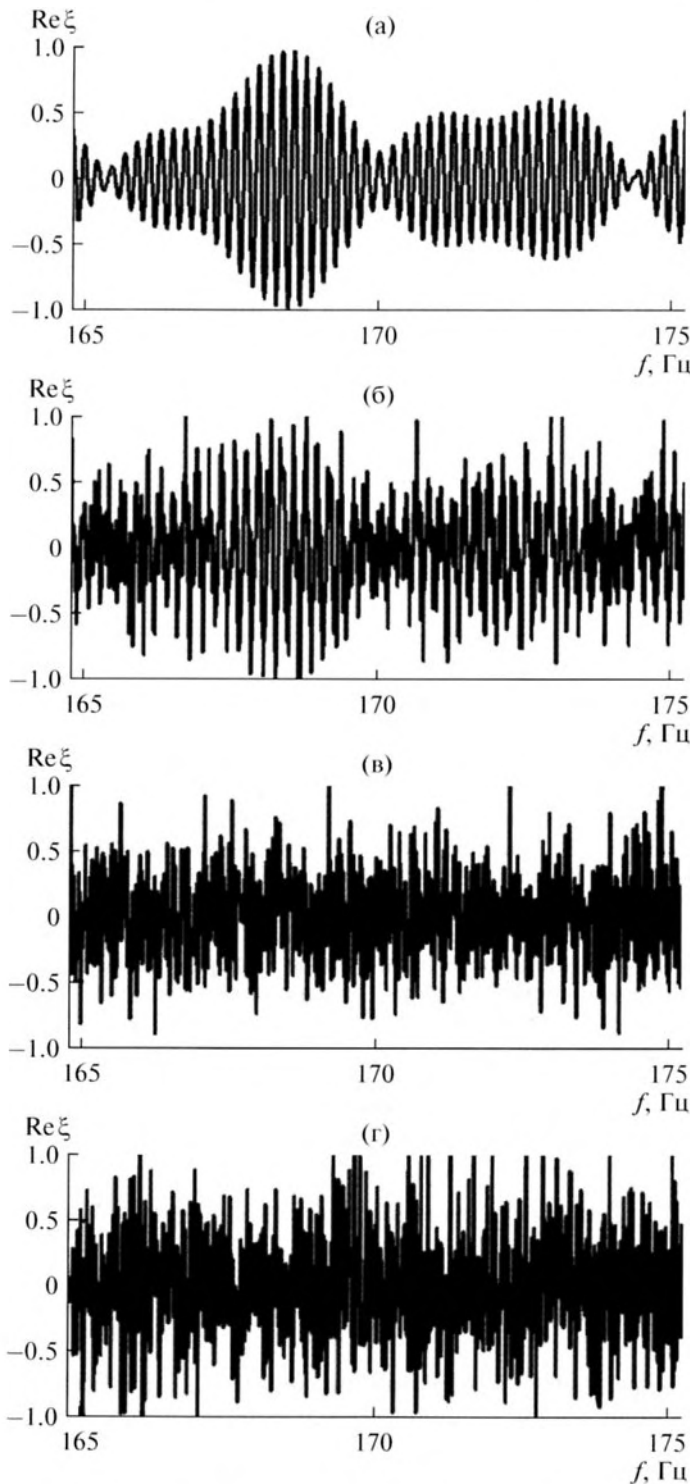


Рис. 3. Нормированная вещественная часть спектра $\xi(r_1, f)$ в полосе $\Delta f = 165-175$ Гц на входе приемника Q_1 при различных значениях входного отношения сигнал/шум: (а) $q_0 = \infty$; (б) $q_0 = 1$; (в) $q_0 = 0.1$; (г) $q_0 = 0.02$.

источника, что оправдывает постановку задачи при известном его расположении относительно антенны. В последующих публикациях будут при-

ведены результаты численного моделирования по устойчивости оценки глубины источника относительно вариаций характеристик волновода, дальности и пеленга источника, а также восстановления его траектории и скорости при малом отношении сигнал/шум.

Наблюдаемые (регистрируемые) амплитуды мод отличаются от исследуемых (истинных) значений, что приводит к ошибке в определении их отношения и, как следствие, к ошибке восстановления глубины источника. Вначале проясним вопрос об измерении амплитуд мод и влияния ошибок их измерений на решение задачи с применением одиночного приемника. Далее обсудим статистические характеристики погрешности восстановления глубины источника при использовании одиночного приемника и антенны.

3. ИЗМЕРЕНИЕ ГЛУБИНЫ ИСТОЧНИКА

На рис. 3 изображены случайные нормированные реализации спектра $\xi(r_1, f) = p(r_1, f) + n(f)$ в полосе $\Delta f = 165-175$ Гц на входе гидрофона Q_1 при различных уровнях шумов. В отсутствие шума (рис. 3а) выражены частотный масштаб заполнения $\Lambda_1 \approx 0.19$ Гц (интервал между максимумами), обусловленный внутримодовой дисперсией, и минимальный частотный масштаб $\Lambda_2 \approx 1.92$ Гц изменчивости огибающей, вызванной интерференцией между крайними модами (межмодовая дисперсия). Частотные масштабы можно оценить как

$$\Lambda_1 = \frac{u_1}{r_1}, \tag{12}$$

$$\Lambda_2 = \frac{u_1 u_{12}}{r_1 |u_1 - u_{12}|}, \tag{13}$$

так что $\Lambda_1 = 0.21$ Гц и $\Lambda_2 = 2.24$ Гц (табл. 1). Эти оценки согласуются с данными моделирования. Возрастание уровня шума приводит к маскировке спектра сигнала, который при отношении сигнал/шум $q_0 < 1$ неразличим на фоне шума.

