

ПРОСТРАНСТВЕННОЕ ЗАТУХАНИЕ РАЗЛИЧНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ ЗВУКОВЫХ ПОЛЕЙ В ВОДНОМ СЛОЕ И В ОСАДКАХ МЕЛКОГО МОРЯ

© 2017 г. А. И. Белов, Г. Н. Кузнецов*

Научный центр волновых исследований Института общей физики им. А.М. Прохорова РАН
119991 Москва, ул. Вавилова 38

*e-mail: skbmortex@mail.ru

Поступила в редакцию 08.11.2016 г.

Представлены результаты экспериментального исследования пространственного затухания низкочастотных векторно-скалярных звуковых полей в мелком море. В опыте применялись буксируемая пневмопушка и разнесенные по вертикали четырехкомпонентные векторно-скалярные приемные модули. Узкополосный анализ принятых сигналов позволил оценить коэффициенты затухания трех первых мод в диапазоне частот 26–182 Гц и рассчитать частотные зависимости коэффициентов поглощения звука в верхней части донных отложений. Выполнено сравнение экспериментальных и вычисленных на основе акустической калибровки волновода законов спада давления и ортогональных векторных проекций колебательного ускорения. Показано, что вертикальная проекция вектора колебательного ускорения убывает заметно быстрее, чем поле звукового давления.

Ключевые слова: мелкое море, низкие частоты, затухание звуковых сигналов и мод в водном слое и в грунте, скалярные и векторные поля.

DOI: 10.7868/S0320791917050033

1. ВВЕДЕНИЕ. УСЛОВИЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Пространственное затухание звука является одним из важных факторов для оценки эффективности подводного наблюдения, а также при организации систем навигации и акустического мониторинга морской акватории по акустическим сигналам. Особенно это актуально для зон океанического шельфа, в которых величины коэффициента затухания звуковых сигналов в значительных пределах изменяются в зависимости от района проведения экспериментов [1]. Одной из причин большого разброса затухания звука является существенная пространственная изменчивость акустических свойств донных отложений [2, 3]. Следует отметить, что практически весь объем экспериментальных данных ранее был получен с использованием приемников звукового давления (скалярных приемников). Вместе с тем за последнее время возрос интерес к исследованию векторных характеристик акустических полей, таких как колебательная скорость, колебательное ускорение или поток мощности. Это вызвано тем, что перечисленные характеристики дают дополнительную информацию о структуре звуковых полей и могут быть эффективно использованы в практических задачах [4–6]. Поэтому изучение пространственного затухания не только звукового давления (ЗД), но и ортогональ-

ных проекций вектора колебательного ускорения или скорости (ВКУ или ВКС) представляется актуальным. Отметим, что векторные компоненты являются “векторными” в определенной степени условно, поскольку рассчитываются с использованием скалярного потенциала.

Опыты по исследованию особенностей формирования векторно-скалярных звуковых полей проводились в мелководной акватории с глубиной места h_w около 53 м и достаточно ровным дном. По геологическим данным верхняя часть морского дна представляла собой песчано-глинистые отложения со значительным преобладанием песчаной фракции. Скорость звука в водном слое уменьшалась от значения 1477.2 м/с на поверхности до 1473.4 м/с на глубине около 10 м. При дальнейшем увеличении глубины скорость звука медленно увеличивалась до значения 1474.4 м/с на дне.

В качестве источника звука использовался буксируемый четырехкамерный пневматический излучатель (пневмопушка). Буксировка пневмопушки производилась на глубине около 10 м. Глубина регистрировалась. На рис. 1а, 1б показаны форма и спектр излученного сигнала, принятого контрольным гидрофоном на расстоянии 2 м от излучателя. Излучаемые импульсы регистрировались на борту судна в системе единого времени.

