

## ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЕ ИНВАРИАНТЫ В МАКСИМУМАХ ГИДРОАКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ГЛУБОКОМ МОРЕ

© 2024 г. С. П. Аксенов<sup>а</sup>, Г. Н. Кузнецов<sup>а, \*</sup>

<sup>а</sup>Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, ул. Вавилова 38, Москва, 119991 Россия

\*e-mail: skbmortex@mail.ru

Поступила в редакцию 30.03.2022 г.

После доработки 18.04.2023 г.

Принята к публикации 22.06.2023 г.

Интерференционный инвариант (ИИ) Чупрова хорошо описывает свойства звукового поля в мелком море. Но вопрос — насколько концепция ИИ Чупрова применима к глубокому морю, где закономерности спадаания звукового поля с расстоянием более сложны, — изучен недостаточно. В связи с этим в статье изучены свойства ИИ в ближней и дальней зонах акустической освещенности, а также в зоне тени. Предложено и исследовано новое определение инварианта, проведено сравнение его характеристик с ИИ Чупрова в зависимости от расстояния, глубин приема и излучения, летних или зимних условий распространения. Новый инвариант назван фазо-энергетическим (ФЭИ), поскольку для описания распределения звуковой энергии в пространстве используются ортогональные компоненты градиента фазы. Показаны устойчивость нового инварианта, его независимость от различных влияющих факторов и закономерное изменение с расстоянием в пределах от нуля до единицы. Установлено, что при зимних условиях практически на всех расстояниях ФЭИ равен единице, а ИИ не имеет стабильных значений и изменяется скачками в очень широких пределах. При летних условиях в зоне тени ФЭИ при увеличении расстояния возрастает, как и ИИ, от значений, близких к нулю, до единицы. В ближней и дальней зонах акустической освещенности ФЭИ примерно равен единице, а ИИ в этих зонах как летом, так и зимой характеризуется неограниченными осцилляциями, к которым приводит деление на величину, близкую к нулю. Показано, что определение ФЭИ справедливо и в одномодовых волноводах, и в свободном неограниченном пространстве с диспергирующей средой.

*Ключевые слова:* глубокое море, звуковое давление, зона тени, ближняя и дальняя зоны акустической освещенности, интерференционные максимумы, ортогональные компоненты градиента фазы, эффективные групповая и фазовая скорости, интерференционный инвариант Чупрова, фазо-энергетический инвариант

DOI: 10.31857/S0320791924010099 EDN: ZOAVPY

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В акустике мелкого моря находит широкое применение интерференционный инвариант С.Д. Чупрова  $\beta$  [1]. С его помощью с успехом решают отдельные задачи низкочастотной гидроакустики, в том числе — задачи дальнометрии, навигации, обнаружения слабых сигналов и другие. В мелком море характеристики интерференционного инварианта оценивают стандартным методом — по верной угловой структуре, т.е. распределению гребней амплитуды звукового давления (ЗД) или интенсивности на плоскости “расстояние до источника—частота”. Среди ранних отечественных работ, посвященных этому направлению, можно выделить работы [1–5], среди зарубежных, например, [6–10].

Значительно меньше проработано это направление гидроакустики применительно к глубокому морю. Например, можно выделить работу [11], в которой для глубоководного арктического района интерференционный инвариант применяется для локализации источника с использованием боковых лепестков при обработке сигнала методом согласованного поля по алгоритму Бартлетта. Интересные результаты приведены в [12], где путем численного моделирования показано, что наблюдаемый интерференционный инвариант (ИИ) зависит от глубин излучения и приема, и быстро изменяется при увеличении расстояния между источником и приемной антенной. Показано также, что в зоне конвергенции звуковых лучей — дальней зоне акустической освещенности — наклон гребней амплитуды ЗД на плоскости “расстояние—частота” становится

очень крутым, и это приводит к большим и нестабильным значениям  $\beta$  вследствие деления на величины, близкие к нулю. Но аналитическое описание и анализ устойчивости инварианта в этой статье не приводится. Поведение инварианта в ближней зоне и в зоне тени исследовано только численно и без физического анализа модовой структуры поля. Аналогии зависимостей ИИ не рассмотрены.

Эти недостатки частично восполняются работами [13–16], в которых установлена однозначная функциональная связь между модовым составом сигнала и ИИ, а также для зоны тени – между эффективными фазовой и групповой скоростями (ЭФС и ЭГС) и ИИ. Показано также, что их свойства полностью определяются параметрами доминирующих мод, характерных для заданных расстояний и глубин расположения источников и приемников. В итоге исследована интерференционная структура ЗД в ближней и дальней зонах акустической освещенности (БЗАО и ДЗАО), а также в зоне тени (ЗТ). В зоне тени также исследованы аналитические соотношения, связывающие ЭФС, ЭГС и ИИ. На основе анализа результатов численного моделирования сделан вывод, что ИИ в БЗАО и ДЗАО может претерпевать неограниченные осцилляции вследствие деления на величину, близкую к нулю, но задачи – как можно избежать этого, существуют ли дополнительные аналитические представления инвариантов – в перечисленных работах не рассматриваются. Эти задачи решаются ниже.

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ ИНВАРИАНТОВ

Рассмотрим для глубокого моря свойства интерференционного инварианта на различных расстояниях от источника и уточним, возможна ли иная трактовка ИИ, чем определяемая известными способами: “глобальным” [1–5, 7, 11], связанным с наклоном полос интерференционных картин интенсивности звука на плоскости с координатами  $r \sim f$  (“горизонтальное расстояние  $\sim$  частота”),

$$\beta = \frac{r}{f} \frac{\partial f}{\partial r}, \quad (1)$$

и “локальным”, основанным на интерференции между двумя однотипными модами с известными горизонтальными волновыми числами  $k_r(m, f)$  и  $k_r(n, f)$  [1, 4, 8, 10, 11],

$$\beta(m, n, f) = -\frac{1}{f} \frac{k_r(m, f) - k_r(n, f)}{\partial[k_r(m, f) - k_r(n, f)]/\partial f}. \quad (2)$$

Отметим, что С.Д. Чупровым также получена формула для инварианта  $\beta$  применительно к одной моде в идеальном однородном волноводе:  $\beta = c_r/c_\phi = \cos^2\chi$ , где  $\chi$  – угол скольжения моды

или луча,  $c_r$  и  $c_\phi$  – групповая и фазовая скорости каждой моды на заданной частоте [1]. Смысл этой формулы в том, что в случае одной моды угол скольжения ее бриллюэновского луча совпадает с направлением градиента фазы поля, создаваемого этой модой. Поэтому эта формула справедлива только для одной моды, и ее использовать для суммарного поля в многомодовом волноводе не рекомендуется.

Выполняя численные исследования зависимости характеристик фазовой структуры от расстояния, мы обнаружили, что в зонах интерференционных максимумов (ИМА) даже для суммарного поля, т.е. при учете амплитуд и фаз всех мод, а значит, при разнообразии различных локальных направлений градиентов фазы, в зонах максимумов ЗД градиенты фазы являются гладкими и сравнительно медленно изменяются [13–16]. По мере удаления от источника в группу мод, формирующих очередную доминирующую локальный максимум, входят разные однотипные моды, и направление градиента фазы ЗД в зонах ИМА зависит от расстояния. Но на расстояниях, где формируются БЗАО и ДЗАО, в зонах ИМА отношение ЭГС к ЭФС стремится к единице. Существенно, что это свойство устойчиво и одинаково проявляется при разных частотах и глубинах приема и излучения, особенно в зимних условиях распространения. Это позволяет предположить, что данная характеристика поля является инвариантной, т.е. постоянной при вариации различных влияющих факторов.