Рисунок 4 демонстрирует поведение нормированной огибающей $\hat{\xi}(r_1, \tau)$ (3) на выходе приемника Q_1 . Вертикальными пунктирными линиями показаны времена распространения τ_m моды m -го номера, $m = 1, 12$. При БПФ использовалась узкополосная фильтрация полосой $\Delta f = 160-180$ Гц. Для сглаживания осцилляций, возникающих при фильтрации с использованием прямоугольного окна, функция под знаком интеграла в (3) умножалась на гауссовый фильтр с полосой 20 Гц на уровне $1/e$ от максимума. Увеличение полосы, согласно данным моделирования, не улучшало качество фильтрации мод. Под амплитудой m -й моды далее понимается величина A_m , равная значению реализации $|\hat{\xi}(r_1, \tau)|$ в момент времени τ_m , т.е. $A_m = |\hat{\xi}(r_1, \tau_m)|$.

Таблица 1. Постоянные распространения, групповые скорости и время распространения мод на частоте $f_0 = 170$ Гц

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$h_m, \text{м}^{-1}$	0.7269	0.7242	0.7209	0.7177	0.7140	0.7091	0.7032	0.6963	0.6883	0.6793	0.6692	0.6580
$u_m, \text{м/с}$	1466.1	1464.4	1463.6	1462.8	1452.7	1442.5	1430.7	1416.9	1401.1	1383.3	1363.2	1341.0
$\tau_m, \text{с}$ ($r = 7$ км)	4.7745	4.7802	4.7827	4.7855	4.8185	4.8527	4.8928	4.9403	4.9960	5.0605	5.1349	5.2202

Таблица 2. Отношение амплитуд соседних мод ($m, m + 1$) в случае их определения по огибающей сигнала, $\gamma_{m(m+1)}$, и истинных значений, $\gamma_{m(m+1)}^{(0)} = A_m^{(0)} / A_{m+1}^{(0)}$

$m, m + 1$	5, 6	6, 7	7, 8	8, 9	9, 10	10, 11	11, 12
$\gamma_{m(m+1)}$ ($r = 7$ км)	3.3780	0.4536	0.7752	2.5794	0.4788	6.2357	0.1637
$\gamma_{m(m+1)}^{(0)}$ ($r = 7$ км)	4.0227	0.1427	0.9892	1.2515	0.4812	14.5925	0.0650

В отсутствие шума (рис. 4а) полученная картина отличается от той, что предсказывает выражение (4) в приближении линейной дисперсии. Это объясняется дисперсионным расплыванием модовых импульсов и возрастанием временного интервала между приходами соседних мод с увеличением номера моды (табл. 1). Первые четыре моды ($m = 1-4$), относящиеся к группе донных (нижних) мод, не разрешаются. Донно-поверхностные (высшие) моды с номерами $m = 7, 9, 10, 12$ выделяются, плохая разрешимость остальных высших мод, $m = 5, 6, 8, 11$, вызвана слабым возбуждением. Имеет место наложение соседних модовых импульсов (регулярный фактор), что приводит к ошибке в измерении амплитуд. В табл. 2 для соседних высших мод в отсутствие шума приведены отношения их амплитуд, определенные как по огибающей наблюдаемого сигнала, $\gamma_{m(m+1)}$, так и по истинным их значениям, $\gamma_{m(m+1)}^{(0)}$. В среднем значение $\gamma_{m(m+1)}^{(0)}$ в 1.53 раза превышает величину $\gamma_{m(m+1)}$. Увеличение уровня шума (случайный фактор) (рис. 4б–4г) приводит к искажению сигнала, и, следовательно, к возрастанию ошибки в регистрации отношения амплитуд мод. Наиболее заметно эти искажения начинают проявляться при отношении сигнал/шум $q_0 < 1$.

На рис. 5 представлены зависимости функции (9), обрезанные на уровне $\Phi_{m(m+1)}(z) = 5$, для приемника Q_1 при различных номерах мод и уровнях шума. Пунктиром показаны значения функции, отвечающие модельной величине глубине источника $z_s = 47$ м. Сравнение рис. 5А и 5Б (столбцы) показывает, что для комбинаций мод (6, 7) и (7, 8) повторяющимися являются значения в окрестностях $z = 47$ м и $z = 62.4$ м, из них первое является достоверным, а второе – ложным. Для большей

достоверности фильтрации ложного значения, очевидно, следовало бы дополнительно рассмотреть третью комбинацию мод. В обоих случаях ошибки в определении отношения амплитуд соседних высших мод, обусловленных регулярными (рис. 5а) (строка) и случайными факторами (рис. 5б–5г) (строки) незначительно влияют на точность определения глубины источника. Например, при величине $q_0 = 0.02$ случайное отклонение наблюдаемой глубины z , определяемое решением уравнения (9), не превышает 3.6 м от модельного значения z_s . Разрешение этого парадокса заключается в том, что погрешность глубины источника всегда ограничена. Отметим, что, хотя на входе действует аддитивный шум, величина $\gamma_{m(m+1)}$ обусловлена нелинейными искажениями регулярного и случайного характера.

Обсудим подробнее этот вопрос. Уравнение (9) запишем в виде

$$y_{m(m+1)}(z) = \gamma_{m(m+1)} \left| \frac{\Psi_{m+1}(z_q)}{\Psi_m(z_q)} \right| = \left| \frac{\Psi_m(z)}{\Psi_{m+1}(z)} \right|. \quad (14)$$

По данным измерений значение $\gamma_{m(m+1)}$ известно. Если теперь воспользоваться выражением для собственных функций идеального волновода [23], то функцию $y_{m(m+1)}(z)$ можно представить как

$$y_{m(m+1)}(x) = \left| \frac{\sin \left[\left(\frac{2m-1}{2} \right) x \right]}{\sin \left[\left(\frac{2m+1}{2} \right) x \right]} \right|, \quad (15)$$

$$x = \pi z / H, \quad 0 \leq x \leq \pi.$$

Графики функции (15) для номеров мод $m = 6, 7$ приведены на рис. 6 (значения функции обрезаны на уровне, равном десяти). Глубине источника $z_s = 47$ м соответствует значение $x = 1.23$ м. Функция $y_{m(m+1)}(x)$ является квазипериодической, состоящая из $\eta_j(x)$ нелинейных функций, вертикальные асимптоты которых показаны пунктиром. На интервале $0 \leq x \leq \pi$, определяемом глубиной волновода, число кривых $\eta_j(x)$ равно номеру моды $m, j = \overline{1, m}$. В точке $x = 0$ функция $y_{m(m+1)}(0) = (2m - 1)/(2m + 1)$. Положения асимптот определяются выражениями