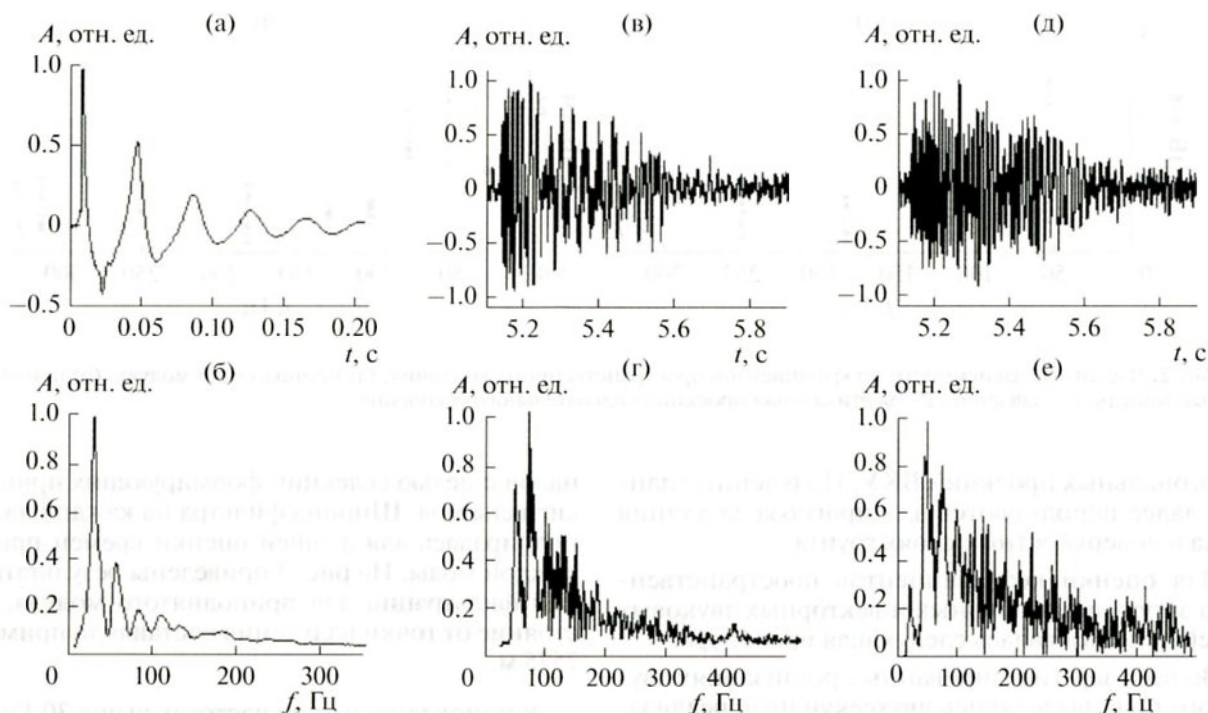


Рис. 1. Временные зависимости и амплитудные спектры излученного и принятого импульсных сигналов: (а, б) звуковое давление излученного сигнала; (в, г) звуковое давление; (д, е) вертикальная компонента колебательного ускорения принятого сигнала.

Видно, что структура излученного импульса определяется ударной волной и последующими пульсациями газового пузыря. Также наблюдается приход отраженного от поверхности моря сигнала, отстающего от ударной волны на 0.0143 с. Такая задержка свидетельствует о том, что данный импульс был излучен на глубине примерно 10.5 м. Пульсации газового пузыря приводят к появлению в спектре излученного сигнала локальных максимумов на частотах $f = 26, 52, 78, 104$ и 130 Гц. На более высоких частотах максимумы в спектре размыты и наблюдается монотонный спад спектральной плотности.

Акустические сигналы регистрировались двумя приемными четырехкомпонентными векторно-скалярными модулями, один из которых располагался вблизи дна, а другой был приподнят над дном на 22 м. Зарегистрированные сигналы передавались в цифровом виде по кабелю на борт приемного судна. Приемное и излучающее суда были оборудованы приемниками GPS, что позволило синхронизировать режимы излучения и приема, измерить координаты приемного и излучающего судна и вычислить абсолютное время распространения импульсов. На рис. 1в–1е представлены временные зависимости и спектры звукового давления (ЗД) и вертикальной проекции вектора колебательного ускорения (ВП ВКУ),

принятого на верхний приемный модуль на расстоянии примерно 7570 м от излучателя.

Отметим, что в качестве векторных приемников использовались приемники инерциального типа, которые регистрировали три ортогональные проекции колебательного ускорения.

Из сравнения рис. 1а, 1б и 1в–1е следует, что в процессе распространения низкочастотная часть сигнала испытывает значительное ослабление, существенно большее, чем высокочастотная часть. Особенно этот эффект проявляется в спектрах вертикальной компоненты колебательного ускорения. Горизонтальная проекция (ГП) ВКУ на рис. 1 не представлена, поскольку на больших расстояниях ее структура практически полностью совпадает со структурой ЗД [6, 7].

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАТУХАНИЯ ВЕКТОРНО-СКАЛЯРНЫХ ПОЛЕЙ В ВОЛНОВОДЕ

2.1. Частотные зависимости ослабления звукового давления и ортогональных проекций вектора колебательного ускорения

Представляется интересным исследовать законы ослабления распространяющихся в водном слое выделенных нормальных волн и сравнить характеристики затухания звукового давления и

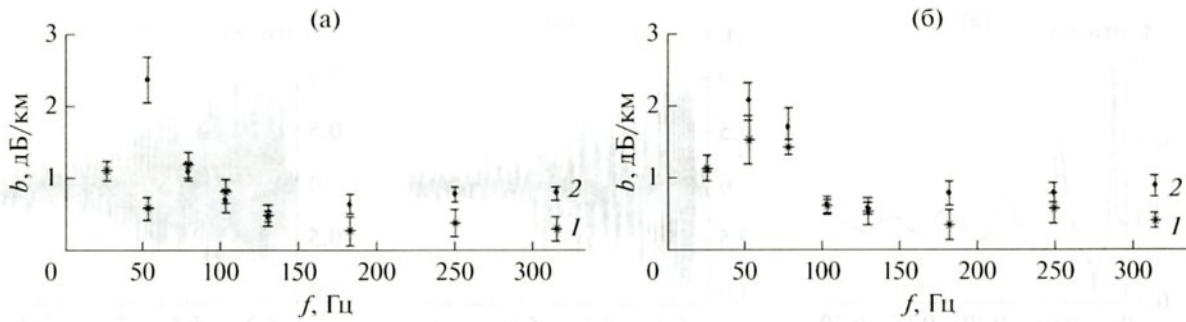


Рис. 2. Частотные зависимости коэффициентов пространственного затухания: (а) приподнятый модуль, (б) придонный модуль. 1 – давление, 2 – вертикальная проекция колебательного ускорения.