Чтобы убедиться в этом, выполним численный анализ распределения интенсивности и градиентов фазы на плоскости “расстояние до источника–частота” ( $r \sim f$ ). Анализ будем выполнять, прежде всего, в зонах с максимальной энергией – в зонах ИМА, так как только в этих зонах градиенты фазы имеют устойчивые характеристики. При расчетах инварианта, как альтернативу (1), используем выражение

$$\beta_{\text{ef}} = \frac{r}{f} \frac{\partial \varphi / \partial r}{\partial \varphi / \partial f} = \frac{c_{\text{gef}}}{c_{\text{qef}}}. \quad (3)$$

Здесь  $c_{\text{gef}}$  и  $c_{\text{qef}}$  – эффективные групповая и фазовая скорости (ЭГС и ЭФС), которые для произвольных волноводов определяются формулами [13–16]

$$c_{\text{gef}} = 2\pi r / (\partial \varphi / \partial f), \quad (4)$$

$$c_{\text{qef}} = 2\pi f / (\partial \varphi / \partial r). \quad (5)$$

Отметим, что в (3)–(5)  $\varphi = \varphi(f, r, z_s, z)$  – фаза комплексного звукового давления, представленного суммой мод. И в этом принципиальное отличие выражения (3) от выражения  $\beta = c_r/c_\phi$ , которое получил С.Д. Чупров [1] – для

одной выделенной моды в идеальном волноводе. Можно показать, что (3) есть представление интерференционного инварианта в зонах ИМА через две ортогональные проекции градиента фазы 3Д на плоскости  $r \sim f$  в волноводе с произвольным вертикальным распределением скорости звука и любыми параметрами грунта. Поскольку для расчетов характеристик поля в зонах с максимальной энергией используются градиенты фазы, назовем инвариант  $\beta_{\text{ef}}$  фазо-энергетическим (ФЭИ). Далее при расчетах и анализе результатов учитывалось, что в океанических волноводах дисперсия мод изменяет фазовую структуру поля, и в зонах ИМА звукового давления могут доминировать или слабо дисперсионные водные моды, или вытекающие и захваченные моды с ярко выраженной дисперсией. Сравним на разных расстояниях характеристики ИИ и ФЭИ. Для этого будем напрямую использовать проекции градиента фазы на плоскости с координатами  $r$  и  $f$  или предварительно вычислять ЭГС и ЭФС.

### 3. РАСЧЕТНАЯ МОДОВАЯ МОДЕЛЬ В ВКБ-ПРИБЛИЖЕНИИ

Зависимости 3Д от расстояния в глубоком (2.5 км и более) море хорошо известны [1, 2, 4, 15–18]: они характеризуются наличием БЗАО, ЗТ и зон конвергенции – ДЗАО. Для их описания широко применяются лучевая [1, 4, 17] или модовая [4, 11, 13, 18] теории, параболическое уравнение [19], а также модовое ВКБ-приближение [4, 9, 14–22]. Ниже для расчета амплитуд и фаз 3Д использована вычислительная программа, созданная на основе усовершенствованного модового ВКБ-приближения [13–16].

Для расчета поля звукового давления  $P(f, r, z_s, z)$ , создаваемого в глубоком море ненаправленным точечным источником тонального сигнала, будем использовать выражение в виде суммы нормальных волн [4, 14–19], записанное с учетом асимптотики функции Ханкеля первого рода нулевого порядка в виде

$$P(f, r, z_s, z) = |P(f, r, z_s, z)| e^{i\varphi(f, r, z_s, z)} = \sum_{m=0}^M \frac{u_m(z_s) u_m(z)}{\int_0^h u_m^2(z') dz'} \frac{e^{i[(2\pi f/c_{\varphi m})r - (\pi/4)] - \delta_m r}}{\sqrt{(f/c_{\varphi m})r}}, \quad (6)$$

где  $\varphi(f, r, z_s, z)$  – фаза комплексного 3Д,  $r$  – горизонтальное расстояние между источником и приемником,  $z_s, z$  и  $h$  – глубины источника, приемника и моря,  $u_m$  – собственная функция волновода для нормальной волны с номером  $m$ ,  $c_{\varphi m}$  – фазовая скорость  $m$ -й моды,  $\delta_m$  – мнимая часть продольного волнового числа  $m$ -й моды. Глубину моря считаем постоянной.

При анализе учтем следующее.

1. Водными будем называть моды, не взаимодействующие с грунтом и имеющие фазовые скорости меньше придонной скорости звука в воде  $c_0(h)$ , захваченными – моды с фазовыми скоростями от  $c_0(h)$  до скорости звука в грунте, вытекающими – моды с фазовыми скоростями больше скорости звука в грунте.

2. В [15, 16] показано, что в интерференционных максимумах зоны тени при реальных глубинах источника и приемника для ЭФС, ЭГС и ФЭИ, определяемых формулами (3)–(5), справедливы следующие формулы лучевой аппроксимации:

$$c_{\text{gef}}^*(r, h) = \frac{\bar{c}_0}{\cos \theta(r, h)} = \bar{c}_0 \sqrt{1 + \frac{(2h - z_s - z)^2}{r^2}} \approx \bar{c}_0 \sqrt{1 + \left(\frac{2h}{r}\right)^2}, \quad (7)$$

$$z_s + z < \frac{2h}{10},$$

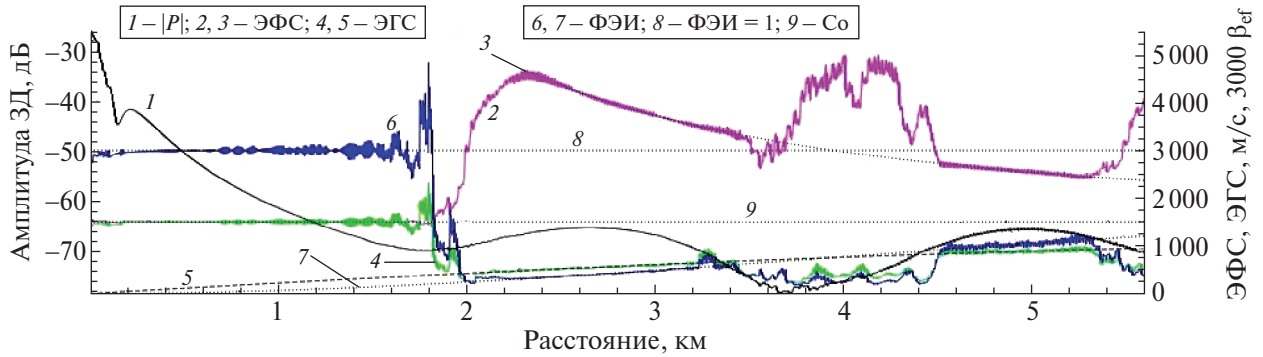
$$c_{\text{gef}}^*(r, h) = \bar{c}_0 \cos \theta(r, h) = \frac{\bar{c}_0}{\sqrt{1 + [(2h - z_s - z)^2/r^2]}} \approx \frac{\bar{c}_0}{\sqrt{1 + (2h/r)^2}}, \quad (8)$$

$$z_s + z < \frac{2h}{10},$$

$$\beta_{\text{ef}}^*(r, h) = \frac{c_{\text{gef}}^*(r, h)}{c_{\text{gef}}^*(r, h)} = \cos^2 \theta(r, h) \approx \frac{1}{1 + (2h/r)^2}, \quad z_s + z < \frac{2h}{10}. \quad (9)$$

Здесь  $\bar{c}_0$  – средняя скорость звука в воде,  $\theta(r, h)$  – угол скольжения луча, пришедшего из источника в точку приема после однократного отражения от дна.

3. На участке самых малых расстояний при реальных глубинах излучателей и приемников  $z_s + z < 2h/10$  расположена БЗАО, протяженность которой определяется длиной зоны ллойдовской интерференции. Последняя простирается до расстояния  $r_L \approx 4z_s z / \lambda$  [4, 12, 14–16], при превышении которого начинается зона тени. Звуковое давление  $P$  в БЗАО быстро убывает ( $P \sim 1/r^2$ ), так как в этой зоне превалирующий вклад в поле дают прямой и отраженный от свободной поверхности лучи или моды, эквивалентные этим двум лучам. Такие моды из-за слабо выраженной дисперсии формируют эффективные групповую и фазовую скорости, близкие к средней скорости звука в поверхностном слое воды,



**Рис. 1.** 1 – Амплитуда ЗД, 2 – ЭФС, 3 – лучевая аппроксимация ЭФС, 4 – ЭГС, 5 – лучевая аппроксимация ЭГС, 6 –  $3000\beta_{\text{эф}}$ , 7 – лучевая аппроксимация  $3000\beta_{\text{эф}}^*$ , 8 – уровень  $3000\beta_{\text{эф}} = 3000$  или  $\beta_{\text{эф}} = 1$ , 9 –  $c_0 = 1500$  м/с;  $f = 345$  Гц,  $r = 0.01\text{--}5.6$  км,  $z_s = 15$  м,  $z_r = 20$  м,  $h = 3417$  м,  $c_0 = 1500$  м/с. Идеальный волновод.

$$c_{\text{gef}} \approx c_{\text{фэф}} \approx c_0(0). \quad (10)$$

Поэтому в глубоком море протяженность БЗАО можно также определить как участок самых малых расстояний  $r_L$ , на которых фазо-энергетический инвариант в форме (3) при любой гидрологии и любых глубинах источников и приемников, но при условии, что  $z_s + z < 2h/10$ , близок к единице,  $\beta_{\text{эф}} \approx 1$ .