$$x_1^{(j)} = \frac{2\pi j}{(2m + 1)}, j = \overline{1, m}, \quad (16)$$

так что ширина интервала Δx_1 между соседними асимптотами (период изменения $y_{m(m+1)}(x)$)

$$\Delta x_1 = \frac{2\pi}{(2m + 1)}. \quad (17)$$

Нули функции приходятся на значения

$$x_2^{(j)} = \frac{2\pi(j - 1)}{(2m - 1)}, j = \overline{2, m}. \quad (18)$$

Согласно (16)–(18) выражения для ширины интервалов η_j -й кривой между нулевым значением и правой асимптотой $\Delta x_2^{(j)}$, и между левой асимптотой и нулевым значением $\Delta x_3^{(j)}$ имеют вид

$$\Delta x_2^{(j)} = \frac{2\pi[2(m - j) + 1]}{(2m - 1)(2m + 1)}, j = \overline{2, m}, \quad (19)$$

$$\Delta x_3^{(j)} = \frac{4\pi(j - 1)}{(2m - 1)(2m + 1)}, j = \overline{2, m}, \quad (20)$$

$\Delta x_1 = \Delta x_2^{(j)} + \Delta x_3^{(j)}$. С увеличением номера моды ширина интервала Δx_1 уменьшается (рис. 6а, 6б). При возрастании номера η_j -й кривой ширина интервалов $\Delta x_2^{(j)}$ и $\Delta x_3^{(j)}$ уменьшается и увеличивается соответственно.

Каждое решение (9) попадает в один из интервалов Δx_1 . Нелинейные функции $\eta_j(x)$ имеют большую крутизну, что предполагает высокую устойчивость рассматриваемого алгоритма: большие изменения отношения амплитуд мод приводят к малым изменениям наблюдаемой глубины источника. В пределе при спектральной плотности шума $N \rightarrow \infty$ значение $\gamma_{m(m+1)} \rightarrow 1$ и, согласно (14), измеряемая предельная глубина z_* определяется решением уравнения

$$|\Psi_m(z_*)\Psi_m(z_q)| = |\Psi_{m+1}(z_*)\Psi_{m+1}(z_q)|, \quad (21)$$

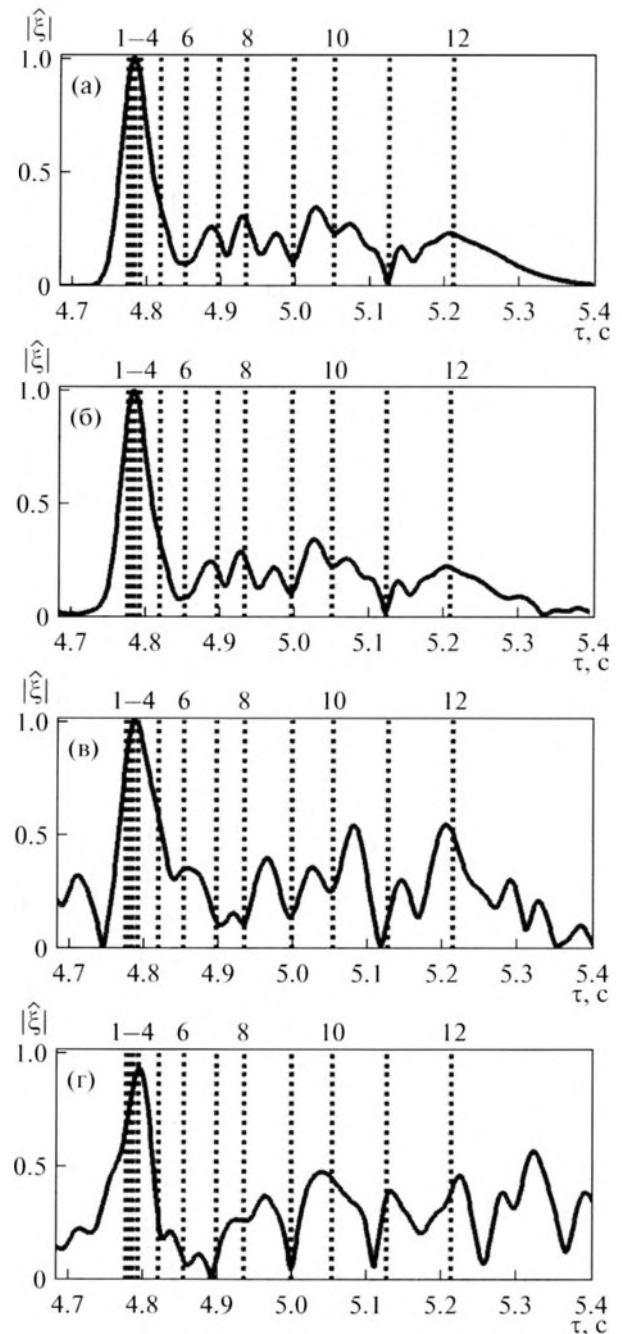


Рис. 4. Зависимость нормированной огибающей $\hat{\xi}$ (3) от времени τ на выходе приемника Q_1 при различных входных отношениях сигнал/шум: (а) $q_0 = \infty$; (б) $q_0 = 1$; (в) $q_0 = 0.1$; (г) $q_0 = 0.02$. Вертикальным пунктиром показаны времена распространения m -й моды, $m = \overline{1, 12}$.