ортогональных проекций ВКУ. Полученные данные далее используются для прогноза затухания звука в поверхностных слоях грунта.

Для оценки коэффициентов пространственного затухания скалярных и векторных звуковых полей использовалась следующая процедура.

Во всех зарегистрированных реализациях звукового поля выделялись двухсекундные реализации таким образом, чтобы первая секунда содержала только помеху, а вторая – помеху и импульсы сигналов, излученных в интервале расстояний от 5 до 10 км до источника звука. Затем в третьектавных полосах с различными центральными частотами для временного интервала первой секунды рассчитывалась энергия помехи, а для второй секунды – энергия помехи и сигнала. При этом в низкочастотной области центральные частоты фильтров соответствовали положению локальных максимумов в спектре излученного пневмоисточником сигнала (см. рис. 1). После этого из энергии суммы сигнала и помехи вычиталась энергия помехи и получались оценки энергии сигнала. Зависимости энергии сигнала от расстояния аппроксимировались цилиндрическим законом спада с добавочным экспоненциальным затуханием. Анализ полученных результатов показал, что добавочное затухание b практически идентично для ЗД и ГП ВКУ, а для вертикальной проекции может быть заметно выше. Зависимости величины b от частоты для двух глубин приема представлены на рис. 2.

Видно, что в случае придонного приема коэффициенты затухания ВП ВКУ превышают коэффициенты затухания ЗД практически во всем частотном диапазоне. Для приподнятого модуля этот эффект наблюдается на частотах 100–150 Гц и выше.

2.2. Исследование законов ослабления нормальных волн

Для дальнейшего анализа была выполнена узкополосная фильтрация зарегистрированных сиг-

налов с целью селекции формирующих приняты сигналы мод. Ширина фильтра на каждой частоте подбиралась для лучшей оценки времен приход каждой моды. На рис. 3 приведены результаты такой фильтрации для приподнятого модуля. Расстояние от точки излучения составляло примерно 7575 м.

Установлено, что на частотах выше 30 Гц временная структура сигналов, зарегистрированных приемниками ЗД и ВКУ, различна. Если поле ЗД формируют в основном первая и третья моды, то в поле ВП ВКУ главную роль играет вторая мода. Это полностью соответствует результатам работ [7, 8] и связано с положением приподнятого модуля вблизи нуля второй моды ЗД, в то время как на этой же глубине вторая мода вертикальной проекции колебательного ускорения достигает максимального значения. На частоте 26 Гц в волноводе на больших расстояниях в звуковом поле присутствует только одна – первая мода. Остальные моды на таком расстоянии уже практически затухали. Поэтому коэффициенты затухания акустического поля на этой частоте одинаковы для обоих приемных модулей (см. рис. 2 и 3). На частоте 180 Гц сигнал, зарегистрированный приемником вертикальной компоненты колебательного ускорения, заметно длиннее, чем сигнал, принятый приемником ЗД. Это свидетельствует о том, что на этой частоте при формировании поля ВП ВКУ заметную роль играют моды высоких номеров, вклад которых в поле ЗД незначителен [8]. Поэтому на высоких частотах коэффициенты затухания ВП ВКУ заметно больше коэффициентов затухания давления, поскольку при многомодовом распространении звука при формировании ВП ВКУ моды низких номеров, имеющие, как правило, минимальные коэффициенты затухания, подавляются, а моды высоких номеров, наоборот, подчеркиваются. Можно также отметить, что на частоте 52 Гц в сигнале ЗД просматривается вторая мода, которая на более высоких частотах практически незаметна. В [9] показано, что при понижении частоты положение минимумов