4. В зимних условиях, когда из-за приповерхностной рефракции возрастает вклад водных мод, следует ожидать расширения всех зон со значением  $\beta_{\text{эф}} \approx 1$ .

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Сначала рассмотрим результаты применения интерференционного инварианта  $\beta_{\text{эф}}$  по формуле (3) для модели глубокого моря в виде идеального волновода. Для сравнения результатов будем считать равными глубины идеального волновода и исследованного далее реального глубокого моря. Проведенный в следующем подразделе анализ показал, что и в идеальном глубоководном волноводе определение интерференционного инварианта по сравнению с мелким морем не является тривиальной задачей.

##### 4.1. Идеальный волновод

В случае жидкого однородного слоя с глубиной  $h$ , скоростью звука  $c_0$  и абсолютно мягкими границами в выражении (6) для ЗД имеем [4]:

$$u_m(z) = \sin(m\pi z/h), \quad \int_0^h u_m^2(z') dz' = h/2, \quad (11)$$

$$c_{\text{фм}} = 1/\sqrt{c_0^{-2} - [m/(2fh)]^2}, \quad M = 2fh/c_0, \quad \delta_m = 0.$$

На рис. 1 для  $f = 345$  Гц показаны результаты расчета амплитуды  $|P|$  ЗД (кривая 1), ЭФС  $c_{\text{фэф}}$  (2), лучевой аппроксимации ЭФС  $c_{\text{фэф}}^*$  (3), ЭГС  $c_{\text{gef}}$  (4), лучевой аппроксимации ЭГС  $c_{\text{gef}}^*$  (5),  $\beta_{\text{эф}} \times 3000$  (6) и лучевой аппроксимации  $\beta_{\text{эф}}^* \times 3000$  (7). Горизонтальная прямая (8) представляет уровень  $\beta_{\text{эф}} \times 3000 = 3000$  или  $\beta_{\text{эф}} = 1$ , прямая (9) соответствует  $c_0 = 1500$  м/с. Значения  $\beta_{\text{эф}}$  и  $\beta_{\text{эф}}^*$  умножены на 3000 для сравнения кривых на одном рисунке.

Как видно на рис. 1, на участке ллойдовской интерференции  $r < 1.8$  км, где превалирует вклад прямого и отраженного от свободной поверхности лучей, выполняется соотношение (10)  $c_{\text{gef}} \approx c_{\text{фэф}} \approx c_0$ , и ФЭИ равен единице,  $\beta_{\text{эф}} \approx 1$ , тогда как ИИ Чупрова  $\beta$  здесь характеризуется неограниченными осцилляциями. Это проверено по аналогии с представленным ниже рис. 4: полосы интерферограммы на малых расстояниях  $r < 1.8$  км параллельны оси частот, т.е. значения ИИ Чупрова  $\beta$  могут здесь становиться бесконечно большими из-за деления на ноль.

Хорошо видно также, что в зонах интерференционных максимумов на участке  $r < 2$  км, где доминирует вклад отраженных от дна лучей, кривые ЭФС, ЭГС и ФЭИ (формулы (3)–(5)) практически совпадают со своими лучевыми аппроксимациями (формулы (7)–(9)). При этом в интерференционных минимумах (дислокациях) градиент фазы ЗД и зависящие от него характеристики звукового поля неустойчивы и непредсказуемы [13–16].

Аналогичные расчеты выполнены для различных частот выше и ниже, чем  $f = 345$  Гц. Это позволило получить и сравнить частотные зависимости оценок ИИ  $\beta$  и ФЭИ  $\beta_{\text{эф}}$ . Так, при увеличении частоты от 345 до 360 Гц максимум амплитуды ЗД в начале зоны тени, который на рис. 1 находится в точке  $r \approx 2.7$  км, на частоте 360 Гц переместился в точку  $r \approx 3.5$  км. На основании рис. 1 и формул (1), (3), (9) имеем:

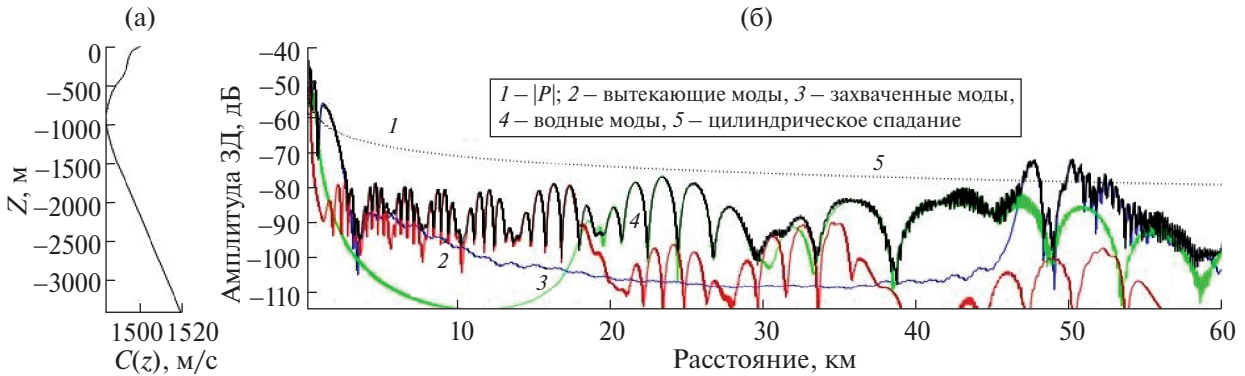


Рис. 2. (а) – ВРСЗ в районе Северной Атлантики в июне; (б): 1 – амплитуда ЗД и составляющие: 2 – вытекающие моды, 3 – захваченные моды, 4 – водные моды, 5 – цилиндрическое спадание;  $f = 340$  Гц,  $z_s = 105$  м,  $z = 20$  м,  $r = 0.1–60$  км.

$$\beta = \frac{r \Delta f}{f \Delta r} \approx \frac{(2.7 + 3.5) / 2 \cdot 360 - 345}{(345 + 360) / 2 \cdot 3.5 - 2.7} = 0.165, \quad (12)$$

$$\beta_{ef} \approx \beta_{ef}^* = \frac{c_{gef}^*}{c_{gef}^*} = \cos^2 \theta \approx \frac{1}{1 + (2h/r)^2} = \frac{1}{1 + (2 \times 3.417 / 3.1)^2} = 0.171, \quad (13)$$

т.е. и  $\beta$ , и  $\beta_{ef}$  на этих расстояниях существенно меньше единицы, но разница между ними не превышает 3%. Вывод: в зоне, где доминирует вклад отраженных от дна лучей, в окрестности интерференционных максимумов ИИ  $\beta$  и ФЭИ  $\beta_{ef}$  практически совпадают, но характеризуются не константой, а инвариантной зависимостью от расстояния (9).

#### 4.2. Глубокое стратифицированное море в летних условиях

Рассмотрим далее аналогичные результаты, полученные в реальном волноводе в летних условиях. Вертикальное распределение скорости звука (ВРСЗ) в выбранном районе Северной Атлантики к западу от Ла-Манша показано на рис. 2а. Глубина моря  $h = 3417$  м, параметры грунта: скорость звука  $c_1 = 1600$  м/с, плотность  $\rho_1 = 1.5$  г/см<sup>3</sup>, потери  $-0.14$  дБ/λ<sub>1</sub>. Для этого района рассчитаны зависимости от расстояния амплитуды ЗД и ее составляющих – вытекающих, захваченных и водных мод (рис. 2б).