так что при увеличении уровня шума предельная погрешность глубины $\delta(z_*) = z_* - z_s$ стремится к постоянному значению, которое зависит от номеров соседних мод и глубины приемника, и не чувствительно к ошибке определения глубины z_s ,

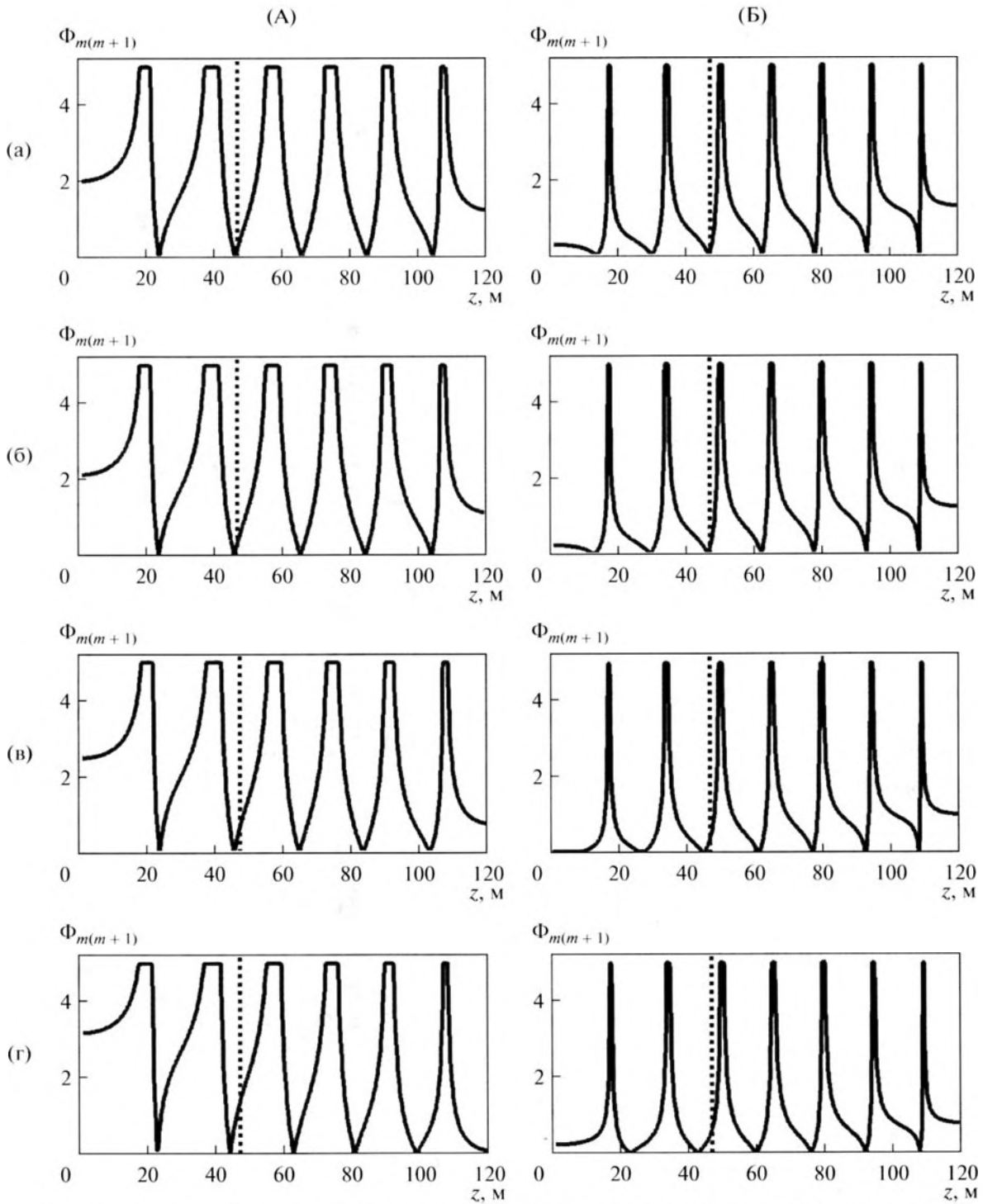


Рис. 5. Зависимость $\Phi_{m(m+1)}(z)$ (9): (А) $m = 6$; (Б) $m = 7$; (а) $q_0 = \infty$; (б) $q_0 = 1$; (в) $q_0 = 0.1$; (г) $q_0 = 0.02$.

обусловленной наложением модовых импульсов. (Детальный анализ показывает, что при $N \rightarrow \infty$ среднее значение отношения $\gamma_{m(m+1)} \rightarrow 0.8$, а не к единице. Однако это малое различие практически никак не сказывается на результатах работы.) Под величиной z_* , как показано далее в п. 4, следует по-

нимать ее усреднение (сглаживание) по интервалу отношения шум/сигнал (обозначение \bar{z}_*).

Условию (21), используя (14), можно придать форму

$$y_{m(m+1)}(z_*) = \left| \frac{\Psi_{m+1}(z_q)}{\Psi_m(z_q)} \right|. \quad (22)$$

Если обратиться к зависимости $y_{m(m+1)}(x)$ (15) для идеального волновода, то предельные значения x_* определяются уравнением

$$y_{m(m+1)}(x_*) = \frac{\sin\left[\left(\frac{2m+1}{2}\right)x_q\right]}{\sin\left[\left(\frac{2m-1}{2}\right)x_q\right]}. \quad (23)$$

Абсолютное значение максимальной погрешности оценивается как $|\max \delta| = \Delta x_1 H / \pi$. Например, полагая $m = 7$, из (17) получаем $|\max \delta| \approx 16$ м. Эффект принципиальной важности состоит в том, что выбором номеров мод и глубины элементов антенны можно влиять на предельное значение погрешности, тем самым уменьшая или увеличивая погрешность глубины, обусловленной вкладом наложения модовых импульсов и шумов.

Представленные здесь соображения позволяют составить общую картину изменения погрешности глубины по мере роста шума. При малом шуме начальная погрешность обусловлена наложением модовых импульсов. По мере возрастания шумов характер изменения погрешности определяется взаимным расположением наблюдаемых значений глубин z_0 и z_* в отсутствие шума и при его большом уровне соответственно. Если $z_0 < z_*$, то с нарастанием шума погрешность увеличивается, в противоположном случае, $z_0 > z_*$, — проявляется тенденцию к уменьшению. Наконец, существует предельная погрешность $\delta(z_*)$, к которой сходятся результаты измерений при $N \rightarrow \infty$. Глубину (точку) z_* можно назвать “странным аттрактором погрешности измерений”, поскольку любая последовательность наблюдаемых точек z притягивается к точке z_* при увеличении шума. При изменении глубины элементов антенны и номеров мод положение точки аттрактора изменяется.