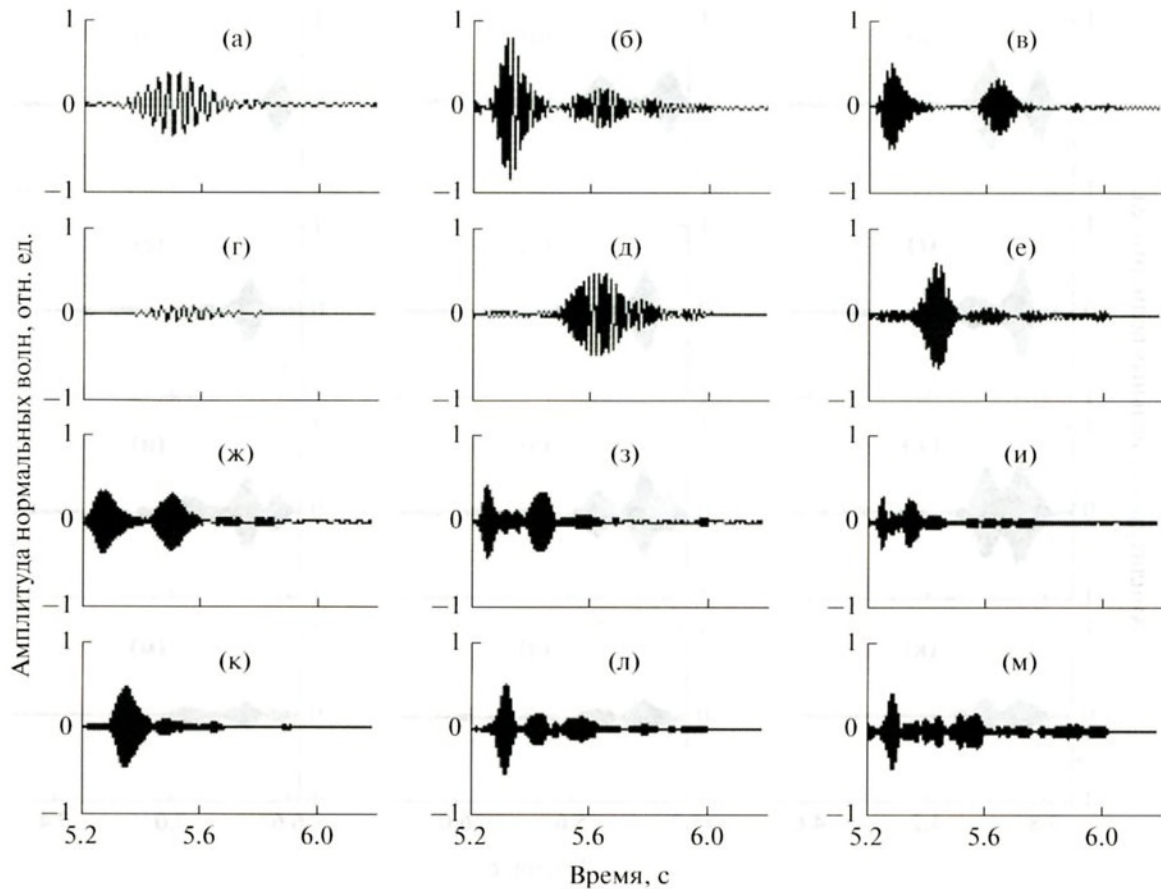


Рис. 3. Результаты узкополосной фильтрации принятого сигнала: (а–в), (ж–и) давление; (г–е), (к–м) вертикальная компонента колебательного ускорения. Частота f : (а, г) 26 Гц; (б, д) 52 Гц; (в, е) 78 Гц; (ж, к) 104 Гц; (з, л) 130 Гц; (и, м) 180 Гц.

и максимумов амплитуды мод смещается к морскому дну, и это смещение тем больше, чем ниже частота. Поэтому проявление второй моды в структуре импульса давления на частоте 52 Гц вызвано смещением нуля этой моды относительно глубины приподнятого модуля. На этой основе в [10] предложено использовать значения глубин расположения нулей и максимумов вертикального распределения мод для оценки величины скорости звука в верхней части донных отложений.

Для оценки коэффициентов затухания отдельных мод была выполнена узкополосная фильтрация принятых сигналов на разных расстояниях до излучателя. При этом проявилось преимущество расположения векторно-скалярного модуля вблизи нуля второй моды. На рис. 4 показана структура импульсного сигнала на частоте 104 Гц для двух приемных модулей и трех расстояний от источника звука. Из рисунка следует, что на приподнятом модуле на всех выбранных расстояниях разрешаются три моды, в то время как на придонном модуле селекция мод возможна только на максимальном расстоянии. Поэтому далее оцен-

ка коэффициентов затухания первых трех мод выполнена по сигналам от приподнятого модуля.

Для оценки коэффициентов затухания в выбранных частотных полосах выделялись огибающие всех сигналов. Затем в огибающих устанавливались временные интервалы, в которых значения огибающей каждой моды равнялись или превышали половину ее максимального значения. Это было сделано для того, чтобы на высоких частотах максимально исключить влияние соседних мод, а с другой стороны, учесть внутримодовую дисперсию. В каждом временном интервале на разных расстояниях рассчитывалась энергия соответствующей моды. Зависимость энергии моды от расстояния корректировалась на цилиндрический закон расхождения, после чего методом наименьших квадратов оценивался пространственный коэффициент затухания моды g_m . На рис. 5 представлены частотные зависимости коэффициентов затухания первых трех мод.

Оценки значений коэффициентов затухания мод B служили основой для определения поглощающих свойств морского дна. При этом исполь-