Выше отмечалось, что зависимости ЗД от расстояния в глубоком море известны [4, 12, 15, 17, 18]: наблюдаются БЗАО, ЗТ и зоны конвергенции водных лучей – ДЗАО. На рис. 2 видно, что в БЗАО до 2.8 км основной вклад в поле вносят водные моды, далее до 18 км – вытекающие моды, затем до 47 км – захваченные моды, а на участке  $r = 47–55$  км – в ДЗАО – водные моды. Слабый

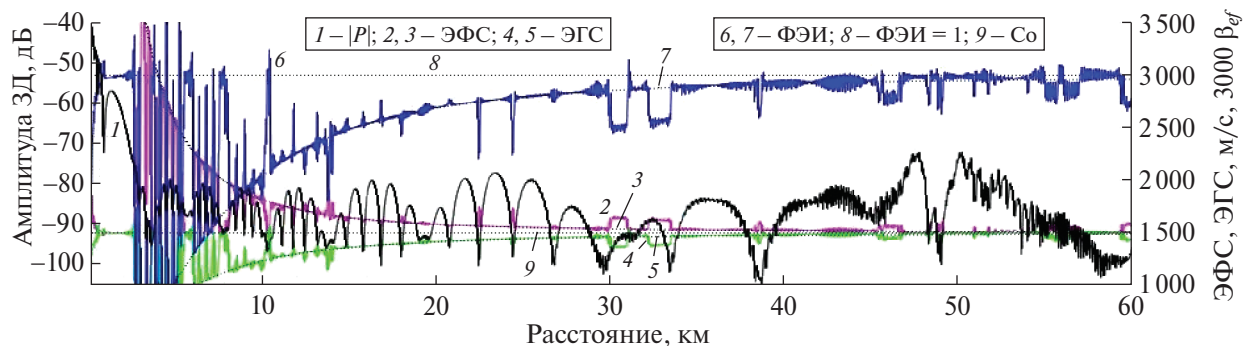
вклад захваченных мод при  $r < 18$  км и водных мод на участке  $r = 2.7–46$  км обусловлен их противофазным суммированием на этих участках, но в ДЗАО водные моды суммируются почти синфазно и доминируют.

Вытекающие моды частично поглощаются в дне и затухают быстрее, чем захваченные, но на участке  $r = 2.7–18$  км их вклад является определяющим – они “подсвечивают” зону тени. Видно, что ширина интерференционных максимумов, формируемых вытекающими и захваченными модами, с ростом расстояния возрастает.

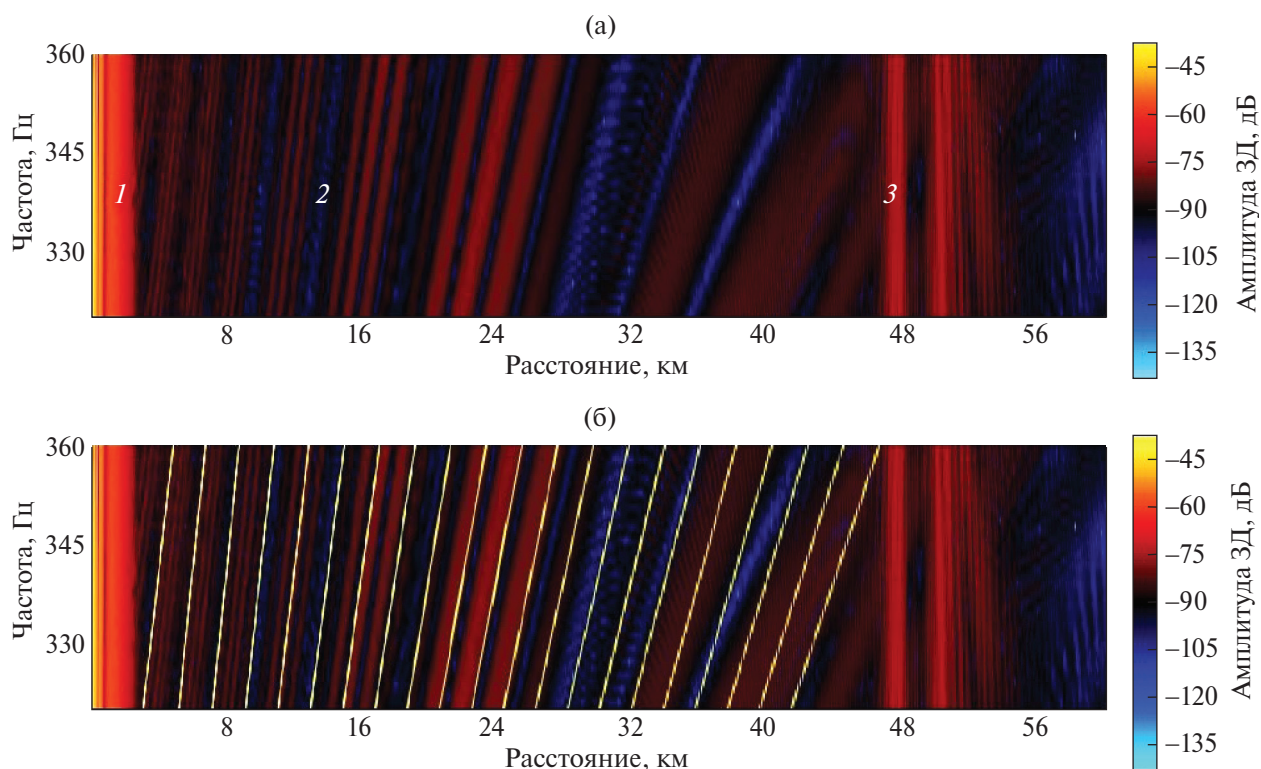
На рис. 3 для этих же условий приведены зависимости от расстояния амплитуды ЗД, ЭФС  $c_{gef}$ , ЭГС  $c_{gef}$ ,  $3000\beta_{ef}$ , аппроксимации этих величин  $c_{gef}^*$ ,  $c_{gef}^*$ ,  $3000\beta_{ef}^*$ , а также горизонтальные прямые на уровне  $3000\beta_{ef} = 3000$  ( $\beta_{ef} = 1$ ) и на уровне средней скорости звука в воде  $\bar{c}_0$ .

Как видно, наилучшее совпадение вычисленных значений  $c_{gef}$ ,  $c_{gef}$  и  $\beta_{ef}$  с пунктирными кривыми их лучевой аппроксимации (формулы (7)–(9)) имеет место в зонах, где формируются ИМА. Но, как и в идеальном волноводе, в БЗАО, где главный вклад в поле дают прямой и отраженный от поверхности лучи,  $c_{gef} \approx c_{gef} \approx c_0(0)$  и, как следствие,  $\beta_{ef} \approx 1$ . Аналогичным образом в ДЗАО, где доминируют водные моды со слабой (из-за малых углов скольжения) дисперсией,  $c_{gef} \approx c_{gef}$ , и  $\beta_{ef} \approx 1$ . Инвариант Чупрова  $\beta$  в этих зонах может изменяться большими скачками и нестабилен. ЭФС, ЭГС и  $\beta_{ef}$  в зоне тени на расстояниях до 10–12 км также имеют многочисленные выбросы, но, как легко убедиться, они наблюдаются в зонах интерференционных минимумов. А в зонах ИМА  $c_{gef}$ ,  $c_{gef}$  и  $\beta_{ef}$  изменяются, но стабильно, в соответствии с формулами (7)–(9), т.е. с высокой точностью описываются своими лучевыми аппроксимациями.

Эта устойчивая особенность  $\beta_{ef}$  в ДЗАО особенно отчетливо видна на рис. 4а, 4б, где



**Рис. 3.** 1 – Амплитуда ЗД, 2 – ЭФС, 3 – лучевая аппроксимация ЭФС, 4 – ЭГС, 5 – лучевая аппроксимация ЭГС, 6 –  $3000\beta_{ef}^*$ , 7 – лучевая аппроксимация  $3000\beta_{ef}^*$ , 8 – уровень  $3000\beta_{ef}^* = 3000$  или  $\beta_{ef}^* = 1$ , 9 – уровень  $\bar{c}_0$ . Северная Атлантика, июнь,  $f = 340$  Гц,  $z_s = 105$  м,  $z = 20$  м,  $r = 0.1$ –60 км.



**Рис. 4.** (а) – Интерферограмма амплитуды ЗД, Северная Атлантика, июнь,  $f = 320$ –360 Гц,  $z_s = 105$  м,  $z = 20$  м,  $r = 0.1$ –60 км; 1 – БЗАО, 2 – зона тени, 3 – ДЗАО. (б) – Та же интерферограмма со светлыми “контрольными” линиями, наклон которых вычислен по формуле (1),  $\partial f/\partial r = (f/r)\beta$ , с подстановкой в качестве  $\beta$  лучевой аппроксимации  $\beta_{ef}^* = 1/[1 + (2h/r)^2]$  по формуле (9).