Разумеется, вид функции $y_{m(m+1)}(x)$ (15) и характеристики (16)–(20), определенные выше для идеального волновода, отличаются от рассматриваемого модельного волновода. Однако, учитывая, что собственные функции носят осциллирующий характер, и в ВКБ-приближении [22] представимы через функции синуса, полученные качественные закономерности сохраняют силу.

4. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОГРЕШНОСТИ

Единичные измерения не позволяют в присутствии шума достоверно описывать погрешность глубины источника. общепринятыми характеристиками качества погрешности служат среднее значение и средний квадрат, получаемые усреднением по ансамблю реализаций. Считается, что чем больше проведено наблюдений, тем надеж-

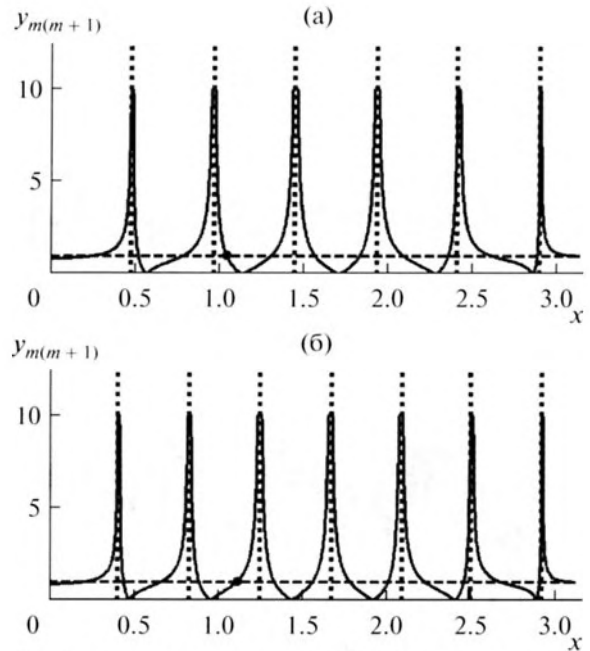


Рис. 6. Зависимость $y_{m(m+1)}(x)$ (15) (сплошная линия) при различных значениях m : (а) $m = 6$, (б) $m = 7$. Вертикальным пунктиром показаны асимптоты кривых. Горизонтальным пунктиром обозначено значение $y_{m(m+1)} = 1$. Точками пересечения пунктира с зависимостью $y_{m(m+1)}(x)$ отмечены значения \tilde{x}_* : $\tilde{x}_* \approx 1.07$ ($\tilde{z}_* \approx 40.9$ м) для мод (6, 7) и $\tilde{x}_* \approx 1.12$ ($\tilde{z}_* \approx 42.9$ м) мод (7, 8).

нее оценки. При моделировании выбрано $K = 30$ независимых случайных реализаций при заданном входном отношении сигнал/шум q_0 . Рассмотрим вопрос о статистических погрешностях применительно к одиночному приемнику и антенне, когда измеряются отношения амплитуд шестой моды к седьмой и седьмой моды к восьмой.

4.1. Одиночный приемник

Для отношения сигнал/шум q_0 на входе приемника Q_1 моделируются K независимых случайных реализаций, и строится погрешность $\delta_k(q_0) = z_k(q_0) - z_s$, где z_k — измеряемая глубина в k -й реализации. Далее проводится усреднение

$$\overline{\delta(q_0)} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \delta_k(q_0), \quad (24)$$

$$\sigma^2(q_0) = \overline{\delta^2(q_0)} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K [\delta_k(q_0) - \overline{\delta(q_0)}]^2. \quad (25)$$

Результаты усреднения (24), (25) приведены на рис. 7. Для удобства восприятия иллюстративно по оси абсцисс отложена величина отношения шум/сигнал $g_0 = 1/q_0$. Нарастание шума приводит к установившимся значениям погрешности, зависящих от выбора номеров мод