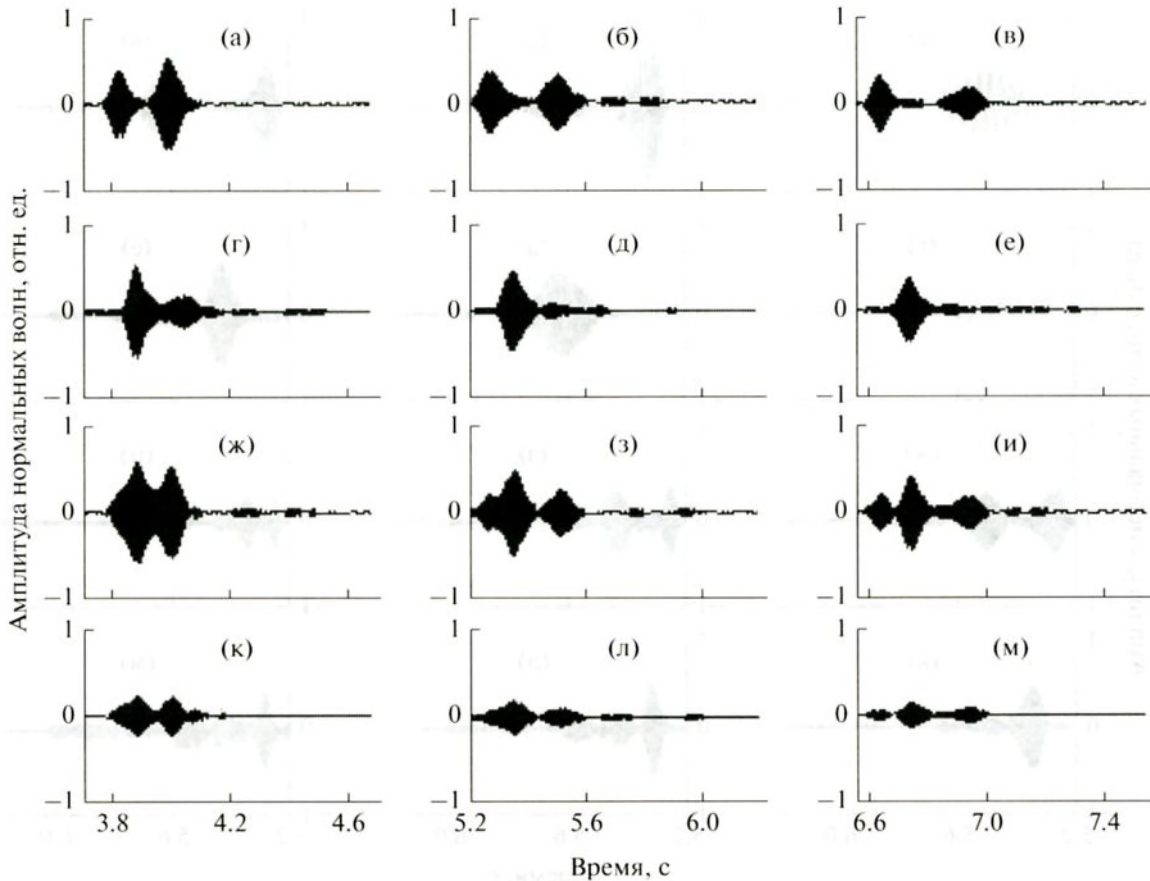


Рис. 4. Структура импульсных сигналов на частоте 104 Гц: (а–е) приподнятый модуль; (ж–м) придонный модуль; (а–в), (ж–и) давление; (г–е), (к–м) вертикальная проекция колебательного ускорения; (а, г, ж, к) $r = 5475$ м; (б, д, з, л) $r = 7570$ м; (в, е, и, м) $r = 9505$ м.

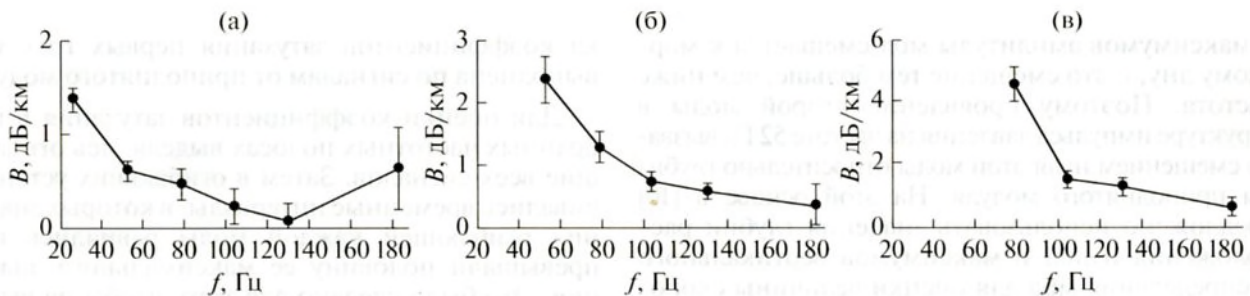


Рис. 5. Коэффициенты затухания первых трех мод: (а) мода 1, (б) мода 2, (в) мода 3.

зовались результаты работы [8], в которой на основании тех же самых экспериментальных данных была получена модель дна в виде жидкого слоя толщиной $h_L = 18.9$ м, лежащего на полупространстве, и выполнены оценки значения плотностей и скоростей звука в этом слое и полупространстве. Установлено, что характеристики полупространства оценивались с некоторой погрешностью. Вместе с тем показано, что на частотах выше 50 Гц влиянием полупространства на звуковое поле в

водном слое на больших расстояниях можно пренебречь. Поэтому в данной работе использовались результаты, полученные на частотах выше 50 Гц, а морское дно рассматривалось как полупространство с параметрами верхнего слоя грунта – с плотностью ρ и скоростью звука c , равными 1467 кг/м^3 и 1634.4 м/с соответственно. В рамках такой модели поглощающие свойства дна характеризуются параметром α , который отвечает за мнимую часть волнового числа в дне, которое в

Зависимость параметра α от частоты

Частота, Гц	78	104	130	180
α	0.0084 ± 0.0016	0.0093 ± 0.0015	0.0082 ± 0.002	0.0087 ± 0.0065

свою очередь задается в виде $\tilde{k} = k(1 + i\alpha)$, $k = 2\pi f/c$ [2, 3].