представлено распределение амплитуды звукового давления на плоскости  $r \sim f$  при тех же глубинах источника и приемника, что и на рис. 2, 3. Видно, что в БЗАО ( $r < 2.7$  км), а также в ДЗАО ( $r = 47$ –55 км) гребни интерферограмм параллельны оси частот, и инвариант Чупрова, согласно определению (1), может резко осциллировать и принимать бесконечно большие значения из-за деления на ноль.

На рис. 4б показана та же, что и на рис. 4а, интерферограмма с нанесенными на участке между БЗАО и ДЗАО через каждые 2 км светлыми “контрольными” полосами, наклон которых вычислен по формулам (1) и (9). Видно, что фактический наклон гребней интерферограммы, по которому можно рассчитать инвариант Чупрова, совпадает с наклоном светлых полос, т.е., как и для идеального волновода, формулы (1), (9) дают для

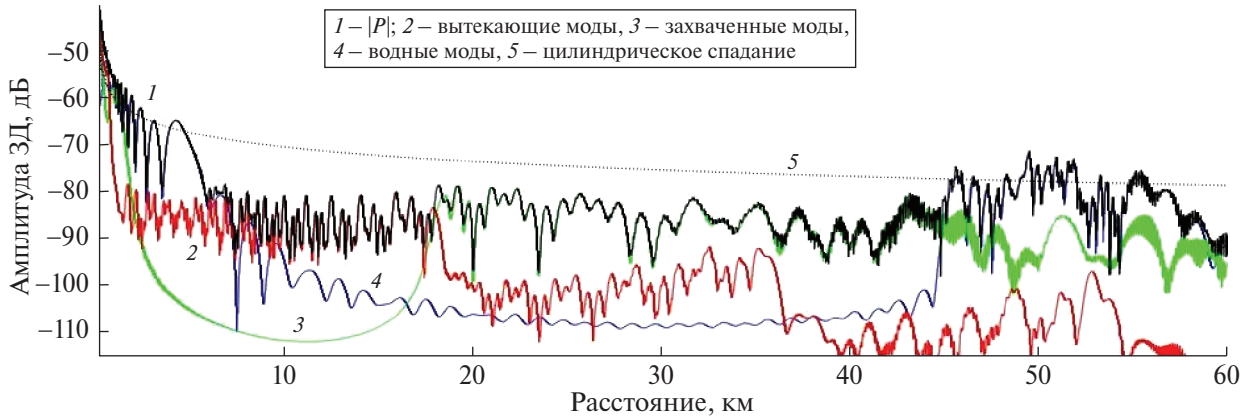


Рис. 5. 1 – Амплитуда звукового давления и составляющие: 2 – вытекающие моды, 3 – захваченные моды, 4 – водные моды, 5 – цилиндрическое спадание. Северная Атлантика, июнь,  $f = 340$  Гц,  $z_s = 105$  м,  $z = 155$  м,  $r = 0.1-60$  км.

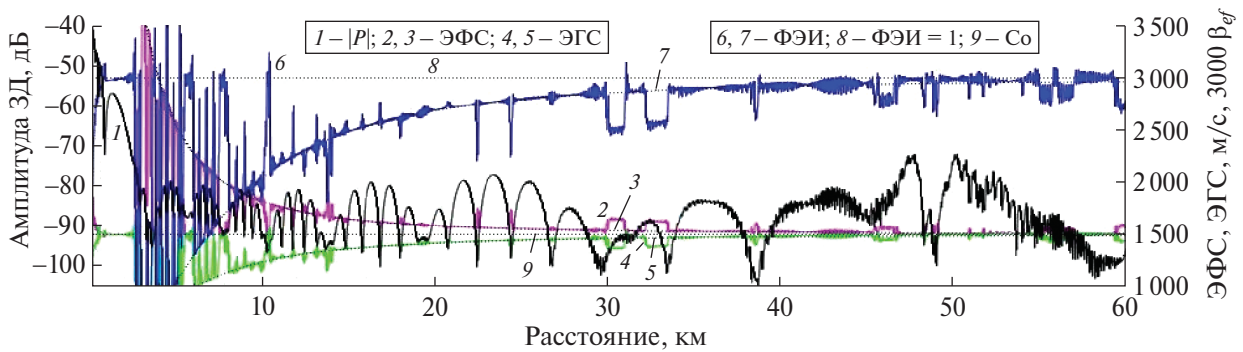


Рис. 6. 1 – Амплитуда ЗД, 2 – ЭФС, 3 – лучевая аппроксимация ЭФС, 4 – ЭГС, 5 – лучевая аппроксимация ЭГС, 6 –  $3000\beta_{ef}$ , 7 – лучевая аппроксимация  $3000\beta_{ef}$ , 8 – уровень  $3000\beta_{ef} = 3000$  или  $\beta_{ef} = 1$ , 9 – уровень  $\bar{c}_0$ . Северная Атлантика, июнь,  $f = 340$  Гц,  $z_s = 105$  м,  $z = 155$  м,  $r = 0.1-60$  км.

интерференционных инвариантов одинаковые результаты. Это подтверждают и проверки по формулам (12), (13). Иными словами, в зоне тени численные значения двух инвариантов и их зависимости от расстояния практически совпадают, поэтому на рисунках зависимости инварианта Чупрова  $\beta$  от расстояния отдельно не приводятся.

Но видно, что вблизи ДЗАО наклоны полос, рассчитанные по формулам и путем компьютерного моделирования, начинают различаться. Следует также отметить, что во всех зонах вблизи интерференционных минимумов (дислокаций) наблюдаются произвольные знакопеременные отклонения от обнаруженных закономерностей.

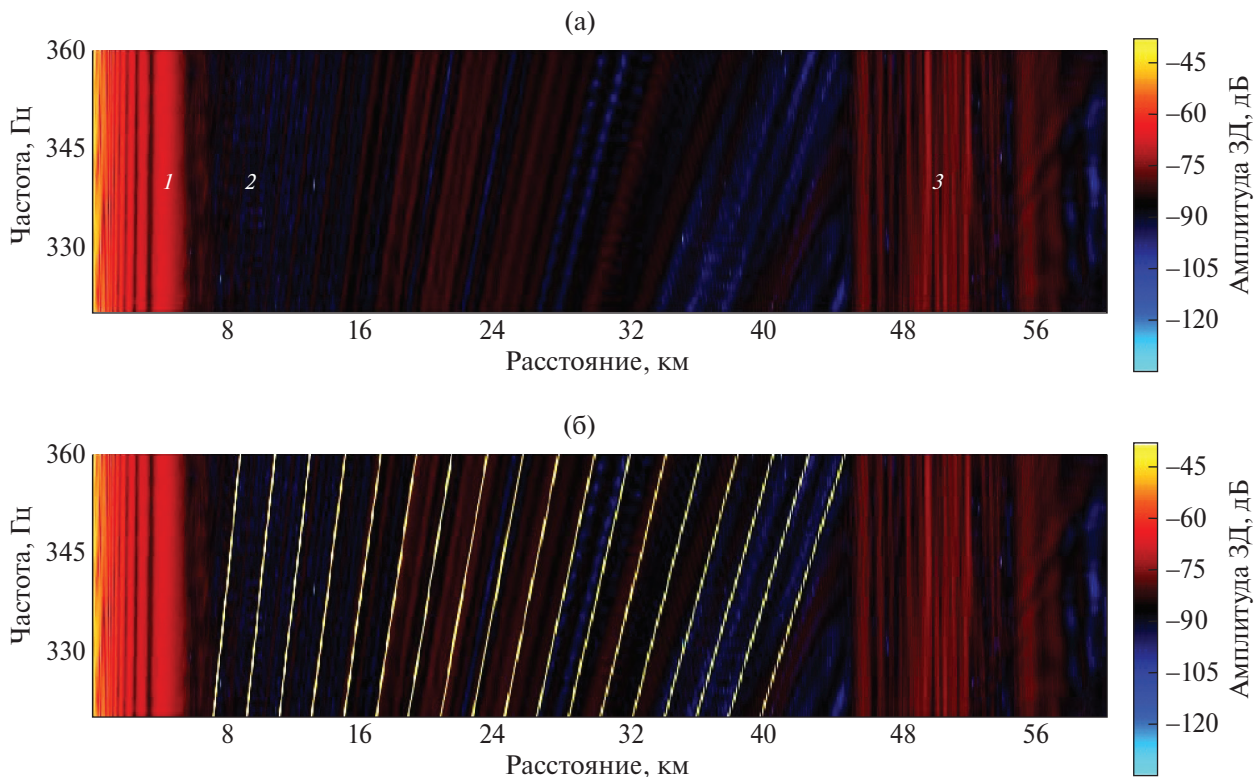
Отметим дополнительно, что в БЗАО и ДЗАО (рис. 3, 4) формулы (1) и (3) приводят к разным результатам – формула (1) может дать для ИИ  $\beta$  в этих зонах деление на ноль (сингулярность), а формула (3) для ФЭИ  $\beta_{ef}$  дает величину, близкую к единице.