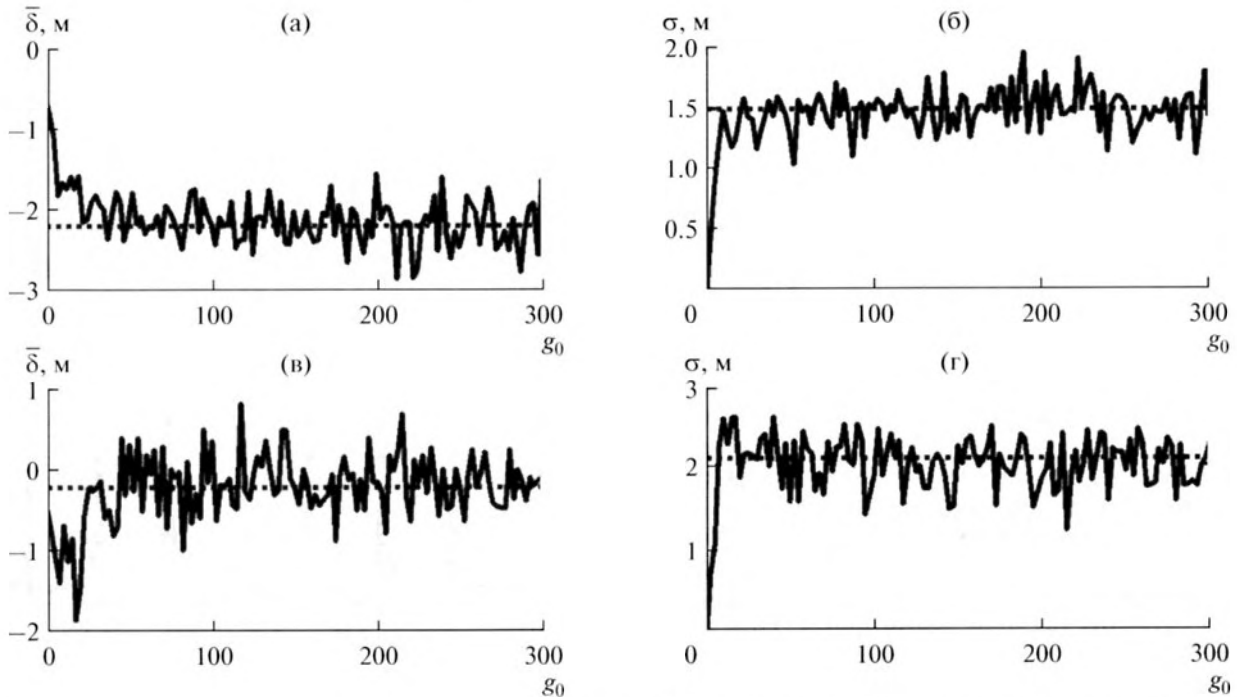


Рис. 7. Зависимость средней погрешности $\bar{\delta}$ и среднеквадратичного отклонения погрешности σ от отношения шум/сигнал g_0 для приемника Q_1 : (а), (б) моды (6, 7); (в), (г) моды (7, 8).

(при заданной глубине приемников). Отношение шум/сигнал, при превышении которого погрешности выходят на постоянный средний уровень (пунктир), назовем предельным отношением шум/сигнал $g_{0(\text{lim})}$, так как дальнейшее повышение шумов не приводит к изменениям их статистических характеристик. Под средним уровнем понимаются величины (24), (25), усредненные (сглаженные) по интервалу отношения шум/сигнал. Сглаживание обозначим сверху знаком “тильда”. При $g_0 > g_{0(\text{lim})}$ погрешности есть отклонение предельной глубины $z_*(g_0)$ от глубины источника z_s и мера разброса измеряемых глубин $z(g_0)$ относительно глубины $z_*(g_0)$:

$$\bar{\delta}(g_0) = \bar{z}_*(g_0) - z_s, \quad g_0 > g_{0(\text{lim})},$$

$$\sigma^2(g_0) = \overline{[z(g_0) - z_*(g_0)]^2}, \quad g_0 > g_{0(\text{lim})}.$$

Как видно из рис. 7, величина $g_{0(\text{lim})} \approx 50$, соответственно предельное отношение сигнал/шум $g_{0(\text{lim})} \approx 0.02$. При $g_0 > g_{0(\text{lim})}$ уровень установившихся флуктуаций погрешностей для мод (6, 7) оценивается как 0.35 м, а для мод (7, 8) — 0.45 м. Возрастающий и спадающий ход зависимости $\bar{\delta}(g_0)$ (рис. 7а, 7в) обусловлен взаимным расположением глубин z_0 и \bar{z}_* . Если в обоих случаях значения z_0 примерно одинаковы, $z_0 \approx 46.4$ м, то величины \bar{z}_* различны: $\bar{z}_* \approx 44.8$ м для мод (6, 7) и $\bar{z}_* \approx 46.8$ м для мод (7, 8). Решение уравнения (21) дает соот-

ветственно значения $\bar{z}_* = 44.8$ и $\bar{z}_* = 47.0$ м. Правая часть (24) для мод $m = 6, 7$ равна единице и из рис. 6 получаем оценки: $\bar{z}_* = 40.9$ м для мод (6, 7) и $\bar{z}_* = 42.9$ м для мод (7, 8), так что для прогнозирования оценки \bar{z}_* замена реального волновода идеальным вполне допустима. Из рис. 7б, 7г следует, что сглаженные среднеквадратичные отклонения $\bar{\sigma}(\bar{z}_*)$ равны 1.5 и 2.1 м соответственно для мод (6, 7) и (7, 8). Столь малые статистические погрешности, наблюдаемые в численном эксперименте, обусловлены, очевидно, соответствующим выбором номеров мод и глубины приемников.

Оценим величину $\bar{\sigma}(\bar{z}_*)$. При большом шуме, $g_0 > g_{0(\text{lim})}$, разброс наблюдаемых глубин z относительно предельной глубины \bar{z}_* ограничен и небольшой. В противном случае, в силу большой крутизны функции (14), этот разброс охватывал бы и значения, отвечающие $g_0 < g_{0(\text{lim})}$. Тогда естественно предположить, что глубина z равномерно распределена в некотором малом интервале Δz в окрестности глубины \bar{z}_* , и для сглаженного среднеквадратичного отклонения $\bar{\sigma}(\bar{z}_*)$ получаем оценку

$$\bar{\sigma}(\bar{z}_*) = \frac{\Delta z}{\sqrt{12}}. \quad (26)$$

Интервал Δz определим из следующих соображений. Интересуясь малыми приращениями, вычислим производную функции $y_{m(m+1)}(z)$ (14) в