Поиск искомых характеристик модели дна выполнялся так же, как в работе [11], и заключался в минимизации функционала вида

$$L = \sum_{f_g} \sum_{n_g} (g^e - g^c)^2 \sigma_g^{-2}, \quad (1)$$

где σ_B – среднее квадратичное отклонение экспериментальных оценок коэффициентов затухания мод; f_g, n_g – значения частот и количество мод на частотах, для которых были получены оценки коэффициентов затухания. Индексами e и c обозначены соответственно экспериментальные оценки и рассчитанные значения коэффициентов затухания мод. Минимизация функционала (1) выполнялась путем многомерной оптимизации методом Нелдера–Мида (симплекс-метод) [12].

Для успешного проведения оптимизации вследствие нелинейности алгоритма желательно задать начальные значения отыскиваемых параметров как можно ближе к искомым. Начальные значения параметров находились следующим образом. Водный слой заменялся изоскоростным слоем со скоростью звука $c_w = 1475$ м/с. Для такой модели волновода (волновод Пекериса) в [3] приведены исходные выражения, на основе которых можно получить формулы, связывающие в явном виде искомый параметр α и коэффициенты затухания мод g_m :

$$\alpha = 2g_m \xi_m \gamma N \frac{\gamma^2 + d^2 \gamma_w^2}{\gamma_w^2 \gamma^2 d}, \quad N = \frac{h_w}{2} + \frac{d}{2\gamma} \frac{k_w^2 - k^2}{\gamma^2 + d^2 \gamma_w^2}, \quad (2)$$

$$\gamma_w = \sqrt{k_w^2 - \xi_m^2}, \quad \gamma = \sqrt{\xi_m^2 - k^2}, \quad d = \rho/\rho_w,$$

$$k_w = 2\pi f/c_w,$$

где m – номер моды. Плотность воды ρ_w считалась равной 1000 кг/м³. Оценки продольных волновых чисел мод ξ_m выполнялись для модели идеального волновода с абсолютно мягкими границами и “эффективной” толщиной водного слоя $H = h_w + \Delta h$. В соответствии с работой [13] величина Δh определяется как $\Delta h = d(k_w \sin \theta)^{-1}$, $\theta = \arccos(c_w/c)$. Для такой модели продольные волновые числа ξ_m определяются по известной формуле $\xi_m = \sqrt{k_w^2 - (\pi m/H)^2}$. Такое приближение обладает достаточно хорошей точностью для мод, фазовая скорость которых заметно превышает скорость звука в полупространстве.

Оценка начального приближения параметра α выполнялась на основании измеренной экспериментально частотной зависимости коэффициента затухания второй моды, поскольку она наилучшим образом соответствует теоретическим представлениям в широкой полосе частот. В таблице приведены оценки α для четырех частот.

При проведении минимизации функционала L для всех частот в качестве начального приближения принято среднее значение $\alpha = 0.0086$. Это основано на данных, представленных в таблице, из которой следует слабая зависимость α от частоты. Это косвенно подтверждает возможность описания поля на этих частотах моделью Пекериса–Бреховских, поскольку для этой модели α для

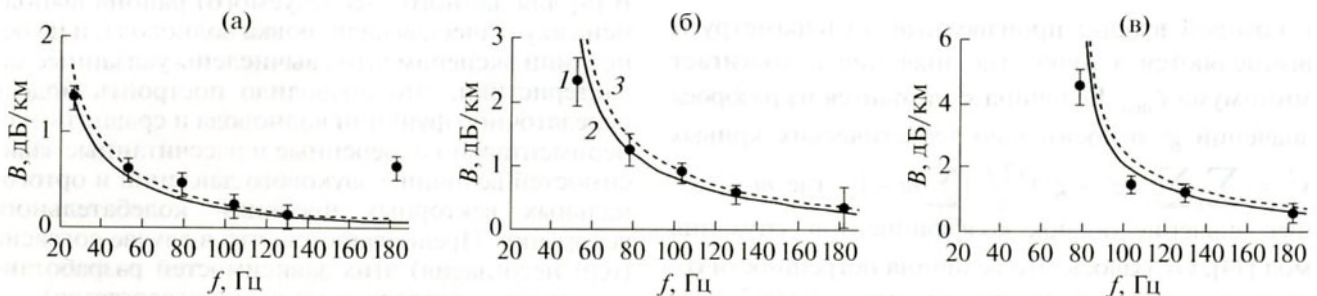


Рис. 6. Частотные зависимости коэффициентов затухания первых трех мод: (а) мода 1, (б) мода 2, (в) мода 3; 1 – экспериментальные данные, 2 – расчетные при $\alpha = 0.0072$, 3 – расчетные при $\alpha = 0.0086$ (соответственно сплошные и пунктирные линии).