Если, сохранив глубину излучения, увеличить глубину приема до 155 м, получим графики,

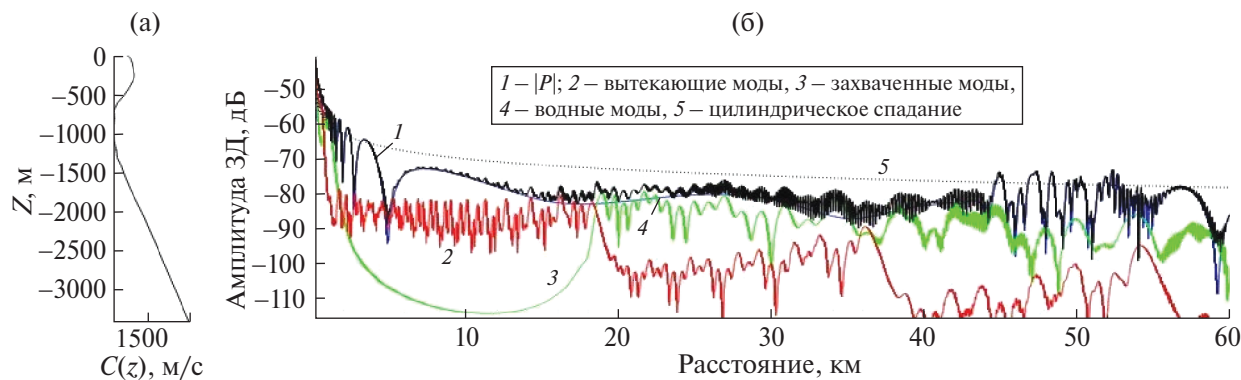
показанные на рис. 5–7. Видно, что ширина БЗАО и ДЗАО, где преобладают водные моды, становится больше: при  $z = 155$  м БЗАО располагается на расстояниях до 5.7 км, ДЗАО на участке  $r = 4559$  км. В зоне тени (рис. 5) до 18 км преобладают вытекающие моды, затем до 45 км – захваченные моды.

Кривые на рис. 6 подобны кривым на рис. 3: и при большей глубине приема в более широких БЗАО и ДЗАО в зонах ИМА выполняются равенства  $c_{gef} \approx c_{qef}$ ,  $\beta_{ef} \approx 1$ . В зоне тени, как и при меньших глубинах приема, кривые ФЭИ  $\beta_{ef}$ , ЭФС и ЭГС близки к их лучевым аппроксимациям, значения двух инвариантов  $\beta$  и  $\beta_{ef}$  в ИМА практически совпадают, а их зависимость от расстояния определяется формулой (9).

Расширение БЗАО и ДЗАО с увеличением глубины приема (излучения) хорошо видно и на интерферограмме амплитуды ЗД (рис. 7а). На рис. 7б приведена та же интерферограмма со светлыми “контрольными” полосами, наклон которых вычислен по формулам (1) и (9).



**Рис. 7.** (а) – Интерферограмма амплитуды звукового давления; Северная Атлантика, июнь,  $f = 320\text{--}360$  Гц,  $z_s = 105$  м,  $z = 155$  м,  $r = 0.1\text{--}60$  км; 1 – БЗАО, 2 – зона тени, 3 – ДЗАО. (б) – Та же интерферограмма со светлыми “контрольными” линиями, наклон которых вычислен по формуле (1),  $\partial f/\partial r = (f/r)\beta$ , с подстановкой в качестве  $\beta$  лучевой аппроксимации  $\beta_{ef}^* = 1/[1 + (2h/r)^2]$  по формуле (9)



**Рис. 8.** (а) – ВРСЗ в районе Северной Атлантики в феврале; (б): 1 – амплитуда звукового давления и составляющие: 2 – вытекающие моды, 3 – захваченные моды, 4 – водные моды, 5 – цилиндрическое спадание;  $f = 340$  Гц,  $z_s = 105$  м,  $z = 155$  м,  $r = 0.1\text{--}60$  км.

Как и при меньшей глубине приема, на участке между БЗАО и ДЗАО наклон гребней интерферограммы совпадает с наклоном светлых полос: формулы (1) и (9) дают для интерференционных инвариантов близкие результаты. Различие наблюдается только вблизи ДЗАО. В БЗАО и ДЗАО, где, как и при  $z = 20$  м, гребни интерферограммы

параллельны оси частот, по формуле (1) для  $\beta$  получаем деление на ноль, а по формуле (3) для  $\beta_{ef}$  – величину, близкую к единице,  $\beta_{ef} \approx 1$ .

Таким образом, в глубоком море в зоне тени при летней гидрологии и при реальных глубинах источника и приемника традиционное определение инварианта Чупрова  $\beta$  по формуле (1)

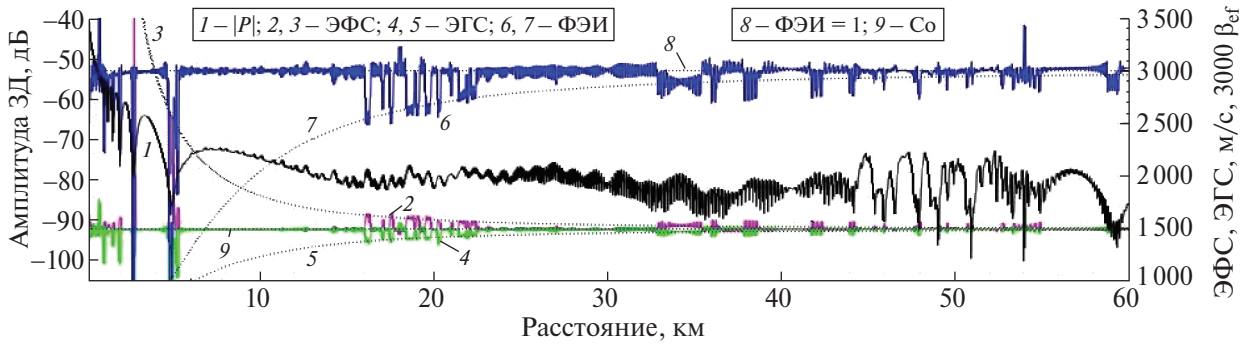


Рис. 9. 1 – Амплитуда ЗД, 2 – ЭФС, 3 – лучевая аппроксимация ЭФС, 4 – ЭГС, 5 – лучевая аппроксимация ЭГС, 6 –  $3000\beta_{ef}$ , 7 – лучевая аппроксимация  $3000\beta_{ef}^*$ , 8 – уровень  $3000\beta_{ef} = 3000$  или  $\beta_{ef} = 1$ , 9 – уровень  $\bar{c}_0$ . Северная Атлантика, февраль,  $f = 340$  Гц,  $z_s = 105$  м,  $z = 155$  м,  $r = 0.1-60$  км.

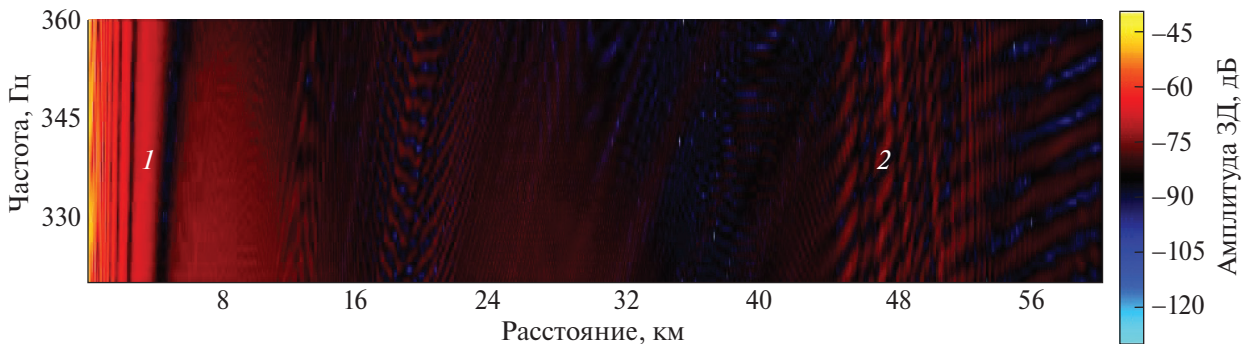


Рис. 10. Интерферограмма амплитуды звукового давления; Северная Атлантика, февраль,  $f = 320-360$  Гц,  $z_s = 105$  м,  $z = 155$  м,  $r = 0.1-60$  км; 1 – БЗАО, 2 – ДЗАО.