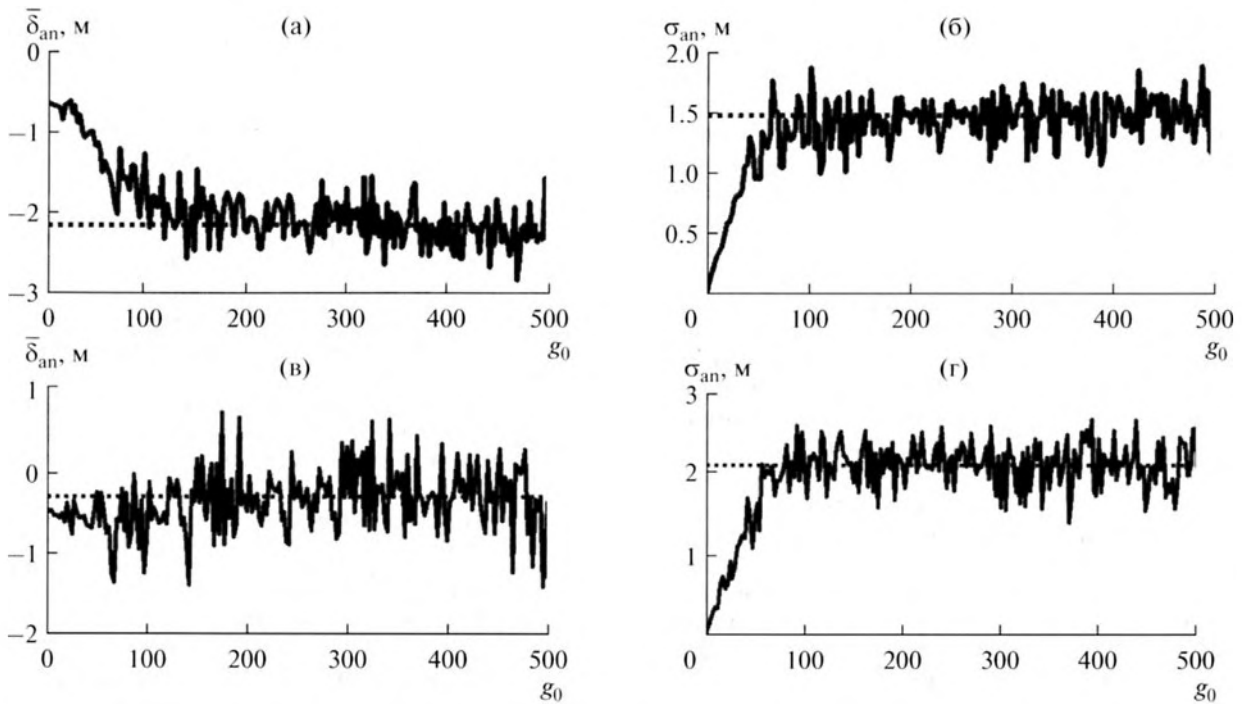


Рис. 8. Зависимость средней погрешности $\overline{\delta_{an}}$ и среднеквадратичного отклонения погрешности σ_{an} от входного отношения шум/сигнал g_0 для антенны: (а), (б) моды (6, 7); (в), (г) моды (7, 8).

точке $z = \tilde{z}_*$ и проведем касательную. Для ширины интервала Δz можно принять длину отрезка между точкой пересечения касательной оси z и положением асимптоты. Здесь напрашивается аналогия с блужданием частицы между двумя отражающими стенками, удаленными на расстояние Δz друг от друга, что приводит к равномерному распределению с плотностью $1/\Delta z$ [23].

Проиллюстрируем сказанное на примере идеального волновода. В точке \tilde{x}_* значение выражения в правой части (24) под знаком модуля равно -1 и 1 соответственно для мод (6, 7) и (7, 8). На рис. 6 горизонтальным пунктиром показано значение $y_{m(m+1)} = 1$. Точки на пунктире соответствуют расположениям точек \tilde{x}_* : $\tilde{x}_* \approx 1.07$ и $\tilde{x}_* \approx 1.12$ для мод (6, 7) и (7, 8) соответственно. В окрестности $\tilde{x}_* \approx 1.07$ интервал оценивается как $\Delta x = 0.15$, а в окрестности $\tilde{x}_* \approx 1.12 - \Delta x = 0.20$. Этим значениям соответствуют интервалы глубин Δz : $\Delta z = 5.76$ м и $\Delta z = 7.85$ м. Согласно (26) получаем $\tilde{\sigma}(\tilde{z}_*) \approx 1.66$ м и $\tilde{\sigma}(\tilde{z}_*) \approx 2.27$ м. Эти оценки близки к значениям, полученным в численном эксперименте.

4.2. Антенна

Для заданной величины q_0 моделируются K независимых случайных реализаций на входе каждого элемента антенны и на выходе антенны суммируются огибающие. По этой суммарной огибающей определяется в k -й реализации глубина $z_{an}^{(k)}(q_0)$ и

строится погрешность $\delta_{an}^{(k)}(q_0) = z_{an}^{(k)}(q_0) - z_0$. Далее проводится усреднение:

$$\overline{\delta_{an}(q_0)} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \delta_{an}^{(k)}(q_0), \quad (27)$$

$$\sigma_{an}^2(q_0) = \overline{\delta_{an}^2(q_0)} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K [\delta_{an}^{(k)}(q_0) - \overline{\delta_{an}(q_0)}]^2. \quad (28)$$

Результаты усреднения (27), (28) представлены на рис. 8. Закономерности поведения статистических характеристик погрешности, отмеченные для одиночного приемника, переносятся и на антенну, но с одним принципиальным различием. Зависимости $\overline{\delta_{an}(g_0)}$ и $\sigma_{an}(g_0)$ выходят на постоянный средний уровень при большем отношении шум/сигнал, $g_{0(lim)}^{(an)} \approx 140$, т.е. $g_{0(lim)}^{(an)} \approx 0.0071$. Выигрыш предельного отношения сигнал/шум антенны по сравнению с одиночным приемником составляет $\beta \approx 140/50 = 2.8$. По данным моделирования выигрыш в отношении сигнал/шум на выходе антенны по сравнению с одиночным приемником, определяемом выражением (1), оценивается как $\epsilon = 7.0 \approx \sqrt{7}$. Следовательно, для рассматриваемых условий моделирования имело место когерентное сложение огибающих приемников антенны.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена помехоустойчивость метода определения глубины неподвижного источника, осно-

ванного на измерении отношении амплитуд выделенных соседних мод. Отличительная особенность алгоритма состоит в том, что погрешность глубины, вызванная наложением модовых импульсов и присутствием шума, всегда ограничена шириной ячейки. При нарастании шума средняя погрешность и среднеквадратичное отклонение погрешности, сглаженные в “окне” интервала отношения шум/сигнал, стремятся к установившимся значениям, определяемым выбором номеров мод и глубины приемников. Таким образом, при малых отношениях сигнал/шум поведение погрешности глубины становится предсказуемым. Другими словами, шум может служить регуляризирующим фактором в процессе регулирования погрешности глубины при большом отношении шум/сигнал. По крайней мере, это справедливо для модельной ситуации, рассмотренной в вычислительном эксперименте.