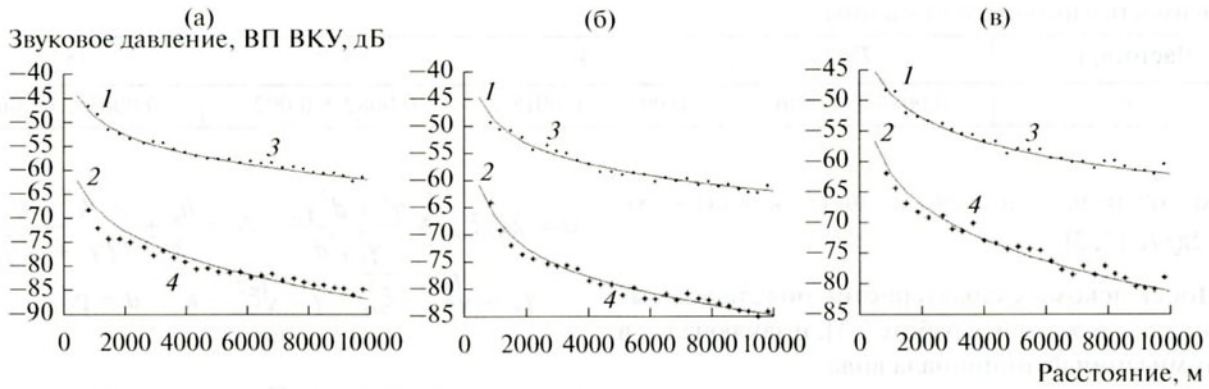


Рис. 7. Сравнение рассчитанных (1, 2) и измеренных (3, 4) зависимостей ЗД и вертикальной компоненты колебательного ускорения от расстояния: 1, 3 – давление; 2, 4 – колебательное ускорение; (а, б, в) частоты 130, 183 и 315 Гц соответственно.

всех мод и частот задается постоянной величиной [14, 15].

В результате выполненной численной оптимизации с использованием (1) и (2) было вычислено значение $\alpha = 0.0072$. На рис. 6 выполнено сравнение экспериментальных данных и рассчитанных коэффициентов затухания первых трех мод для двух величин α , равных рассчитанной величине 0.0072 и взятой непосредственно из эксперимента – 0.0086. Несмотря на то, что поиск значения α производился для экспериментальных данных на частотах выше 50 Гц, на рис. 6 представлены все имеющиеся экспериментальные данные, в том числе для более низких частот.

Видно, что при заметном различии двух величин α их использование достаточно точно аппроксимирует экспериментальные данные. Для объяснения этого эффекта по формуле (3) была рассчитана погрешность оценки α [16]:

$$\sigma_{\alpha} = \left[s^2 \left(\frac{1}{2} \frac{\partial^2 L}{\partial \alpha^2} \right)^{-1} \right]^{1/2}, \quad (3)$$

в которой вторые производные по параметру α вычисляются в точке, где значение L достигает минимума L_{\min} . Величина s^2 находится из разброса значений g^e относительно теоретических кривых $s^2 = \left[\sum_n \sum_f (g^e - g^c)^2 \right] / (\sum m - 1)$, где m – общее значение оценок коэффициентов затухания мод [14]. Оказалось, что величина погрешности σ_{α} имеет достаточно большую величину – 0.0063. Возможно, по этой причине заметные различия величины α не приводят к существенным расхождениям аппроксимирующих кривых.

3. СРАВНЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ ВЕКТОРНО-СКАЛЯРНЫХ ПОЛЕЙ С ХАРАКТЕРИСТИКАМИ, РАССЧИТАННЫМИ В РЕЗУЛЬТАТЕ КАЛИБРОВКИ ВОЛНОВОДА

Анализ приведенных выше экспериментальных данных, характеризующих законы спада скалярных и векторных компонент, представляет определенный практический интерес. Однако для выполнения прогноза характеристик поля как ЗД, так и ортогональных проекций ВКУ необходима адекватная, подтвержденная экспериментально модель волновода. В настоящее время большинство авторов используют модель плоскостоего волновода с нижней границей (грунтом), заданной в виде жидкого или упругого полупространства. Основы этой модели заложены в [14, 15] и развиты, например, в [3]. В [9] разработана модель передаточной функции волновода с плоскостоем дном. Нами также используется модель грунта в виде системы жидких слоев, лежащих на жестком или жидком полупространстве (настоящая работа и, например, [6–8, 11]). Но в этом случае для выполнения прогнозных расчетов нужны результаты экспериментальной оценки характеристик этих слоев и полупространства. В [8] для данного (исследуемого) района выполнена акустическая калибровка волновода, и на основании экспериментов вычислены указанные характеристики. Это позволило построить модель передаточной функции волновода и сравнить экспериментально измеренные и рассчитанные зависимости величины звукового давления и ортогональных векторных проекций колебательного ускорения. Предполагается, что в случае согласия (или несогласия) этих зависимостей разработанная модель подтверждается (или отвергается).

Отметим, что измеренные и рассчитанные с использованием разработанной модели дна [8] величины пространственного затухания компо-

нент векторно-скалярного поля сопоставляются нами на относительно высоких частотах. Причина в том, что при маломодовом распространении избыточно важную роль играют случайные глубины расположения точек излучения и приема, поскольку от координат существенно зависит соотношение амплитуд распространяющихся мод. Поэтому на рис. 7 для приподнятого модуля сравниваются пространственные зависимости ЗД и ВП ВКУ, измеренные экспериментально и рассчитанные с использованием модели на частотах выше 100 Гц.

Интересно дополнительно сравнить законы спада ЗД и ВП ВКУ на частотах, которые при разработке модели не учитывались. Для этого на рис. 7в выполнено сравнение экспериментальных и рассчитанных данных на частоте 315 Гц. Видно, что на всех частотах экспериментальные зависимости как ЗД, так и ВП ВКУ хорошо согласуются с рассчитанными характеристиками, вычисленными с использованием построенной в результате акустической калибровки модели многослойного волновода. Причем вертикальная составляющая колебательного ускорения, построенная с использованием в том числе мод высоких номеров, затухает заметно быстрее, чем ЗД и ГП ВКУ.