и исследованное нами в зонах ИМА альтернативное определение фазо-энергетического инварианта  $\beta_{ef}$  (формула (3)) эквивалентны, и справедливо приближенное равенство  $\beta \approx \beta_{ef}$ . Но в БЗАО и ДЗАО, в пределах которых полосы распределения амплитуды ЗД на плоскости  $r \sim f$  параллельны оси частот, два определения приводят к разным результатам: первое может дать деление на ноль (сингулярность), второе – величину, близкую к единице.

Представляет интерес сравнить приведенные выше графики с аналогичными результатами для этого же района глубокого моря при зимней гидрологии.

#### 4.3. Инварианты в глубоком стратифицированном море при зимних условиях

На рис. 8 представлены ВРСЗ, а также зависимости от расстояния амплитуды ЗД и составляющих (вытекающих, захваченных и водных мод) в том же районе, при тех же глубинах излучения и приема сигналов, что на рис. 5–7, но в зимних условиях.

В зимних условиях на той же трассе распространения звука превалирующий вклад в звуковое поле

вносят водные моды, прежде всего – моды приповерхностного звукового канала, благодаря которым на этих глубинах излучения и приема зона тени практически отсутствует. Влияние глубинных водных мод проявляется на расстояниях 45–58 км, где, как и при летней гидрологии, рефрагирующие у дна водные моды складываются почти синфазно и формируют ДЗАО. Закономерности спада вытекающих и захваченных мод – те же, что и в летних условиях, но их вклад и влияние на величину амплитуды ЗД и ее зависимость от расстояния гораздо слабее, чем при летней гидрологии. Это обстоятельство делает существенно иным характер изменения с расстоянием интерференционного инварианта и эффективных групповой и фазовой скоростей.

Так, на рис. 9 видно, что ФЭИ  $\beta_{ef}$ , ЭФС  $c_{gef}$  и ЭГС  $c_{gef}$  лишь на некоторых участках расстояния попадают на аппроксимирующие кривые  $\beta_{ef}^*$ ,  $c_{gef}^*$  и  $c_{gef}^*$ , представленные формулами (7)–(9), – например, на расстояниях 16–23 км. Практически вдоль всей трассы с хорошей точностью выполняется приближенное равенство  $\beta_{ef} \approx 1$ , так как  $c_{gef} \approx c_{gef} \approx \bar{c}_0$ . Но формулы (1), (2) для описания

инварианта Чупрова практически нигде не выполняются, т.е. инвариантность  $\beta$ , в отличие от ФЭИ  $\beta_{ef}$ , не подтверждается.

Поэтому в зимних условиях интерферограмма амплитуды ЗД (рис. 10) “размыта” и не имеет такой четкой угловой структуры полос, как в ЗТ при летней гидрологии или в мелком море. На рис. 10 видно, что в БЗАО и ДЗАО полосы интерферограмм параллельны оси частот, как в летних условиях, что для ИИ Чупрова означает возможность неограниченных осцилляций в этих зонах вследствие деления на близкую к нулю величину.

Таким образом, в зимних условиях в глубоком море нужно учитывать, что при реальных глубинах источника и приемника ФЭИ  $\beta_{ef}$ , определяемый выражением (3), практически на всех расстояниях близок к единице, а эффективные групповая и фазовая скорости близки друг к другу и к средней скорости звука в воде. В летних условиях это справедливо только в БЗАО и ДЗАО, а между этими зонами для расчетов  $\beta_{ef}$ ,  $c_{gef}$ ,  $c_{fef}$  и фазирования антенных решеток рекомендуется пользоваться формулами лучевой асимптотики (7)–(9). Выражения (1), (2) для  $\beta$  в зимних условиях практически нигде не дают стабильных результатов; они реализуются только летом, только в зоне тени и определяются не константы, а инвариантные зависимости от расстояния.

## 5. ИНВАРИАНТЫ В ОДНОМОВОМ ВОЛНОВОДЕ И В СВОБОДНОМ ПРОСТРАНСТВЕ С ДИСПЕРГИРУЮЩЕЙ СРЕДОЙ

*Одномодовый волновод.* И в глубоком, и особенно в мелком море возможно одномодовое распространение, когда межмодовая интерференция отсутствует, и для широкополосных сигналов наблюдается только внутримодовая интерференция. Аналогичная ситуация может наблюдаться, когда в многомодовом волноводе с использованием частотно-пространственной фильтрации выделяют моду заданного номера. Для каждой моды характерно, что с увеличением номера моды увеличивается угол скольжения бриллюэновского луча моды и убывает продольная составляющая градиента фазы, создаваемого этой модой. Поэтому при рассмотрении характеристик отдельных мод с ростом номера моды ЭГС  $c_{gef}$  уменьшается, а ЭФС  $c_{fef}$  увеличивается, в итоге ФЭИ  $\beta_{ef} = c_{gef}/c_{fef}$  уменьшается в пределах от значения чуть меньше единицы (для первой водной моды) до значения, близкого к нулю (для последней вытекающей моды). При этом свойства  $\beta_{ef}$  не зависят от расстояния до источника и глубин излучения и приема и в этом смысле являются инвариантными характеристиками поля ЗД.

Но можно показать, что при летних условиях для этих же одиночных мод при увеличении

частоты наблюдается закономерность, аналогичная звуковому полю в зоне тени: на низких частотах ФЭИ имеет малые значения, а с увеличением частоты ФЭИ стремится к единице.

*Свободное пространство с диспергирующей средой.* Рассмотрим свойства ФЭИ  $\beta_{ef}$  в свободном (безграничном) пространстве, когда в однородной среде скорость звука  $c$  зависит, например, от частоты линейно или квадратично, т.е.

$$c = c_0 + \alpha f \text{ или } c = c_0 + \alpha f^2.$$

Для линейной зависимости имеем

$$\begin{aligned} \beta_{ef} &= \frac{r}{f} \frac{\partial \varphi / \partial r}{\partial \varphi / \partial f} = \frac{c_{gef}}{c_{fef}} = \\ &= \frac{1}{1 - [\alpha f / (c_0 + \alpha f)]} = \frac{1}{1 - (\alpha f / c)}, \end{aligned} \quad (14)$$

а для квадратичной зависимости

$$\begin{aligned} \beta_{ef} &= \frac{r}{f} \frac{\partial \varphi / \partial r}{\partial \varphi / \partial f} = \frac{c_{gef}}{c_{fef}} = \\ &= \frac{1}{1 - [2\alpha f^2 / (c_0 + \alpha f^2)]} = \frac{1}{1 - (2\alpha f^2 / c)}. \end{aligned} \quad (15)$$

Если скорость звука  $c$  с ростом частоты возрастает, т.е.  $\alpha > 0$ , то  $c_{gef} > c_{fef}$ , и  $\beta_{ef} > 1$ , а если уменьшается ( $\alpha < 0$ ), то  $c_{gef} < c_{fef}$ , и  $\beta_{ef} < 1$ . Направление градиента фазы ЗД – радиальное, от источника, при этом ФЭИ  $\beta_{ef}$  от расстояния до источника не зависит. При  $\alpha$ , стремящемся к нулю,  $\beta_{ef}$  приближается к единице.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Введено понятие фазо-энергетического инварианта, выполнено сравнение характеристик традиционного интерференционного инварианта Чупрова и ФЭИ в двух зонах освещенности и в зоне тени в летних и зимних условиях. Установлено следующее.

– На малых расстояниях – в зоне ллойдовской интерференции (зона БЗАО) – как в летних, так и в зимних условиях при реальных глубинах источника и приемника традиционное определение инварианта (1) может приводить к делению на ноль, а альтернативное (3) – в зонах ИМА – к равенствам  $r(\partial \varphi / \partial r) \approx f(\partial \varphi / \partial f)$  и  $\beta \approx 1$ .