Результаты моделирования в низкочастотной области согласуются с теоретическими предпосылками и подтверждают работоспособность метода, иллюстрируя его высокую помехоустойчивость. Показана устойчивость метода по отношению к вариациям профиля скорости звука и параметров дна при малом сигнале. За счет выбора соответствующих номеров фильтруемых мод продемонстрированы эффекты нарастания и уменьшения средней погрешности при уменьшении отношения сигнал/шум. Использование антенны, по сравнению с точечным приемником, не приводит к изменениям в статистических характеристиках погрешности, однако, позволяет уменьшить предельное отношение сигнал/шум, начиная с которого статистические характеристики сглаженной погрешности выходят на установившиеся значения.

Работа выполнена при поддержке программы фундаментальных исследований Отделения физических наук РАН “Фундаментальные проблемы акустики искусственных и природных сред” и Научной школы № НШ-4484.2014.2.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Корякин Ю.А., Смирнов С.А., Яковлев Г.В.* Корабельная гидроакустическая техника: состояние и актуальные проблемы. СПб.: Наука, 2004. 410 с.
2. *Baggeroer A.B., Kuperman W.A., Mikhalevsky P.N.* An overview of matched field methods in ocean acoustics // *IEEE J. Oceanic Eng.* 1993. V. 18. № 4. P. 401–423.
3. *Малышкин Г.С., Сидельников Г.Б.* Оптимальные и адаптивные методы обработки гидроакустических сигналов (обзор) // *Акуст. журн.* 2014. Т. 60. № 5. С. 526–545.
4. *Сазонтов А.Г., Малеханов А.И.* Согласованная пространственная обработка сигналов в подводных звуковых каналах (обзор) // *Акуст. журн.* 2015. Т. 61. № 2. С. 233–253.
5. *Carey W.M.* The determination of signal coherence length based on signal coherence and gain measurements in deep and shallow water // *J. Acoust. Soc. Am.* 1998. V. 104. № 2. P. 831–837.
6. *Вировлянский А.Л., Казарова А.Ю., Кенигсбергер Г.В., Колодцев О.В., Коротин П.И., Любавин Л.Я., Моисеев В.И., Орлов Д.А., Потапов О.А., Турчин В.И.* Эксперимент по оценке координат источника звука на шельфе Черного моря // *Акуст. журн.* 2015. Т. 61. № 2. С. 216–224.
7. *Gingrass D.* Methods for predicting the sensitivity of matched-field processors to mismatch // *J. Acoust. Soc. Am.* 1989. V. 86. P. 1940–1949.
8. *Krolik J.L.* Matched-field minimum variance beamforming in a random ocean channel // *J. Acoust. Soc. Am.* 1992. V. 92. № 3. P. 1408–1419.
9. *Ивакин А.Н.* Рассеяние звука дном океана: результаты теоретических и экспериментальных исследований последних лет // *Акуст. журн.* 2012. Т. 58. № 2. С. 222–226.
10. *Белов А.И., Кузнецов Г.Н.* Оценка шумности движущихся источников на основе идентификации акустической модели морского дна // *Акуст. журн.* 2013. Т. 59. № 6. С. 722–734.
11. *Белов А.И., Кузнецов Г.Н.* Оценка акустических параметров модели дна в мелком море с использованием априорной геолого-геофизической информации и преобразования Вигнера // *Акуст. журн.* 2014. Т. 60. № 2. С. 190–195.
12. *Беседина Т.Н., Кузнецов Г.Н., Кузькин В.М., Пересёлков С.А.* Локализация источника звука в океанических волноводах // *Акуст. журн.* 2015. Т. 61. № 2. С. 207–215.
13. *Kuznetsov G.N., Kuz'kin V.M., Pereselkov S.A.* Estimation of the Velocity of Underwater Objects in the Passive Mode Using Frequency-Shift Data // *J. Phys. Wave Phenom.* 2014. V. 22. № 4. P. 306–311.
14. *Чупров С.Д.* Интерференционная структура звукового поля в слоистом океане / *Акустика океана. Современное состояние.* М.: Наука, 1982. С. 71–91.
15. *Turgut A., Orr M., Rouseff D.* Broadband source localization using horizontal-beam acoustic intensity striations // *J. Acoust. Soc. Am.* 2010. V. 127. № 1. P. 73–83.
16. *Thode A.M.* Source ranging with minimal environmental information using a virtual receiver and waveguide invariant theory // *J. Acoust. Soc. Am.* 2000. V. 108. № 4. P. 1582–1594.
17. *Cocrell K.L., Smidt H.* Robust passive range estimation using the waveguide invariant // *J. Acoust. Soc. Am.* 2010. V. 127. № 5. P. 2780–2789.
18. *Rouseff D., Zurk L.M.* Striation-based beamforming for estimating the waveguide invariant with passive sonar // *J. Acoust. Soc. Am. Express Lett.* 2011. V. 130. № 2. P. 76–81.
19. *Петухов Ю.В.* Частотно-временная структура импульсных сигналов давления в океанических волноводах // *Акуст. журн.* 1995. Т. 41. № 3. С. 474–482.
20. *Зверев В.А., Салин Б.М., Стромков А.А.* Определение модового состава акустического поля в мелком море при одноточечном приеме сигнала // *Акуст. журн.* 2005. Т. 51. № 2. С. 221–227.
21. *Буров В.А., Гришук А.В., Кравченко В.Н., Муханов П.Ю., Сергеев С.Н., Шуруп А.С.* Выделение мод из шумового поля мелкого моря одиночными донными гидрофонами для целей пассивной томографии // *Акуст. журн.* 2014. Т. 60. № 6. С. 611–622.
22. *Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П.* Теоретические основы акустики океана. М.: Наука, 2007. 370 с.
23. *Рытов С.М.* Введение в статистическую радиофизику. Ч. 1. Случайные процессы. М.: Наука, 1976. 496 с.