Видно также, что на отдельных участках зависимостей от расстояния наблюдаются отклонения экспериментальных данных от расчетных. Существенно, что эти отклонения на разных частотах проявляются на одних и тех же интервалах расстояний, т.е. они не случайны. Из сравнения величин отклонения для ЗД и ВП ВКУ (см. рис. 7) можно сделать вывод, что основным фактором является не вариация глубины волновода вдоль трассы буксировки, а соответствующая вариация характеристик грунта, из-за чего в зависимости ВП ВКУ наблюдаются большие отклонения по сравнению с ЗД.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Волновод, в котором формируются колебательные ускорения (или скорости), является пространственным фильтром, различным образом “взвешивающим” их горизонтальные и вертикальные проекции. Горизонтальные проекции ВКУ подавляют моды высоких номеров, вертикальные проекции ВКУ подавляют моды первых номеров.

Коэффициент затухания вертикально ориентированных проекций ВКУ на средних и высоких частотах в два раза и более превышает коэффициент затухания скалярных сигналов и горизонтально ориентированных проекций ВКУ. При увеличении расстояния на низких частотах при малом числе мод, в пределе — при распространении од-

ной моды, величины коэффициентов затухания сближаются. Как следствие, сближаются коэффициенты затухания на самых низких частотах.

Из-за различия пространственной фильтрации мод различных номеров на выходе приемников ЗД, ВП и ГП ВКУ во временной области формируются различающиеся волновые пакеты, что важно для активной локации. В частности, на выходе вертикальных каналов сигналы заметно “затягиваются” по сравнению с остальными каналами. Коэффициенты затухания отдельных мод заметно (вдвое и более) возрастают при увеличении номера моды.

Коэффициент пропорциональности перед мнимой частью волнового числа, характеризующий величину затухания звуковых сигналов в донных осадках, слабо зависит от частоты и может быть принят как постоянная величина, что согласуется с моделью Пекериса–Бреховских и косвенно подтверждает возможность ее использования, по крайней мере на средних частотах.

Законы ослабления составляющих ВКУ и ЗД — измеренные и рассчитанные по результатам акустической калибровки волновода — хорошо между собой согласуются, но на отдельных участках дистанции для всех частот наблюдаются отклонения экспериментальных зависимостей от расчетных. Поскольку эти отклонения для вертикальных проекций ВКУ заметно превышают отклонения для поля ЗД (и горизонтальных проекций ВКУ), то можно предположить, что их причиной является вариация характеристик поверхностных слоев грунта вдоль трассы буксировки излучателя.

В заключение авторы считают приятным долгом поблагодарить В.Г. Петникова за полезное обсуждение статьи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Студеничник Н.В.* Влияние дна Баренцева моря на низкочастотные звуковые поля // Акуст. журн. 1996. Т. 42. № 1. С. 134–139.
2. *Агеева Н.С., Крупин В.Д.* Влияние дна на формирование звукового поля в мелком море // Акуст. журн. 1980. Т. 26. № 2. С. 161–166.
3. *Кацнельсон Б.Г., Петников В.Г.* Акустика мелкого моря. М.: Наука, 1997. 181 с.
4. *Щуров В.А.* Векторная акустика океана. Владивосток: Дальнаука, 2003. 308 с.
5. *Белова Н.И., Кузнецов Г.Н.* Сравнение однонаправленного приема сигналов в волноводе с использованием линейных векторно-скалярных и комбинированных антенн // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 2. С. 255–267.
6. *Белов А.И., Кузнецов Г.Н.* Пеленгование и подавление векторно-скалярных звуковых сигналов в мелком море с учетом их корреляционной и модовой структуры // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 3. С. 308–317.

7. Белов А.И., Белова Н.И., Кузнецов Г.Н. Экспериментальное исследование модовой структуры скалярных и векторных полей в мелком море // Доклады XII школы-семинара акад. Л.М. Бреховских "Акустика океана". М.: ГЕОС, 2009. С. 27–30.
8. Белов А.И., Кузнецов Г.Н. Оценка акустических характеристик поверхностных слоев морского дна с использованием четырехкомпонентных векторно-скалярных приемников // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 2. С. 194–202.
9. Агеева Н.С., Крутин В.Д. Частотные характеристики нормальных волн в мелком море со слоистым поглощающим дном // Акуст. журн. 1981. Т. 27. № 5. С. 669–677.
10. Rubano L. Acoustic propagation in shallow water over low-velocity bottom // J. Acoust. Soc. Am. 1980. V. 67. № 5. P. 1608–1613.
11. Belov A.I., Kuznetsov G.N. Acoustic calibration of the signal propagation path in the shallow water // Phys. Wave Phenom. 2014. V. 21. № 3. P. 177–182.
12. Nelder J.A., Mead R. A simplex method for function minimization // Computer J. 1965. V. 7. P. 308–313.
13. Weston D.E. A Moire fringe analog of sound propagation in shallow water // J. Acoust. Soc. Am. 1960. V. 65. № 2. P. 647–654.
14. Пекерус К. Теория распространения звука взрыва в мелкой воде // Распространение звука в океане. М.: ИЛ, 1951. С. 48–156.
15. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Изд-во АН СССР, 1957. 502 с.
16. Худсон Д. Статистика для физиков. Пер. с англ. М.: Мир, 1967. 242 с.