– В глубоком море при различных глубинах источника и приемника определение инварианта  $\beta = (r/f)(\partial f / \partial r)$ , где  $\partial f / \partial r$  – наклон полос распределения амплитуды ЗД на плоскости  $r \sim f$ , справедливо только при летней гидрологии и только в зоне тени. Альтернативное определение инварианта

$\beta_{\text{ef}} = \frac{r}{f} \frac{\partial \varphi}{\partial r} / \frac{\partial \varphi}{\partial f}$ , где  $\varphi$  – фаза звукового давления,

выполняется в ИМА во всех трех зонах и на всех расстояниях.

– В летних условиях в зоне тени после выхода из БЗАО оба определения соответствуют в максимумах амплитуды ЗД приближенному равенству  $\beta \approx \beta_{\text{ef}}$  и одинаковой зависимости от расстояния, описываемой лучевой аппроксимацией для ФЭИ  $\beta_{\text{ef}}^* = \cos^2 \theta$ , где  $\theta$  – угол скольжения луча, попавшего на приемник после отражения от дна. Эти зависимости – устойчивые, т.е. инвариантные. Но сами “инварианты” – оба – при изменении расстояния изменяют величину в несколько раз, т.е. не являются константами.

– В глубоком море при зимней гидрологии выражения (1), (2) практически нигде не приводят к стабильным результатам, и ИИ Чупрова инвариантом не является. ФЭИ и в зимних условиях при реальных – исследованных нами – глубинах излучения и приема сохраняет инвариантность на всех расстояниях до источника и глубинах излучения и приема.

– В БЗАО и ДЗАО, где и в летних, и в зимних условиях полосы распределения амплитуды ЗД на плоскости  $r \sim f$  параллельны оси частот, два определения приводят к разным результатам: первое – для  $\beta$  – может давать деление на ноль (сингулярность), второе – для  $\beta_{\text{ef}}$  – дает величину, близкую к единице. Физически последний результат объясняется тем, что в максимумах амплитуды в зонах освещенности эффективные фазовая и групповая скорости примерно равны. В летних условиях это справедливо только в ближней и дальней зонах акустической освещенности, а между этими зонами – в зоне тени – при пеленговании источников во временной или фазовой области [13–16] следует пользоваться лучевыми аппроксимациями  $\beta_{\text{ef}}^*$ ,  $c_{\text{gef}}^*$ ,  $c_{\text{gef}}^*$ .

Рекомендуется применять  $\beta$  и  $\beta_{\text{ef}}$  при использовании голографической обработки для обнаружения, пеленгования и оценки расстояния и радиальной скорости движения источника [5, 7], но только в зонах их стабильных значений.

Инвариантные свойства ФЭИ рекомендуется использовать также при описании частотно-пространственных характеристик поля в одномодовых волноводах и в свободном неограниченном пространстве, заполненном диспергирующей средой.

Отметим, что имеются все основания предполагать, что при расположении источника или приемника на существенно больших глубинах, например, вблизи оси подводного звукового канала, амплитудно-фазовые и инвариантные характеристики звукового поля будут отличаться от рассмотренных

выше. Поэтому рекомендуем дополнительно исследовать поля при глубинах приема и излучения свыше 500 м.

Считаем также целесообразным продолжить исследования свойств инвариантов в нерегулярных волноводах, в которых проявляется влияние мелкомасштабных (внутренние волны) и мезомасштабных (вихри) неоднородностей. Основы решения таких задач заложены в ранее выполненных исследованиях [23–26].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чупров С.Д. Акустика океана: современное состояние. М.: Наука, 1982. С. 71–91.
2. Орлов Е.Ф., Шаронов Г.А. Интерференция звуковых волн в океане. Владивосток: Дальнаука, 1998. С. 8–26.
3. Грачев Г.А. К теории инвариантов акустического поля в слоистых волноводах // Акуст. журн. 1993. Т. 39. № 1. С. 67–71.
4. Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П. Теоретические основы акустики океана. М.: Наука, 2007. 369 с.
5. Кузнецов Г.Н., Кузькин В.М., Переселков С.А. Спектрограмма и локализация источника звука в мелком море // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 4. С. 406–318.
6. D’Spain G., Kuperman W. Application of waveguide invariants to analysis of spectrograms from shallow water environments that vary in range and azimuth // J. Acoust. Soc. Am. 1999. V. 106. № 5. P. 2454–2468.
7. Kevin L., Cockrell K., Schmidt H. Robust passive range estimation using the waveguide invariant // J. Acoust. Soc. Am. 2010. V. 127. № 5. P. 2780.
8. Zhao Z., Wu J., Shang E. How the thermocline affects the value of the waveguide invariant in a shallow-water waveguide // J. Acoust. Soc. Am. 2015. V. 138. № 1. P. 223.
9. Niu H.Q., Zhang R.H., Li Z.L. Theoretical analysis of warping operators for non-ideal shallow water waveguides // J. Acoust. Soc. Am. 2014. V. 136. № 1. P. 53–65.
10. Song H., Cho C. The relation between the waveguide invariant and array invariant // J. Acoust. Soc. Am. 2015. V. 138. № 2. P. 899.
11. Thode A., Kuperman W., D’Spain G., Hodgkiss W. Localization using Bartlett matched-field processor sidelobes // J. Acoust. Soc. Am. 2000. V. 107. № 1. P. 278–286.
12. Emmetiere R., Bonnel J., Gehant M., Cristol X., Chonavel Th. Understanding deep-water striation patterns and predicting the waveguide invariant as a distribution depending on range and depth // J. Acoust. Soc. Am. 2018. V. 143. № 6. P. 3444–3454.
13. Aksenov S.P., Kuznetsov G.N. A generalized approach to interference invariant of the hydroacoustic field

- in deep and shallow seas. // *Doclady Physics*. 2022. V. 67. №. 11. P. 442–446.
14. *Aksenov S.P., Kuznetsov G.N.* Determination of interference invariants in a deep-water waveguide by amplitude and phase methods // *Phys. Wave Phenom.* 2021. V. 29. № 1. P. 81–87.
15. *Аксенов С.П., Кузнецов Г.Н.* Амплитудная и фазовая структура низкочастотного гидроакустического поля в глубоком океане // *Акуст. журн.* 2021. Т. 67. № 5. С. 493–504.
16. *Аксенов С.П., Кузнецов Г.Н.* Оценка расстояния до источника в глубоком море с использованием пространственно-частотных характеристик интерференционного инварианта и эффективных фазовых и групповых скоростей // *Акуст. журн.* 2021. Т. 67. № 6. С. 603–616.
17. *Распространение волн и подводная акустика.* М.: Мир, 1980. 229 с.
18. *Акуличев В.А., Безответных В.В., Буренин А.В., Войтенко Е.А., Моргунов Ю.Н.* Эксперимент по оценке влияния вертикального профиля скорости звука в точке излучения на шельфе на формирование импульсной характеристики в глубоком море // *Акуст. журн.* 2010. Т. 56. № 1. С. 51–52.
19. *Моргунов Ю.Н., Голов А.А., Буренин А.В., Петров П.С.* Исследования пространственно-временной структуры акустического поля, формируемого в глубоком море источником широкополосных импульсных сигналов, расположенным на шельфе Японского моря // *Акуст. журн.* 2019. Т. 65. № 5. С. 641–649.
20. *Бреховских Л.М., Годин О.А.* Теоретические основы акустики океана. М.: Наука, 1989.
21. *Ainslie M., Packman M., Harrison C.* Fast and explicit Wentzel–Kramers–Brillouin mode sum for the bottom-interacting field, including leaky modes // *J. Acoust. Soc. Am.* 1998. V. 103. № 4. P. 1804–1812.
22. *Cockrell K., Schmidt H.* A modal Wentzel–Kramers–Brillouin approach to calculating the waveguide invariant for non-ideal waveguides // *J. Acoust. Soc. Am.* 2011. V. 130. № 1. P. 72.
23. *Кузькин В.М., Переселков С.А.* Интерферометрическая диагностика гидродинамических возмущений мелкого моря. М.: Ленанд, 2019. 200 с.
24. *Кацнельсон Б.Г., Петников В.Г.* Акустика мелкого моря. М.: Наука, 1997. 191 с.
25. *Кузькин В.М., Луньков А.А., Переселков С.А.* Корреляционный метод измерения частотных сдвигов максимумов звукового поля, вызванных возмущениями океанической среды // *Акуст. журн.* 2010. Т. 56. № 5. С. 655–661.
26. *Кузькин В.М., Переселков С.А.* Восстановление пространственного спектра анизотропного поля фоновых внутренних волн // *Акуст. журн.* 2009. Т. 55. № 2. С. 193–197.